1. 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프가 $y = 2x - 3$ 의 그래프와 평행하고, $y = \frac{2}{3}x + 1$ 의 그래프와 y 축 위에서 만날 때, 상수 a, b 의 곱 ab 의 값은?

① -3　　② -2　　③ $\frac{2}{3}$　　④ 1　　⑤ 2

해설

$y = 2x - 3$ 와 평행하므로 기울기는 2 이고,

$y = \frac{2}{3}x + 1$ 와 y 축 위에서 만나므로 y 절편은 1 이다.

따라서 $a = 2$, $b = 1$ 이므로 $a \times b = 2 \times 1 = 2$ 이다.

2. 5분에 15 °C 씩 온도가 올라가도록 불을 조정하여 보리차를 끓인 후 땅에 내려놓으니 3분에 6 °C 씩 온도가 내려갔다. 20 °C 의 물을 80 °C 까지 끓이다가 땅에 내려놓아 40 °C 로 만들려면 걸리는 시간은?

① 30분 ② 35분 ③ 40분 ④ 45분 ⑤ 50분

해설

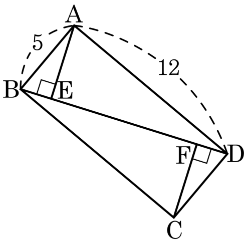
$$\begin{cases} y = 20 + 3x & (a,\ 80) \\ y = 80 - 2x & (b,\ 40) \end{cases}$$

$80 = 20 + 3a \rightarrow a = 20$

$40 = 80 - 2b \rightarrow b = 20$

$\therefore\ a + b = 40$(분)

3. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 에서 점 A 와 점 C 가 대각선 BD에 이르는 거리의 합을 구하면?



① $\frac{118}{13}$ ② $\frac{119}{13}$ ③ $\frac{120}{13}$ ④ $\frac{121}{13}$ ⑤ $\frac{122}{13}$

해설

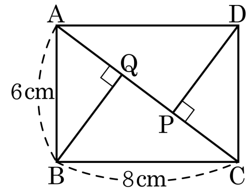
$\triangle$ABD 에서 $\overline{BD} = 13$

$5 \times 12 = 13 \times \overline{AE}$, $\overline{AE} = \frac{60}{13}$

따라서 $\overline{AE} = \overline{CF}$ 이므로

$\overline{AE} + \overline{CF} = \frac{60}{13} + \frac{60}{13} = \frac{120}{13}$ 이다.

4. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 에서 두 꼭짓점 B, D 에서 수선을 내렸을 때, $\triangle$ABQ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad \text{cm}^2}$

▷ 정답 : 8.64 $\underline{\text{cm}^2}$

해설

$\triangle$ABQ 의 넓이를 구하기 위해서 $\overline{\text{AQ}}$, $\overline{\text{BQ}}$ 의 길이를 각각 구하면,

$\triangle$ABC 가 직각삼각형이므로 $\overline{\text{AC}} = 10(\text{cm})$ 이다.

$\triangle$ABQ와 $\triangle$ABC는 닮음이므로

$\overline{\text{AB}} : \overline{\text{AC}} = \overline{\text{AQ}} : \overline{\text{AB}}$ 에서

$\overline{\text{AB}}^2 = \overline{\text{AQ}} \times \overline{\text{AC}}$ 이므로

$$\overline{\text{AQ}} = \frac{36}{10} = 3.6(\text{cm})$$

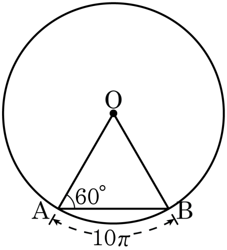
$$\overline{\text{BQ}} \times \overline{\text{AC}} = \overline{\text{AB}} \times \overline{\text{BC}}$$

$$\overline{\text{BQ}} = \frac{48}{10} = 4.8(\text{cm})$$

따라서 $\triangle$ABQ 의 넓이는

$\frac{1}{2} \times 4.8 \times 3.6 = 8.64(\text{cm}^2)$ 이다.

