1. 전체집합 $U = \{a, b, c, d, e, f\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A = \{a, c, e, f\}$, $A \cap B = \{a, c, e\}$ 가 성립할 때 다음 중 집합 B 가 될 수 <u>없는</u> 것은?

① $\{a, b, c, d, e\}$　　② $\{a, b, c, e\}$　　③ $\{a, b, c, d\}$

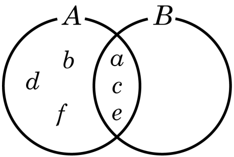
④ $\{a, c, d, e\}$　　⑤ $\{a, c, e\}$

해설

$\{a, c, e\} \subset B \subset \{a, b, c, d, e\}$ 이므로 집합 B 는 원소 a, c, e 는 반드시 포함하는 집합이다.

따라서 ③은 B 가 될 수 없다.

2. 다음 벤 다이어그램에서 $A=\{a,b,c,d,e,f\}$, $A\cap B=\{a,c,e\}$ 가 성립할 때, 다음 중 집합 B 가 될 수 있는 것은?



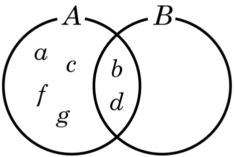
① $\{a,b,c,d,e\}$ ② $\{a,c,d,e,g\}$ ③ $\{b,d,e,f,g\}$

④ $\{a,c,d,e,g\}$ ⑤ $\{a,c,e,g,h\}$

해설

집합 B 는 반드시 $A\cap B=\{a,c,e\}$ 을 포함하여야 한다.
그러나 A 집합에만 존재하는 원소 b,d,f 는 들어갈 수 없다.
① b,d 가 포함되어서 옳지 않다.
② d 가 포함되어서 옳지 않다.
③ b,d,f 가 포함되어서 옳지 않다.
④ d 가 포함되어서 옳지 않다.

3. 다음 벤 다이어그램에서 $A=\{a,b,c,d,f,g\}$, $A\cap B=\{b,d\}$ 가 성립할 때, 다음 중 집합 B 가 될 수 있는 것은?



① $\{a,b,c,d,e,f\}$　② $\{a,b,d,e,g\}$　③ $\{b,d,e\}$

④ $\{a,c,d,e,g\}$　⑤ $\{a,c,e,g\}$

해설

집합 B 는 반드시 $A\cap B=\{b,d\}$ 을 포함하여야 한다.
그러나 A 집합에만 존재하는 원소 a,c,f,g 는 들어갈 수 없다.
① a,c,f 가 포함되어서 옳지 않다.
② a,g 가 포함되어서 옳지 않다.
④ a,c,g 가 포함되어서 옳지 않다.
⑤ a,c,g 가 포함되어서 옳지 않다.

4. 두 집합 A, B에 대하여 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① $A \cup B = B \cup A$

② $B \subset A$ 이면 $A \cap B = B$

③ $A \cap A = \varnothing$

④ $B \cap \varnothing = \varnothing$

⑤ $A \subset (A \cup B)$

해설

③ $A \cap A = A$

5. 두 집합 A, B에 대하여 다음 중 옳은 것은?

① $A \cap B \neq B \cap A$

② $A \subset B$이면 $A \cup B = A$

③ $A \subset B$이면 $A \cap B = B$

④ $n(A \cap B \cap \varnothing) = 0$

⑤ $A \subset (A \cap B) \subset (A \cup B)$

해설

① $A \cap B = B \cap A$

② $A \subset B$이면 $A \cup B = B$

③ $A \subset B$이면 $A \cap B = A$

⑤ $(A \cap B) \subset A \subset (A \cup B)$

6. 두 집합 A, B에 대하여 다음 중 옳지 않은 것을 고르면?

① $A \cup B = B \cup A$

② $B \subset A$이면 $A \cap B = B$

③ $A \cap A = \varnothing$

④ $B \cap \varnothing = \varnothing$

⑤ $A \subset (A \cup B)$

해설

③ $A \cap A = A$

7. 다음 [보기] 에서 옳은 것을 모두 고르면?

보기

㉠ $n(\{0\}) = 0$　　㉡ $\phi \subset \{\varnothing\}$　　㉢ $4 \subset \{1,\ 2\}$

㉣ $0 \subset \{0\}$　　㉤ $0 \in \varnothing$　　㉥ $0 \notin \varnothing$

① ㉡,㉥　　② ㉡,㉤　　③ ㉠,㉡　　④ ㉢,㉤　　⑤ ㉤,㉦

해설

㉠ $n\{(0)\} = 1$

㉢ $4 \notin \{1, 2\}$

㉣ $0 \in \{0\}$

㉤ $0 \notin \varnothing$

8. 다음 [보기]에서 옳은 것을 모두 고르면?

보기

㉠ $n(\{0\}) = 0$	㉡ $\phi \subset \{\varnothing\}$	㉢ $4 \subset \{1,\ 2\}$
㉣ $0 \subset \{0\}$	㉤ $0 \in \varnothing$	㉥ $0 \notin \varnothing$
㉦ $A \subset (A \cup B)$	㉧ $n(\varnothing) = 1$	㉨ $A \in (A \cap B)$

① ㉡,㉥,㉦　② ㉡,㉤,㉧　③ ㉠,㉡,㉥

④ ㉢,㉤,㉨　⑤ ㉤,㉧,㉨

해설

㉠ $n\{(0)\} = 1$

㉢ $4 \notin \{1, 2\}$

㉣ $0 \in \{0\}$

㉤ $0 \notin \varnothing$

㉧ $n(\varnothing) = 0$

㉨ $A \subset (A \cup B)$

9. 두 집합 $A = \{4, 6, x\}, B = \{1, 3, x+3\}$ 에 대하여 $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 를 만족할 때, x 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$A \cup B = \{1, 3, 4, 6, x, x+3\} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 이므로
$x = 2$, $x + 3 = 5$ 이다. 따라서 $x = 2$

10. 두 집합 $A=\{x|x$는 20보다 작은 4의 배수$\}$, $B=\{1,\ a,\ 2+a,\ 8,\ 8a\}$에서 $A\cap B=\{4,\ 8,\ 16\}$ 일 때, $A\cup B$는?(단, a 는 자연수이다.)

① $\{1,\ 2,\ 4,\ 8,\ 16\}$

② $\{1,\ 2,\ 4,\ 8,\ 12,\ 16\}$

③ $\{1,\ 2,\ 4,\ 8,\ 12,\ 16,\ 20\}$

④ $\{1,\ 2,\ 4,\ 8,\ 12,\ 16,\ 32\}$

⑤ $\{1,\ 2,\ 4,\ 8,\ 12,\ 16,\ 24,\ 32\}$

해설

$A=\{4,\ 8,\ 12,\ 16\}$

$A\cap B=\{4,\ 8,\ 16\}$ 이므로 $4\in B,\ \ 8\in B,\ \ 16\in B$ 이다.

이 때, a 가 자연수라 했으므로, $a<2+a<8a$ 이다.

따라서 $8a\neq 4,\ 8a\neq 8$ 이다.