5. 다음 그림과 같이 $\angle\mathrm{OAB} = 60°$ 인 부채꼴 OAB 에서 $\overset{\frown}{\mathrm{AB}} = 10\pi$ 일 때, $\overline{\mathrm{AB}}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 30

해설

$\triangle\mathrm{OAB}$ 는 이등변삼각형이므로

$\angle\mathrm{AOB} = 60°$ 이고,

$2\pi \times \overline{\mathrm{OA}} \times \dfrac{60°}{360°} = 10\pi,\ \overline{\mathrm{OA}} = 30$

점 O 에서 $\overline{\mathrm{AB}}$ 에 내린 수선의 발을 H 라하면

$\overline{\mathrm{OA}} : \overline{\mathrm{AH}} = 2 : 1$

$\overline{\mathrm{AH}} = 15$

$\therefore\ \overline{\mathrm{AB}} = 2\overline{\mathrm{AH}} = 30$

6. 좌표평면 위의 두 점 $\mathrm{P}(3,\ 4)$, $\mathrm{Q}(x,\ -4)$ 사이의 거리가 10 일 때, x 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 9$

▷ 정답 : $x = -3$

해설

$$\begin{aligned}\overline{\mathrm{PQ}}^2 &= (x-3)^2 + (-4-4)^2 \\ &= (x-3)^2 + 64 = 100\end{aligned}$$

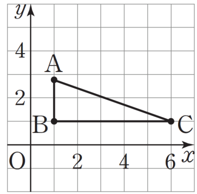
$(x-3)^2 = 36$

$x - 3 = \pm 6$

$\therefore\ x = 9,\ -3$

7.

오른쪽 그림과 같이 좌표평면 위에 $\triangle ABC$가 있다. 두 점 $A\left(1,\ \frac{19}{7}\right)$, $C(6,\ 1)$ 사이의 거리를 구하시오.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{37}{7}$

해설

점 A의 좌표가 $\left(1,\ \frac{19}{7}\right)$, 점 C의 좌표가 $(6,\ 1)$ 이므로 점 B의 좌표는 $(1,\ 1)$이다.

따라서 $\overline{AB}=\frac{12}{7}$, $\overline{BC}=5$이므로

$\triangle ABC$에서 $\overline{AC}^2=\left(\frac{12}{7}\right)^2+5^2=\frac{1369}{49}$

$\therefore\ \overline{AC}=\frac{37}{7}$

따라서 두 점 A, C 사이의 거리는 $\frac{37}{7}$이다.

8. 다음 중 일차함수 $y=\dfrac{3}{2}x+6$의 그래프 위에 있는 점은?

① $(0,\ 5)$ ② $(1,\ 7)$ ③ $(2,\ 9)$

④ $(3,\ 11)$ ⑤ $(5,\ 13)$

해설

$x=2,\ y=9$를 주어진 식에 대입하면 $9=\dfrac{3}{2}\times 2+6$로 성립한다.

9. 다음 일차함수의 그래프 중에서 x절편이 y절편의 2배인 것은?

① $y=-x+3$ ② $y=-2x+4$ ③ $y=-\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}$

④ $y=-\frac{3}{5}x+3$ ⑤ $y=\frac{1}{2}x+2$

해설

① x절편 : 3, y절편 : 3

② x절편 : 2, y절편 : 4

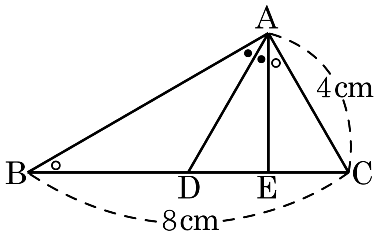
③ x절편 : 1, y절편 : $\frac{1}{2}$

④ x절편 : 5, y절편 : 3

⑤ x절편 : -4, y절편 : 2

따라서 ③의 x절편이 y절편의 2배이다.

10. 다음 그림에서 $\angle ABC = \angle CAE$, $\angle BAD = \angle DAE$ 이고 $\overline{AC} = 4\text{cm}$, $\overline{BC} = 8\text{cm}$ 일 때, $\overline{BD}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 4 cm

해설

$\triangle CAE$ 와 $\triangle CBA$ 에서 $\angle C$ 가 공통,

$\angle ABC = \angle CAE$ 이므로

$\triangle CAE \backsim \triangle CBA$ (AA 닮음)

$\overline{AC}^2 = \overline{CE} \times \overline{CB}$

$4^2 = \overline{CE} \times 8$

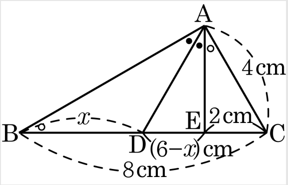
$\therefore\ \overline{CE} = 2\text{cm}$

또한, $\overline{BC} : \overline{BA} = \overline{AC} : \overline{AE}$ 에서

$\overline{AB} \times \overline{AC} = \overline{BC} \times \overline{AE}$

$4\overline{AB} = 8\overline{AE} \rightarrow \overline{AB} : \overline{AE} = 2 : 1$

$\overline{BD} = x$ 라 하면 $\overline{DE} = 6 - x$ 이므로



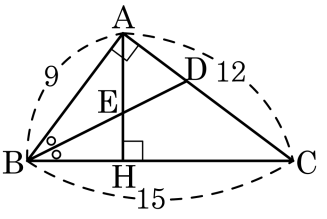
$\triangle ABE$ 에서 삼각형의 내각의 이등분선의 정리에 의해 $\overline{AB} : \overline{AE} = \overline{BD} : \overline{DE}$

$2 : 1 = x : (6 - x)$

$\therefore\ x = 4$

따라서 $\overline{BD} = 4\text{cm}$ 이다.

11. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{AH} \perp \overline{BC}$ 이고 $\overline{BD}$ 는 $\angle B$ 의 이등분선이다. $\overline{AH}$ 와 $\overline{BD}$ 의 교점을 E 라 하고, $\overline{AB} = 9$, $\overline{BC} = 15$, $\overline{AC} = 12$ 일 때, $\triangle AED$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\dfrac{81}{10}$

해설

$\overline{BD}$ 가 $\angle B$ 의 이등분선이므로

$\overline{AB} : \overline{BC} = \overline{AD} : \overline{DC}$

$9 : 15 = 3 : 5$

$\triangle ABD : \triangle CBD = 3 : 5$ 이고, $\triangle ABC = 54$ 이므로 $\triangle ABD = \dfrac{3}{8} \times 54 = \dfrac{81}{4}$

또, $\overline{AB}^2 = \overline{BH} \times \overline{BC}$ 이므로

$81 = \overline{BH} \times 15 \qquad \therefore \ \overline{BH} = \dfrac{27}{5}$

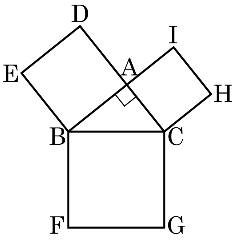
이 때, $\triangle ABD \backsim \triangle HBE$ (AA 닮음)이므로

$\overline{BD} : \overline{BE} = \overline{AB} : \overline{HB} = 9 : \dfrac{27}{5} = 5 : 3$

$\therefore \ \overline{BE} : \overline{ED} = 3 : 2$

$\therefore \ \triangle AED = \dfrac{2}{5} \triangle ABD = \dfrac{2}{5} \times \dfrac{81}{4} = \dfrac{81}{10}$

12. 다음 그림은 직각삼각형 ABC 의 각 변을 한 변으로 하는 정사각형을 그린 것이다. △ABC 의 넓이가 10 이고 □ADEB 의 넓이가 25 일 때, 두 정사각형 BFGC, ACHI 의 넓이의 차를 구하면?



① 21 ② 22 ③ 23

④ 24 ⑤ 25

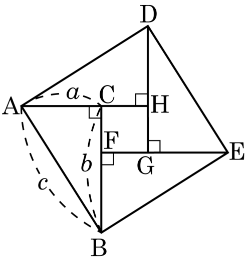
해설

□ADEB + □ACHI = □BFGC

□BFGC − □ACHI = □ADEB

따라서 구하는 넓이는 □ADEB = 25 이다.

13. 다음 그림은 직각삼각형 ABC와 합동인 삼각형을 붙여 정사각형 ABED를 만든 것이다. 다음 중 옳지 않은 것은?