$8a=16\quad\therefore\ a=2$

$B=\{1,\ 2,\ 4,\ 8,\ 16\}$

$\therefore\ A\cup B=\{1,\ 2,\ 4,\ 8,\ 12,\ 16\}$

11. 두 집합 A, B에 대하여 $A = \{1,\ 3,\ 5,\ 7,\ 9,\ 11\}$, $B = \{5,\ 9,\ 14\}$ 이고 $A \cap X = X$, $(A \cap B) \cup X = X$ 를 만족할 때 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것을 모두 고르면? (정답 2 개)

① $X \subset A$

② $X \subset (A \cap B)$

③ $\{5, 9\} \subset X$

④ $(A \cap B) \subset X \subset A$

⑤ $(A \cap B) \subset X \subset B$

해설

$A \cap X = X$ 일 때 $X \subset A$ 이고 $(A \cap B) \cup X = X$ 이면 $(A \cap B) \subset X$ 를 만족한다.

② $(A \cap B) \subset X$ 이므로 옳지 않다.

③ $A \cap B = \{5,\ 9\}$ 이므로 $\{5,\ 9\} \subset X$ 이다.

⑤ $(A \cap B) \subset X \subset A$ 이지만 $X \subset B$ 라고 할 수 없기 때문에 $(A \cap B) \subset X \subset B$ 이라고 할 수 없다.

12. 두 집합 A, B에 대하여 $A=\{2,\ 5,\ 6,\ 7,\ 9,\ 10,\ 13,\ 15,\ 16\}$, $B=\{1,\ 3,\ 8,\ 10,\ 13,\ 16\}$ 이고 $B\cap X=X$, $(A\cap B)\cup X=X$ 를 만족할 때 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것을 모두 고르면? (정답 2 개)

① $B\subset X$

② $X\subset(A\cup B)$

③ $(A\cap B)\subset X\subset B$

④ $(A\cap B)\subset X\subset A$

⑤ $\{10,\ 13\}\subset X$

해설

$B\cap X=X$ 일 때 $X\subset B$ 이고 $(A\cap B)\cup X=X$ 이면 $(A\cap B)\subset X$ 를 만족한다.

① $X\subset B$ 이므로 옳지 않다.

④ $(A\cap B)\subset X\subset B$ 이지만 $X\subset A$ 라고 할 수 없기 때문에 $(A\cap B)\subset X\subset A$ 라고 할 수 없다.

⑤ $\{10,\ 13\}\subset A\cap B$ 이므로 $\{10,\ 13\}\subset X$ 이다.

13. 두 집합 A, B 에 대하여 다음 중 옳은 것은?

① $A \cap B \neq B \cap A$

② $A \subset B$ 이면 $A \cup B = A$

③ $A \subset B$ 이면 $A \cap B = B$

④ $n(A \cap B \cap \varnothing) = 0$

⑤ $A \subset (A \cap B) \subset (A \cup B)$

해설

① $A \cap B = B \cap A$

② $A \subset B$ 이면 $A \cup B = B$

③ $A \subset B$ 이면 $A \cap B = A$

⑤ $(A \cap B) \subset A \subset (A \cup B)$

14. 다음 두 조건을 만족하는 집합 A 의 부분집합의 개수는?

$A \cap \{2,\ 3,\ 4,\ 5\} = \{2,\ 5\}$
$A \cup \{2,\ 3,\ 4,\ 5\} = \{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5\}$

① 6개 ② 7개 ③ 8개 ④ 9개 ⑤ 10개

해설

$A \cap \{2,\ 3,\ 4,\ 5\} = \{2,\ 5\}$에서 집합 A는 원소 2, 5를 포함하고, 원소 3, 4는 포함하지 않는다.

$A \cup \{2,\ 3,\ 4,\ 5\} = \{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5\}$에서 집합 A는 원소 1을 포함한다.

$\therefore\ A = \{1,\ 3,\ 4\}$

따라서 집합 A의 부분집합의 개수는 $2^3 = 8$ (개)이다.

15. 두 집합 A, B가 다음과 같을 때, $X \cap A = X$, $X \cup (A \cap B) = X$를 만족하는 집합 X의 개수는?

$A = \{x \mid x$는 5 이하의 자연수$\}$, $B = \{3,\ 5,\ 7\}$

① 2개 ② 4개 ③ 6개 ④ 8개 ⑤ 10개

해설

$A = \{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5\}$, $A \cap B = \{3, 5\}$,

$X \cap A = X$이므로 $X \subset A$,

$X \cup (A \cap B) = X$이므로 $(A \cap B) \subset X$

$\{3,\ 5\} \subset X \subset \{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5\}$,

따라서 집합 X는 집합 A의 부분집합 중 원소 3, 5를 반드시 포함하는 집합이므로

$2^{5-2} = 2^3 = 8$이다.

16. 집합 $A=\{x|x$는 18의 약수$\}$, $B=\{x|x$는 12의 약수$\}$ 에 대하여 $(A\cup B)\cap X=X$, $(A\cap B)\cup X=X$ 를 만족하는 집합 X 의 개수를 구한 것은?

① 2 개 ② 4 개 ③ 8 개 ④ 16 개 ⑤ 32 개

해설

$A=\{1,2,3,6,9,18\}$, $B=\{1,2,3,4,6,12\}$
$A\cap B=\{1,2,3,6\}$
$A\cup B=\{1,2,3,4,6,9,12,18\}$

$(A\cup B)\cap X=X$ 이므로 $X\subset(A\cup B)$
$(A\cap B)\cup X=X$ 이므로 $(A\cap B)\subset X$
$\therefore (A\cap B)\subset X\subset(A\cup B)$
X 는 원소 1, 2, 3, 6 을 포함하는
$\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 6,\ 9,\ 12,\ 18\}$ 의 부분집합이므로
(집합 X의 갯수) $\equiv 2^{8-4}=2^4=16$(개)

17. 두 집합 $A = \{1,\ 2,\ 4,\ 8\}$, $B = \{2,\ 4,\ 6\}$ 일 때, $A \cap X = X$, $(A \cap B) \cup X = X$ 를 만족하는 집합 X 의 개수는?

① 2 개 ② 4 개 ③ 8 개 ④ 16 개 ⑤ 32 개

해설

$A \cap X = X$이므로 $X \subset A$
$(A \cap B) \cup X = X$이므로 $(A \cap B) \subset X$
$\therefore (A \cap B) \subset X \subset A$

$(A \cap B) = \{2,\ 4\}$ 이므로 x는 원소 2, 4 를 반드시 포함하는 집합 A 의 부분집합이다.
$\therefore 2^{4-2} = 2^2 = 4$

18. 두 집합 A, B가 다음과 같을 때, $X \cap A = X$, $X \cup (A \cap B) = X$를 만족하는 집합 X의 개수는?

$A = \{x \mid x$는 5 이하의 자연수$\}$, $B = \{3,\ 5,\ 7\}$

① 2개 ② 4개 ③ 6개 ④ 8개 ⑤ 10개

해설

$A = \{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5\}$, $A \cap B = \{3, 5\}$, $X \cap A = X$이므로 $X \subset A$

$X \cup (A \cap B) = X$이므로 $A \cap B \subset X$

$\{3,\ 5\} \subset X \subset \{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5\}$

따라서 집합 X는 집합 A 의 부분집합 중 원소 3, 5를 반드시 포함하는 집합이므로

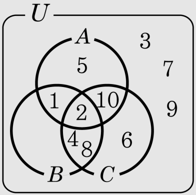
$2^{5-2} = 2^3 = 8$(개)

19. $U=\{x \mid x$는 10 이하의 자연수$\}$ 에 대하여 $A = \{x \mid x$는 10의 약수$\}$, $B = \{x \mid x$는 8의 약수$\}$, $C = \{x \mid x$는 2의 배수$\}$ 일 때, $(A-B)^c$ 의 원소의 합은?