① $\triangle ABC \equiv \triangle EDG$

② $\overline{AC} = \overline{DH} = \overline{GE} = \overline{CF}$

③ $\overline{FG} = b - a$

④ $\square ABED = \square CFGH + \triangle AHD + \triangle ABC + \triangle EFB + \triangle GDE$

⑤ $\square CFGH$는 정사각형

해설

② $\overline{AC} = \overline{DH} = \overline{GE} = \overline{BF}$, $\overline{CF} = \overline{BC} - \overline{BF}$

14. 빗변의 길이가 m^2+n^2 이고, 다른 한 변의 길이가 m^2-n^2 인 직각삼각형의 나머지 한 변의 길이는? (단, $m>0$, $n>0$)

① $m+n$ ② $2m+n$ ③ $m+2n$

④ $2(m+n)$ ⑤ $2mn$

해설

나머지 한 변의 길이를 X 라 하면

$(m^2+n^2)^2=(m^2-n^2)^2+X^2$

$m^4+2m^2n^2+n^4=m^4-2m^2n^2+n^4+X^2$

$X^2=4m^2n^2=(2mn)^2$

$X>0$, $m>0$, $n>0$ 이므로 $X=2mn$ 이다.

15. $\triangle ABC$ 에서 $\overline{BC} = a$, $\overline{CA} = b$, $\overline{AB} = c$ 라고 할 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① $a^2 > b^2 + c^2$ 이면 $\angle A > 90°$ 이다.

② $a - b < c < a + b$

③ $c^2 > a^2 + b^2$ 이면 둔각삼각형이다.

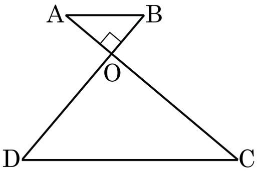
④ $b^2 < a^2 + c^2$ 이면 예각삼각형이다.

⑤ $a^2 = b^2 + c^2$ 이면 직각삼각형이다.

해설

④ $\angle B$ 는 예각이라 할 수 있지만 예각삼각형은 세 각이 모두 예각이어야 한다. 즉 b가 가장 긴 변이라는 조건이 있어야한다.

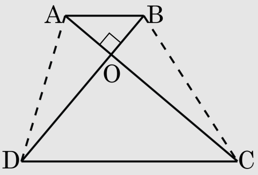
16. 다음 그림과 같이 $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ 이고 $\overline{AB} = 4$, $\overline{CD} = 11$ 일 때, $\overline{AD}^2 + \overline{BC}^2$ 의 값을 구하여라.



① 127 ② 130 ③ 137

④ 140 ⑤ 157

해설



$\triangle$OAD 에서 $\overline{OA}^2 + \overline{OD}^2 = \overline{AD}^2 \cdots$ ①

$\triangle$ODC 에서 $\overline{OD}^2 + \overline{OC}^2 = \overline{CD}^2 \cdots$ ②

$\triangle$OBC 에서 $\overline{OB}^2 + \overline{OC}^2 = \overline{BC}^2 \cdots$ ③

$\triangle$OAB 에서 $\overline{OA}^2 + \overline{OB}^2 = \overline{AB}^2 \cdots$ ④

①과 ③을 변변 더하면

$\overline{OA}^2 + \overline{OB}^2 + \overline{OC}^2 + \overline{OD}^2 = \overline{AD}^2 + \overline{BC}^2 \cdots$ ⑤

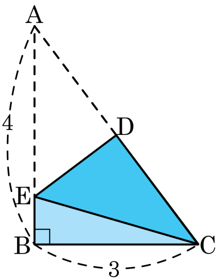
②와 ④를 변변 더하면

$\overline{OA}^2 + \overline{OB}^2 + \overline{OC}^2 + \overline{OD}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{CD}^2 \cdots$ ⑥

⑤와 ⑥에서 $\overline{AD}^2 + \overline{BC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{CD}^2$ 이므로

$\overline{AD}^2 + \overline{BC}^2 = 4^2 + 11^2 = 16 + 121 = 137$

17. 다음 그림과 같이 $\angle B = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 의 빗변 AC 를 두 점 A 와 C 가 겹쳐지도록 접었을 때, $\triangle$CDE 의 둘레의 길이는?



① $\frac{13}{2}$ ② $\frac{15}{2}$ ③ $\frac{17}{2}$
④ $\frac{19}{2}$ ⑤ $\frac{21}{2}$

해설

$\triangle$ABC 가 직각삼각형이므로
$\overline{AC}^2 = 4^2 + 3^2$, $\overline{AC} = 5$ 이다.
$\overline{EB} = x$ 라 두면 $\overline{AE} = \overline{EC} = 4 - x$ 이고
$\triangle$EBC 가 직각삼각형이므로
$(4-x)^2 = x^2 + 3^2$, $x = \frac{7}{8}$ 이다.
$\triangle$ADE 가 직각삼각형이므로
$\overline{DE}^2 = \left(\frac{25}{8}\right)^2 - \left(\frac{5}{2}\right)^2$, $\overline{DE} = \frac{15}{8}$ 이다.
따라서 $\triangle$CDE 의 둘레는 $\frac{15}{8} + \frac{25}{8} + \frac{5}{2} = \frac{15}{2}$ 이다.

18. 함수 $f(x)=ax+3$에 대하여 $f(1)=1$일 때, $f(f(3)+f(5))$의 값은?

① -23 ② -10 ③ -7 ④ 10 ⑤ 23

해설

$f(1)=1$을 대입하면 $1=a+3, a=-2$

$\therefore f(x)=-2x+3$

$f(3)=-2\times3+3=-3$

$f(5)=-2\times5+3=-7$

$\therefore f(-10)=-2\times(-10)+3=23$

19. 두 함수 $f(x) = -\frac{2}{x}, g(x) = 2x+1$에 대하여 $f(2) = a$일 때, $g(x) = a$를 만족하는 x의 값은?

① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

해설

$f(x) = -\frac{2}{x}, g(x) = 2x+1$에서

$f(2) = -\frac{2}{2} = -1 = a$이므로

$g(x) = 2x+1 = -1, 2x = -2$

$\therefore x = -1$

20. 일차함수 $y = -2x + 4$의 그래프를 x축의 방향으로 a만큼, y축의 방향으로 $-b$만큼 평행이동하면 $y = -2x$의 그래프와 겹쳐진다. 이 때, $2a - b$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

$y = -2(x - a) + 4 - b$

$y = -2x + 2a + 4 - b$는 $y = -2x$와 같으므로

$\therefore\ 2a + 4 - b = 0$

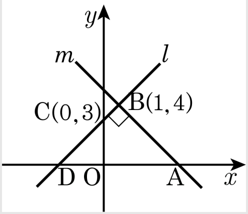
$\therefore\ 2a - b = -4$

21. 두 직선 $l : y = x + 3$ 과 $m : y = ax + b$ 가 점 B(1, 4) 에서 수직으로 만나고, 직선 l 이 y 축과 만나는 점을 C , 직선 m 이 x 축과 만나는 점을 A 라 할 때, 사각형 OABC 의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 11.5

해설



$a \times 1 = -1$

$\therefore a = -1$

직선 m 은 기울기가 -1 이고 (1, 4) 를 지나므로 $y - 4 = -(x - 1)$ 이다.

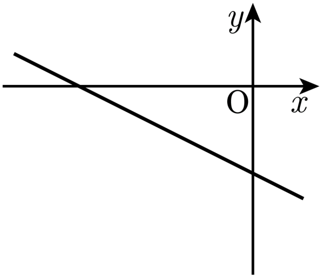
$\therefore y = -x + 5$

따라서 점 A 의 좌표는 A(5, 0) 이다.

사각형 OABC 의 넓이는 $\triangle ABD - \triangle OCD$ 이므로

$\therefore \frac{1}{2} \times 8 \times 4 - \frac{1}{2} \times 3 \times 3 = \frac{23}{2}$

22. 직선 $y = ax - \frac{b}{a}$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, $y = \frac{1}{b}x + ab$ 의 그래프가 지나지 <u>않는</u> 사분면은?



① 제1 사분면 ② 제2 사분면 ③ 제3 사분면
④ 제4 사분면 ⑤ 제1 , 3 사분면

해설

$y = ax - \frac{b}{a}$ 에서 $a < 0, -\frac{b}{a} < 0$ 이므로 $b < 0$

$y = \frac{1}{b}x + ab$ 에서 $\frac{1}{b} < 0,\ ab > 0$ 이므로 제3 사분면을 지나지 않는다.