① 30　② 35　③ 40　④ 45　⑤ 50

해설

$A=\{1,\ 2,\ 5,\ 10\}$, $B=\{1,\ 2,\ 4,\ 8\}$, $C=\{2,\ 4,\ 6,\ 8,\ 10\}$ 이므로
벤 다이어그램으로 나타내면



가 되어

$(A-B)^c=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 6,\ 7,\ 8,\ 9\}$ 이다. 따라서 원소의 합은 40 이다.

20. 세 집합 $A = \{x|x$는 20 이하의 3의 배수$\}$,
$B = \{x|x$는 12의 약수$\}$,
$C = \{x|x$는 20 이하의 홀수$\}$

에 대하여 $C-(A\cap B)$ 로 알맞은 것은?

① $\{5,\ 7,\ 11,\ 13,\ 17,\ 19\}$

② $\{1,\ 5,\ 7,\ 11,\ 13,\ 17,\ 19\}$

③ $\{1,\ 3,\ 5,\ 7,\ 11,\ 13,\ 17,\ 19\}$

④ $\{1,\ 5,\ 7,\ 9,\ 11,\ 13,\ 17,\ 19\}$

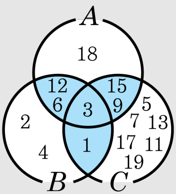
⑤ $\{1,\ 5,\ 7,\ 9,\ 11,\ 13,\ 15,\ 17,\ 19\}$

해설

$A = \{3,\ 6,\ 9,\ 12,\ 15,\ 18\}$,
$B = \{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 6,\ 12\}$,
$C = \{1,\ 3,\ 5,\ 7,\ 9,\ 11,\ 13,\ 15,\ 17,\ 19\}$

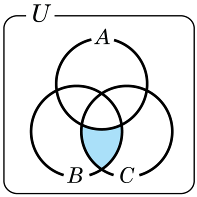
이므로

$A\cap B = \{3,\ 6,\ 12\}$



$\therefore\ C-(A\cap B) = \{1,\ 5,\ 7,\ 9,\ 11,\ 13,\ 15,\ 17,\ 19\}$

21. 전체집합 U 에 대하여 세 부분집합 A, B, C 가 다음 벤 다이어그램과 같을 때, 색칠된 부분을 나타내는 집합을 모두 고르면?



① $A^c \cap B \cap C$

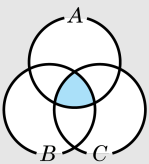
② $A \cap B \cap C$

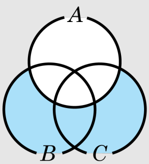
③ $(B \cup C) - A$

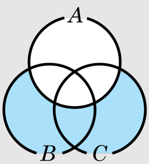
④ $(B \cap C) - A$

⑤ $(B - A) \cup (C - A)$

해설

②


③


⑤


22. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 가 다음 조건을 모두 만족할 때, $U-(A\cup B)$ 은?

㉠ $U=\left\{x\mid x\text{는 10 이하의 자연수}\right\}$
㉡ $A\cap B^c=\{1\}$
㉢ $A^c\cap B=\{6,10\}$
㉣ $A\cap B=\{2,\ 4,\ 8\}$

① $\{3,\ 4,\ 5,\ 7,\ 9\}$　② $\{4,\ 5,\ 7,\ 9\}$

③ $\{4,\ 7,\ 9\}$　④ $\{3,\ 4,\ 5,\ 6,\ 7,\ 9\}$

⑤ $\{3,\ 5,\ 7,\ 9\}$

해설

㉠. $U=\left\{x\mid x\text{는 10 이하의자연수}\right\}$

$=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6,\ 7,\ 8,9,\ 10\}$

㉡. $A\cap B^c=\{1\}=A-B$

㉢. $A^c\cap B=\{6,\ 10\}=B-A$

㉣. $A\cap B=\{2,\ 4,\ 8\}$에서

$A\cup B=\{1\}\cup\{6,10\}\cup\{2,4,8\}$

$=\{1,\ 2,\ 4,\ 6,\ 8,\ 10\}$ 이므로

$U-(A\cup B)=\{3,\ 5,\ 7,\ 9\}$

23. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $B = \{1, 3, 4\}$, $A^C \cap B = \{4\}$ 일 때, 집합 A 가 될 수 있는 모든 집합의 개수는?

① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

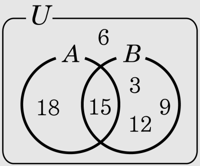
$B = \{1, 3, 4\}$, $A^C \cap B = \{4\}$ 이므로 남은 원소는 2 , 5 이므로 A 가 될 수 있는 모든 집합의 개수는 $2 \times 2 = 4$(개) 이다.

24. 전체집합 $U = \{x \mid x\text{는 } 20 \text{ 이하의 } 3\text{의 배수}\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A^C \cup B = \{3, 6, 9, 12, 15\}$, $B - A = \{3, 9, 12\}$, $A^c \cap B^c = \{6\}$ 일 때, $n(A)$ 는?

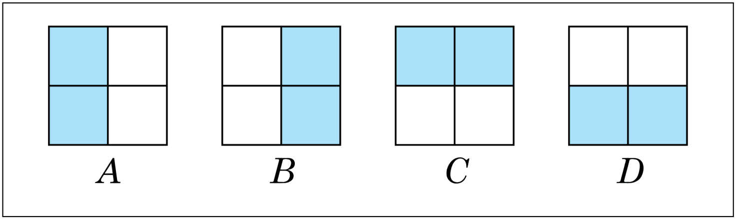
① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

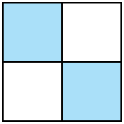
$U = \{3, 6, 9, 12, 15, 18\}$ 이다.
주어진 조건을 벤 다이어그램으로 나타내면 다음 그림과 같으므로 $A = \{15, 18\}$ 이다.
따라서 $n(A) = 2$ 이다.



25. 다음 그림은 각각의 집합을 도형으로 나타낸 것이다.



다음 그림을 위의 집합 A, B, C, D 와 연산 기호를 사용하여 옳게 표현한 것은?



① $(A \cup B) - (A \cap B)$

② $(D \cup C) - (B \cap C)$

③ $(A \cup D) - (A \cap D)$

④ $(A - C) \cup (C - B)$

⑤ $(A - D) \cup (B - A)$

해설

$(A \cup D) - (A \cap D)$

26. 전체집합 U 의 공집합이 아닌 두 부분집합 A, B 에 대하여 $(A \cap B^C) \cup (B \cap A^C) = \varnothing$ 일 때, $n(A) - n(B)$ 와 같은 값을 모두 고르면? (정답 3 개)

① $n((A \cup B) - n(A \cap B))$　　② $n(\varnothing)$

③ $n(B) - n(A)$　　④ $n(A)$

⑤ $n(B)$

해설

$(A \cap B^C) \cup (B \cap A^C) = (A - B) \cup (B - A) = \varnothing$ 이므로 $A - B = \varnothing$, $B - A = \varnothing$ 이다.
따라서 $A \subset B$, $B \subset A$ 이므로 $A = B$ 이다.
따라서 $n(A) - n(B) = 0$ 이고,
① $n((A \cup B) - n(A \cap B)) = 0$
② $n(\varnothing) = 0$
③ $n(B) - n(A) = 0$ 이다.

27. 전체집합 U 의 공집합이 아닌 두 부분집합 A, B 에 대하여 $(A-B)\cup(B-A)=\varnothing$ 일 때, 다음 중 $n(B)-n(A)$ 와 같은 값을 모두 고른 것은?

㉠ $n(A)-n(B)$	㉡ $n(B)$
㉢ $n(A)$	㉣ $n((A\cup B)-(A\cap B))$
㉤ $n(\{\varnothing\})$	

① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉢ ③ ㉠, ㉣ ④ ㉡, ㉢ ⑤ ㉡, ㉣

해설

$(A-B)\cup(B-A)=\varnothing$ 이므로 $A-B=\varnothing$, $B-A=\varnothing$ 이다.
따라서 $A\subset B$, $B\subset A$ 이므로 $A=B$ 이다.
$\therefore\ n(A)=n(B)$
$n(B)-n(A)=0$ 이고
㉠ $n(A)-n(B)=0$
㉣ $n((A\cup B)-(A\cap B))=0$ 이다.

28. 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?

① $A \subset B$ 이면 $A \cap B = A$ 이다.

② $A \subset B$ 이면 $A^c \subset B^c$ 이다.

③ $B - A = B \cap A^c$

④ $A \cap \varnothing^c = A$

⑤ $U - \varnothing = A \cap A^c$

해설

② $A \subset B$ 이면 $A^c \supset B^c$ 이다.
④ $A \cap \varnothing^c = A \cap U = A$
⑤ $U - \varnothing = U = A \cup A^c$

29. 다음 중 옳은 것은?

① $A \subset B$ 이면 $A \cap B = B$

② $B \subset A$ 이면 $A \cup B = B$

③ $A \cup \varnothing = \varnothing$

④ $A \subset B,\ B \not\subset A$ 이면 $A \cap B = A$

⑤ $A \subset (A \cap B) \subset (A \cup B)$

해설

① $A \subset B$ 이면 $A \cap B = A$
② $B \subset A$ 이면 $A \cup B = A$
③ $A \cup \varnothing = A$
⑤ $(A \cap B) \subset A \subset (A \cup B)$

30. 두 집합 A, B 에 대하여 다음 보기 중 옳은 것을 골라라.

① $A \subset B$ 이면 $A \cap B = B$

② $B \subset A$ 이면 $A \cup B = B$

③ $A \cup \varnothing = \varnothing$

④ $A \subset B$, $B \not\subset A$ 이면 $A \cap B = A$

⑤ $A \subset (A \cap B) \subset (A \cup B)$

해설

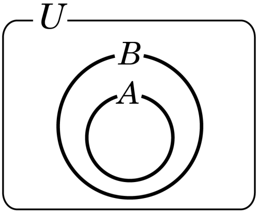
① $A \subset B$ 이면 $A \cap B = A$

② $B \subset A$ 이면 $A \cup B = A$

③ $A \cup \varnothing = A$

⑤ $(A \cap B) \subset A \subset (A \cup B)$

31. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 다음 벤 다이어그램을 만족할 때, 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)



① $A - B = \varnothing$　　② $B \cap A^c = \varnothing$　　③ $B^c \subset A^c$

④ $U \subset (A \cup B)$　　⑤ $U - A^c = B$

해설

② $B \cap A^c \neq \varnothing$

④ $(A \cup B) \subset U$

⑤ $U - A^c = A$

32. 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?

① $A \subset B$이면 $A \cap B = A$이다.

② $A \subset B$이면 $A^c \subset B^c$이다.

③ $B - A = A^c \cap B$

④ $A \cap \varnothing^c = A$

⑤ $U - \varnothing = A \cap A^c$

해설

② $A \subset B$이면 $A^c \supset B^c$이다.

④ $A \cap \varnothing^c = A \cap U = A$

⑤ $U - \varnothing = U = A \cup A^c$

33. 전체집합 U의 두 부분집합 A, B에 대하여 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① $(A \cup B) \supset A$

② $A - B = A \cap B^C$

③ $\varnothing^C = U$

④ $A - B = B - A$

⑤ $A \subset B$이면 $A \cap B = A$

해설

$A = \{1,\ 2\}$, $B = \{2,\ 3\}$이면

$A - B = \{1\}$, $B - A = \{3\}$

$\therefore\ A - B \neq B - A$

34. 전체집합 U의 두 부분집합 A, B에 대하여 $(A-B)\cup(A-B^c)=A\cap B$가 항상 성립할 때, 다음 중 두 집합 A, B의 관계를 옳게 나타낸 것은?

① $A\supset B$ ② $A\subset B^c$ ③ $A-B=\varnothing$

④ $A\cap B=\varnothing$ ⑤ $A\cup B^c=\varnothing$

해설

주어진 식을 정리하여 분배법칙을 사용한다. $(A-B)\cup(A-B^c)$
$=(A\cap B^c)\cup(A\cap(B^c)^c)=(A\cap B^c)\cup(A\cap B)=A\cap(B^c\cup B)$
$=A\cap U=A$
따라서 $A=A\cap B$ 에서 $A\subset B$ 이므로 $A-B=\varnothing$

35. 다음 중에서 전체집합 U의 두 부분집합 A, B에대하여 $(A \cup B) \cap (A \cap B)^c = B - A$이 성립하기 위한 A, B사이의 관계는 ?

① $A \subset B$ ② $A = B$ ③ $B \subset A$

④ $A \cap B = \varnothing$ ⑤ $A \cup B = \varnothing$

해설

$(A \cup B) \cap (A \cap B)^c = (A \cup B) - (A \cap B) = (A - B) \cup (B - A)$

$= B - A$

$\therefore\ A - B = \varnothing \rightarrow A \subset B$

36. 전체집합U의 부분집합에 대하여 $(A \cup B) \cap (A^c \cup B^c) = A^c \cap B$인 관계가 있을 때, 다음 중 항상 성립하는 것은?

① $A = B$ ② $A \subset B$ ③ $B \subset A$

④ $A \cup B = U$ ⑤ $A \cap B = \varnothing$

해설

(좌변) :$(A \cup B) \cap (A^c \cup B^c) = (A \cup B) \cap (A \cap B)^c$ ($\because$드 모르간의 법칙) $= (A \cup B) - (A \cap B) = (A - B) \cup (B - A)$ ($\because$차집합의 성질)

(우변) : $A^c \cap B = B - A$ ($\because$차집합의 성질) 이므로 (좌변)=(우변)이 되기 위해서는 $A - B = \varnothing$ 이 되어야 한다.

$\therefore A - B = \varnothing$ 가 되기 위해서는 $A \subset B$

37. 전체집합 U의 두 부분집합 A, B에 대하여 등식 $(A\cap B)\cup(A^c\cap B^c)=U$가 성립할 때, 다음 중 A, B사이의 관계를 가장 옳게 나타낸 것은?

① $A\cup B=U$ ② $A\cap B=B$ ③ $A-B=\varnothing$

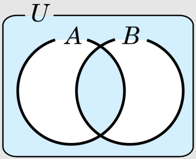
④ $A=B$ ⑤ $A\cap B=\varnothing$

해설

$(A\cap B)\cup(A^c\cap B^c)=(A\cap B)\cup(A\cup B)^c=U$ 이므로 벤다이어그램을 그려보면 하얀 부분, 즉 $(A-B)\cup(B-A)=\varnothing$이 됨을 알 수 있다. 따라서 $A-B=\varnothing$이고 $B-A=\varnothing$ $(\because P\cup Q=\varnothing$이면 $P=\varnothing$이고 $Q=\varnothing)$

$A\subset B$, $B\subset A$ $(\because P-Q=\varnothing$이면 $P\subset Q)$

$\therefore$ $A=B$ $(\because$ $P\subset Q$, $Q\subset P$이면 $P=Q)$



38. 다음 중에서 $\{(A-B)\cup A^c\}\cap\{(A\cap B^c)\cup B\}$와 같은 집합이 아닌 것은?

① $(A\cup B)-(A\cap B)$

② $(A\cup B)\cap(A^c\cup \beta^c)$

③ $(A-B)\cup(B-A)$

④ $(A\cup B^c)\cap(A^c\cup B)$

⑤ $(A\cap B)^c\cap(A\cup B)$

해설

$$\{(A-B)\cup A^c\}\cap\{(A\cap B^c)\cup B\}$$
$$=\{(A\cap B^c)\cup A^c\}\cap\{(A\cap B^c)\cup B\}$$
$$=(A^c\cup B^c)\cap(A\cup B)$$
$$=(A\cap B)^c\cap(A\cup B)$$
$$=(A\cup B)-(A\cap B)$$
$$=(A-B)\cup(B-A)$$

39. 자연수 전체의 집합 N 의 부분집합인 집합 $A_n = \{x|x$는 n의 배수$\}$ 이라고 정의한다. 다음 중 옳지 않은 것은 ?

① $A_4 \subset A_2$ ② $A_6 \subset A_2$

③ $A_2 \cap A_5 = A_{10}$ ④ $A_3 \cap A_4 \subset A_{24}$

⑤ $A_2 - A_3 = A_2 - A_6$

해설

① $A_4 \subset A_2 \rightarrow$ 모든 4 의 배수는 2 의 배수이므로 옳다.
② $A_6 \subset A_2 \rightarrow$ 모든 6 의 배수는 2 의 배수이므로 옳다.
③ $A_2 \cap A_5 = A_{10} \rightarrow$ 2 와 5 의 공배수의 집합은 10 의 배수의 집합과 같으므로 옳다.
④ $A_3 \cap A_4 \subset A_{24} \rightarrow A_3 \cap A_4 = A_{12}$ 이므로 $A_{24} \subset A_{12}$ 따라서 틀렸다.
⑤ $A_2 - A_3 = A_2 - A_6 \rightarrow$ 2 의 배수에서 3 의 배수를 제외한 것은 6 의 배수를 제외한 것과 같으므로 옳다.

40. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A-B=\varnothing$ 이 되는 경우를 모두 고르면?

① $A^c \subset B^c$ ② $A=B$ ③ $A \cup B = B$

④ $A \cap B = B$ ⑤ $B-A=\varnothing$

해설

①$A^c \subset B$ 이면 $B \subset A$ 이므로 $A-B \neq \varnothing$

②$A=B$ 이면 $A-B=\varnothing$

③$A \cup B = B$ 이면 $A \subset B$ 이므로 $A-B=\varnothing$

④$A \cap B = B$ 이면 $B \subset A$ 이므로 $A-B \neq \varnothing$

⑤$B-A=\varnothing$ 이면 $B \subset A$ 이므로 $A-B \neq \varnothing$

41. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A-B=\varnothing$ 일 때, $A=\{1,\ 2,\ 3,\ 6\}$ 이라면 집합 B 로 알맞지 <u>않은</u> 것은?

① $B=\{1,\ 2,\ 3,\ 6,\ 8\}$

② $B=\{1,\ 2,\ 3,\ 6,\ 7,\ 8\}$

③ $B=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 6,\ 7,\ 8\}$

④ $B=\{1,\ 2,\ 3,\ 5,\ 7,\ 8\}$

⑤ $B=\{1\ ,2,\ 3,\ 6,\ 7,\ 8,9\}$

해설

$A-B=\varnothing$ 이면 집합 A 의 모든 원소는 집합 B에 속한다.

42. 다음 중에서 옳은 것을 모두 고르면?

① $A \cap B = A$ 이면 $n(A) < n(B)$

② $A \cap B = \varnothing$ 이면 $n(A \cup B) = n(A) + n(B)$

③ $A - B = \varnothing$ 이면 $A = B$

④ $A \cup B = B$ 이면 $B - A = \varnothing$

⑤ $A \cap B^c = A$ 이면 $n(A \cap B) = 0$

해설

①$A \cap B = A$ 이면 $n(A) \leq n(B)$

③$A - B = \varnothing$ 이면 $A \subset B$

④$A \cup B = B$ 이면 $A \subset B$ 이므로 $A - B = \varnothing$

43. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A \subset B$ 일 때, 다음 중 <u>다른</u> 하나는?

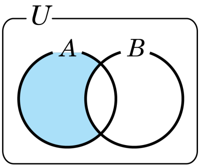
① $A \cap B$ ② $A \cup \varnothing$ ③ $(A \cap B) \cap A$

④ $A - B$ ⑤ $A - B^c$

해설

④ $A - B = \varnothing$

44. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 다음 그림과 같이 벤 다이어그램을 그린 후 원소를 써 넣어 보았더니 색칠한 부분에는 원소가 하나도 없었다. 다음 중 항상 옳은 것은?

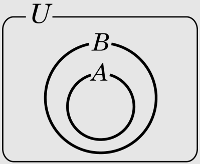


① $B \subset A$ ② $n(A) < n(B)$ ③ $A \cup B = B$

④ $B - A = \varnothing$ ⑤ $A^c \subset B^c$

해설

주어진 벤 다이어그램에서 색칠한 부분이 공집합이므로 집합 A 는 집합 B 에 포함된다. 따라서 $A \cup B = B$ 가 항상 성립한다.



45. 두 집합 $A = \{0, a+1, b\}$, $B = \{2b, a-b, 3\}$ 에 대하여 $A - B = \{0, 1\}$, $A \cap B = \{3\}$ 일 때 $a - b$ 는?

① -5　　② -3　　③ 0　　④ 3　　⑤ 5

해설

$A = \{0, a+1, b\}$, $B = \{2b, a-b, 3\}$ 에 대하여 $A - B = \{0, 1\}$, $A \cap B = \{3\}$ 이므로 A 에는 있고 B 에는 없는 원소는 0 과 1 이며 두 집합에 모두 있는 원소는 3 이다.
따라서 $a + 1 = 3$ 또는 $b = 3$ 임을 알 수 있다.
1) $a + 1 = 3$ 일 때, $A = \{0, 1, 3\}$ 이 되고 $a = 2,\ b = 1$ 이므로 $B = \{2, 1, 3\}$이 되어 $A \cap B = \{3\}$에 부적합.
2) $b = 3$ 일 때, $A = \{0, 1, 3\}$ 이 되고 $a = 0,\ b = 3$ 이므로 $B = \{-3, 3, 6\}$조건에 합치.
$\therefore a - b = -3$

46. 집합 $A=\{2,3\times a,a+3\}$, $B=\{a,2\times a+1,3\times a-2\}$ 이고 $A-B=\{6\}$ 일 때, $C=\{1,2,3\}$ 에 대하여 $(A-C)\cup(B\cap C)$ 는?

① $\{2,4\}$ ② $\{2,5\}$ ③ $\{2,6\}$

④ $\{2,5,6\}$ ⑤ $\{2,6,7\}$

해설

$A-B=\{6\}$ 이므로

(1) $3\times a=6$ 일 때, $a=2$ 이다.

따라서 $A=\{2,5,6\}$, $B=\{2,4,5\}$ 이고 $C=\{1,2,3\}$ 이므로

$(A-C)\cup(B\cap C)=\{5,6\}\cup\{2\}=\{2,5,6\}$ 이다.

(2) $a+3=6$ 일 때, $a=3$ 이다.

따라서 $A=\{2,6,9\}$, $B=\{3,7\}$ 이므로 $A-B=\{2,6,9\}\neq\{6\}$ 이므로 조건에 맞지 않다.

따라서 (1),(2) 에서 $(A-C)\cup(B\cap C)=\{2,5,6\}$ 이다.

47. 두 집합 $A=\{5,\ 2a+1,\ 11\}$, $B=\{6-a,\ 3a-2,\ 13\}$에 대하여 $A\cap B=\{7\}$일 때, $B-A$는?

① $\{5,\ 7,\ 11\}$ ② $\{3,\ 7,\ 13\}$ ③ $\{5,\ 11\}$

④ $\{3,\ 13\}$ ⑤ $\{7\}$

해설

$A-B=\{7\}$이므로 $7\in A,\quad 7\in B$이다.

$2a+1=7\quad\therefore\ a=3$

$B=\{6-3,\ 3\times3-2,\ 13\}=\{3,\ 7,\ 13\}$

$B-A=\{3,\ 13\}$

48. 두 집합 $A=\left\{1, a^2, 8\right\}$, $B=\{2, a+2, 3a\}$에서 $A-B=\{1,\ 8\}$일 때 a의 값은? (단, a는 자연수)

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$A=\left\{1, a^2, 8\right\}$, $B=\{2, a+2, 3a\}$, $A-B=\{1,\ 8\}$ 이므로 $a^2=2$ 또는 $a^2=a+2$ 또는 $a^2=3a$ 이다.
a는 자연수이므로 $a^2=3a$ 에서 $a=3$ 과 $a^2=a+2$에서 $a=2$ 이다.

49. 집합 $A = \{1, 2\times a, a+2\}$, $B = \{a, 2\times a-2, 2\times a-7\}$ 이고 $A-B = \{8\}$ 일 때, $C = \{1,2,3\}$ 에 대하여 $(A\cap C)\cup(B-C)$ 는?

① $\{1,3\}$　② $\{1,5\}$　③ $\{1,4,6\}$

④ $\{2,5,6\}$　⑤ $\{2,6,8\}$

해설

$A-B=\{8\}$ 이므로

(1) $2\times a = 8$ 일 때, $a=4$ 이다.

이 때 $A = \{1,6,8\}$, $B = \{1,4,6\}$ 이고 $C = \{1,2,3\}$ 이므로 $(A\cap C)\cup(B-C) = \{1\}\cup\{4,6\} = \{1,4,6\}$ 이다.

(2) $a+2=8$ 일 때, $a=6$ 이다.

이 때 $A=\{1,8,12\}$, $B=\{5,6,10\}$ 이므로 $A-B=\{1,8,14\}\neq\{8\}$ 이므로 조건에 맞지 않다.

따라서 (1),(2) 에서 $(A\cap C)\cup(B-C) = \{1,4,6\}$ 이다.

50. 전체집합 U 의 서로 다른 두 부분집합 A, B 에 대하여 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

① $A \cap A^c = U$

② $(B^c)^c = A$

③ $(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$

④ $A - B = B^c \cap A$

⑤ $A \subset B$ 이면 $B - A = \varnothing$

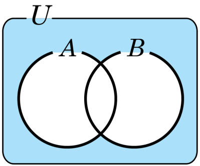
해설

①$A \cap A^c = \phi$

②$(B^c)^c = B \neq A$

⑤$A \subset B$ 이면 $A - B = \varnothing$

51. 다음 중 다음 벤 다이어그램의 색칠한 부분이 나타내는 집합을 모두 고르면?



① $(A \cap B)^c$

② $A^c \cap B^c$

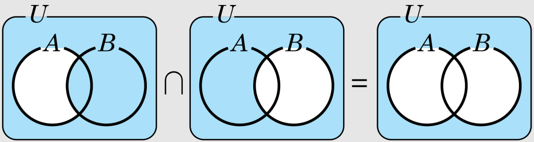
③ $U - (A \cap B)$

④ $U - (A \cup B)$

⑤ $(A \cup B)^c$

해설

$A^c \cap B^c = (A \cup B)^c$



52. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A = \{2, 4, 6\}$, $A \cap B = \{2\}$, $B \cap A^c = \{1, 3, 5\}$, $A^c \cap B^c = \{7\}$ 일 때, A^c 은?

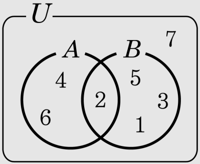
① $\{1, 3\}$ ② $\{1, 5\}$ ③ $\{1, 7\}$

④ $\{3, 5, 7\}$ ⑤ $\{1, 3, 5, 7\}$

해설

$B \cap A^c = \{7\} = B - A$ 이므로

$A^c = U - A = \{1, 3, 5, 7\}$ 이다.

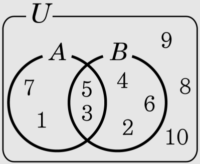


53. 전체집합 $U = \{x | x$는 10 이하의 자연수$\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여
$A = \{1, 3, 5, 7\}, A \cap B = \{3, 5\}, B \cap A^c = \{2, 4, 6\}, A^c \cap B^c = \{8, 9, 10\}$
일 때, B^c 은?

① $\{1, 7\}$ ② $\{1, 8\}$ ③ $\{1, 7, 9, 10\}$
④ $\{1, 7, 8, 10\}$ ⑤ $\{1, 7, 8, 9, 10\}$

해설

$B \cap A^c = \{2, 4, 6\} = B - A$ 이므로
$B^c = U - B = \{1, 7, 8, 9, 10\}$ 이다.



54. 전체집합 $U=\{x|x$는 20이하의 소수$\}$ 에 대하여 $A=\{2,\ 7,\ 11\}$, $B=\{3,\ 7,\ 11,\ 17\}$ 일 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① $A\cap B=\{7,\ 11\}$

② $A\cap B^c=\{2\}$

③ $A^c\cap B=\{3,\ 17\}$

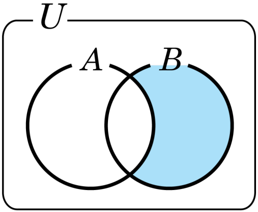
④ $A^c\cup B^c=\{2,\ 3,\ 9,\ 13,\ 17,\ 19\}$

⑤ $A^c\cap B^c=\{5,\ 13,\ 19\}$

해설

$U=\{2,\ 3,\ 5,\ 7,\ 11,\ 13,\ 17,\ 19\}$,
$A=\{2,\ 7,\ 11\}$, $B=\{3,\ 7,\ 11,\ 17\}$
② $A\cap B^c=A-B=\{2\}$
③ $A^c\cap B=B-A=\{3,\ 17\}$
④ $A^c\cup B^c=(A\cap B)^c=\{2,\ 3,\ 5,\ 13,\ 17,\ 19\}$
⑤ $A^c\cap B^c=(A\cup B)^c=\{5,\ 13,\ 19\}$

55. 다음 중 다음 벤 다이어그램의 색칠된 부분이 나타내는 집합이 아닌 것을 고르면?



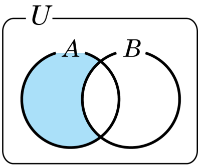
① $B-A$ ② $A^c \cap B$ ③ $(A \cup B)-A$

④ $B-(A \cap B)$ ⑤ $(A \cup B) \cap B$

해설

⑤ $(A \cup B) \cap B = B$

56. 다음 중 다음 벤 다이어그램의 색칠된 부분이 나타내는 집합에 대한 설명이다. 옳은 것을 모두 고르면?



① $A-B$ 라고 쓰며, A 마이너스 B 라고 읽는다.

② A 에도 속하고 B 에도 속하는 원소들로 이루어진 집합이다.

③ $A-B=\{x|x\in A \text{ 그리고 } x\notin B\}$

④ $A-B=B-A$

⑤ $A-B=A\cap B^c$

해설

① $A-B$ 라고 쓰며, A 차집합 B 라고 읽는다.
② A 에는 속하지만 B 에도 속하지 않는 원소들로 이루어진 집합이다
④ $A-B\neq B-A$

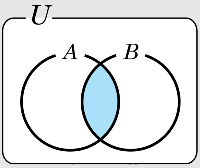
57. 전체집합 U 의 공집합이 아닌 두 부분집합 A, B 에 대하여 다음 중에서 옳지 <u>않은</u> 것은?

① $A - B^c = A \cap B$ ② $A \cup (A \cap B) = A \cap (A \cup B)$

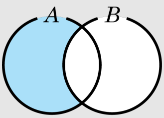
③ $A^c \cap (A \cup B) = A - B$ ④ $(A^c \cap B) - A = B \cap A^c$

⑤ $(A - B)^c = A^c \cup B$

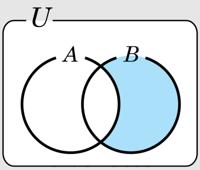
해설

①


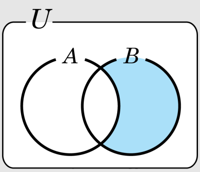
$A-B^c$

②


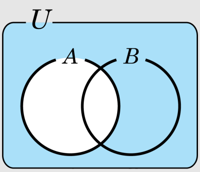
$A \cup (A \cap B)$

③


$A^c \cap (A \cup B) = B - A$

④


$(A^c \cap B) - A$

⑤


$(A-B)^c$

58. 전체집합 $U = \{x \mid x$는 9 이하의 자연수$\}$ 의 두 부분집합 $A = \{1,2,3,4,5\}$, B 에 대하여 집합 $(A \cup B) \cap (A \cap B)^c = \{1,2,9\}$ 를 만족하는 집합 B 는?

① $\{2,3,4\}$ ② $\{3,4,5\}$ ③ $\{3,4,5,6\}$

④ $\{3,4,5,7\}$ ⑤ $\{3,4,5,9\}$

해설

$U = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$, $A = \{1,2,3,4,5\}$, $(A \cup B) \cap (A \cap B)^c = (A \cup B) - (A \cap B) = \{1,2,9\}$ 이므로 $A \cap B = \{3,4,5\}$ 이다.

따라서 집합 $B = \{3,4,5,9\}$ 이다.

59. 두 집합 $A,\ B$ 가 다음과 같을 때 $(A-B)\cup X=X,\ (A\cup B)\cap X=X$ 를 만족하는 집합 X 의 개수는?

$A=\{x \mid x$는 8의 약수$\}$, $B=\{x \mid x$는 5이하의 홀수$\}$

① 2개　② 4개　③ 6개　④ 8개　⑤ 10개

해설

$(A-B)\cup X=X$ 이므로 $(A-B)\subset X$

$(A\cup B)\cap X=X$ 이므로 $X\subset(A\cup B)$,

$A=\{1,\ 2,\ 4,\ 8\}, B=\{1,\ 3,\ 5\}$

$\{2,4,8\}\subset X\subset\{1,2,3,4,5,8\}$

집합 X 는 집합$A\cup B$ 의 부분집합 중 원소 2, 4, 8을 반드시 포함하는 집합이다.

$\therefore\ 2^{6-3}=2^3=8$ (개)

60. 전체집합 $U=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6,\ 7\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A^c \cap B^c = \{1,\ 7\}$, $A^c \cap B = \{4,6\}$ 일 때 집합 A 를 원소나열법으로 나타내면?

① $\{2,\ 3,\ 5\}$ ② $\{2,\ 3,\ 5,\ 6\}$ ③ $\{2,\ 3,\ 5,\ 7\}$

④ $\{2,\ 3,\ 6\}$ ⑤ $\{2,\ 3,\ 7\}$

해설

$U=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6,\ 7\}$,

$A^c \cap B^c = \{1,\ 7\} = (A \cup B)^c$ 에서 $A \cup B = \{2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6\}$

$A^c \cap B = \{4,6\} = B \cap A^c = B - A$ 에서 B 에만 속하는 원소가 $4,\ 6$ 이므로

집합 A 의 원소는 $2,\ 3,\ 5$ 이고 따라서 $A=\{2,\ 3,\ 5\}$ 이다.

61. 집합 $A = \{x|x$는 15미만의 소수$\}$ 에 대하여 $n(A \cap B) = 2$ 이고 $B - A = \varnothing$ 인 집합 B 의 개수로 알맞은 것은?

① 3 개 ② 6 개 ③ 9 개 ④ 12 개 ⑤ 15 개

해설

$A = \{2,\ 3,\ 5,\ 7,\ 11,\ 13\}$, $B - A = \varnothing$ 이면 $B \subset A$ $\therefore A \cap B = B$

$n(B) = n(A \cap B) = 2$

$\therefore$ 집합 B 는 원소의 개수가 2 개인 집합A 의 부분집합이므로

$\{2, 3\}$, $\{2, 5\}$, $\{2, 7\}$, $\{2, 11\}$, $\{2, 13\}$, $\{3, 5\}$, $\{3, 7\}$, $\{3, 11\}$, $\{3, 13\}$, $\{5, 7\}$, $\{5, 11\}$, $\{5, 13\}$, $\{7, 11\}$, $\{7, 13\}$, $\{11, 13\}$

따라서 $5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 15$(개) 이다.

62. $A=\{2,\ 4,\ 6,\ 8, 10\}$, $B=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5\}$ 에 대하여 $A\cup X=A, (A-B)\cap X=A-B$ 를 만족하는 집합 X 의 개수는?

① 4 개 ② 8 개 ③ 16 개 ④ 32 개 ⑤ 64 개

해설

$A\cup X=A$ 이므로 $X\subset A$ 이고 $(A-B)\cap X=A-B$ 이므로 $(A-B)\subset X$ 이다. $\therefore (A-B)\subset X\subset A$

$A-B=\{6, 8, 10\}$ 이므로 집합 X는 6, 8, 10 을 반드시 포함하는 A 의 부분집합이다.

따라서 $2^{5-3}=2^2=4$(개) 이다.

63. 두 집합 A, B가 다음과 같을 때, $(A-B)\cup X=X$, $(A\cup B)\cap X=X$ 를 만족하는 집합 X의 개수는?

$A=\{x\mid x$는 8의 약수$\}$, $B=\{x\mid x$는 5이하의 홀수$\}$

① 2 개 ② 4 개 ③ 6 개 ④ 8 개 ⑤ 10 개

해설

$(A-B)\cap X=X$이므로 $(A-B)\subset X$

$(A\cup B)\cap X=X$이므로 $X\subset(A\cup B)$

$\{2,4,8\}\subset X\subset\{1,2,3,4,5,8\}$

집합 X는 집합 $A\cup B$의 부분집합 중 원소 2, 4, 8을 반드시 포함하는 집합이다.

$\therefore\ 2^{6-3}=2^3=8$(개)

64. 실수 전체 집합의 두 부분집합 $A=\{a^2-2a-1, 3\}$, $B=\{2, 4-a, 2a^2-a\}$ 에 대하여 $B-A^c=\{2\}$ 일 때, $A\cup B$ 의 모든 원소의 합을 구하면?

① 10 ② 16 ③ 21 ④ 25 ⑤ 30

해설

$B-A^c=B\cap(A^c)^c=B\cap A=\{2\}$ 이므로 집합 A 에는 원소 2가 들어있다.

따라서 $a^2-2a-1=2$, $a^2-2a-3=0$

$\therefore a=-1, a=3$ 이다.

ⅰ) $a=-1$ 일 때, $A=\{2,3\}$, $B=\{2,3,5\}$

$\therefore A\cap B=\{2,3\}$ 이므로 부적당

ⅰ) $a=3$ 일 때, $A=\{2,3\}$, $B=\{1,2,15\}$

$A\cap B=\{2\}$ 이고, 이 때 $A\cup B=\{1,2,3,15\}$

따라서 $A\cup B$ 의 모든 원소의 합은 21 이다.

65. 등식 $(A-B)-C=A-(B\cup C)$ 를 증명하는 데 꼭 필요한 것을 다음 중에서 모두 고르면?

㉠ 교환법칙	㉡ 결합법칙
㉢ 분배법칙	㉣ 흡수법칙
㉤ 드 모르간의 법칙	㉥ $X-Y=X\cap Y^c$

① ㉡, ㉤, ㉥　② ㉠, ㉡, ㉢, ㉥　③ ㉣, ㉤, ㉥

④ ㉡, ㉢, ㉣, ㉤　⑤ ㉡, ㉢, ㉤, ㉥

해설

$(A-B)-C=(A\cap B^c)-C$ ⋯㉥

$=(A\cap B^c)\cap C^c$ ⋯㉥

$=A\cap(B^c\cap C^c)$ ⋯㉡

$=A\cap(B\cup C)^c$ ⋯㉤

$=A-(B\cup C)$ ⋯㉥

따라서 ㉡, ㉤, ㉥이다.

66. 전체집합U 의 세 부분집합 A, B, C에 대하여 집합연산이 옳지 <u>않은</u> 것은?

① $(A-B)\cup(A-C)=A-(B\cap C)$

② $(A-B)\cup(B-A)=(A\cup B)\cap(A\cap B)^c$

③ $(A-C)\cup(B-C)=(A\cup B)-C$

④ $(A\cup C)-(B\cup C)=A-(B\cup C)$

⑤ $A-(B-C)=(A-B)\cup(A\cup C)$

해설

① (좌변)
$=(A-B)\cup(A-C)$
$=(A\cap B^c)\cup(A\cap C^c)$ ($\because$ 차집합의 성질)
$=A\cap(B^c\cup C^c)$
$=A\cap(B\cap C)^c$ ($\because$ 분배법칙과 드 모르간의 법칙)
$=A-(B\cap C)$
=우변 ($\because$ 차집합의 성질)
② (우변)
$=(A\cup B)\cap(A\cap B)^c$
$=(A\cup B)-(A\cap B)$ ($\because$ 차집합의 성질)
벤다이어그램을 그려보면 좌변과 같음을 확인할 수 있다.
③ (좌변)
$=(A-C)\cup(B-C)$
$=(A\cap C^c)\cup(B\cap C^c)$ ($\because$ 차집합의 성질)
$=(A\cup B)\cap C^c$
$=(A\cup B)-C$ (우변) ($\because$ 분배법칙과 차집합의 성질)
④ 좌변
$=(A\cup C)-(B\cup C)$
$=(A\cup C)\cap(B\cup C)^c$ ($\because$ 차집합의 성질)
$=[A\cap(B\cup C)^c]\cup[C\cap(B\cup C)^c]$ ($\because$ 분배법칙)
$=[A\cap(B\cup C)^c]\cup[C\cap(B^c\cap C^c)]$ ($\because$ 드 모르간의 법칙)
$=[A\cap(B\cup C)^c]\cup\varnothing$
$=A\cap(B\cup C)^c$
$=A-(B\cup C)$ (우변)
⑤ 좌변
$=A-(B-C)=A\cap(B\cap C^c)^c$
$=A\cap(B^c\cup C)$ ($\because$ 차집합의 성질과 드 모르간의 법칙)
$=(A\cap B^c)\cup(A\cap C)$
$=(A-B)\cup(A\cap C)\neq$ 우변 $\rightarrow$ 모두를 벤다이어그램을 그려서 비교할 수 있다.

67. 집합 $A=\{a,\ b,\ c,\ d\}$, $A\cap B=\{d\}$일 때, 다음 중 집합 B가 될 수 있는 것은?

① $B=\{a,\ b,\ c\}$ ② $B=\{b,\ c,\ d\}$ ③ $B=\{c,\ d,\ e\}$

④ $B=\{c,\ d,\ f\}$ ⑤ $B=\{d,\ e,\ f\}$

해설

$A\cap B=\{d\}$ 이므로 집합 A, B에 동시에 속하는 원소는 d뿐이다. 따라서 집합 B는 A의 원소 중에서 a, b, c는 포함하지 않고 d만을 포함하고 있는 집합이므로 보기에서 조건을 만족하는 것은 $B=\{d,\ e,\ f\}$이다.

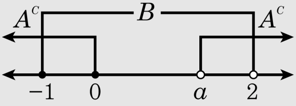
68. 실수 전체의 집합R의 두 부분집합 $A=\{x|0<x\le a\}$, $B=\{x|-1\le x<2\}$가 $A^c\cup B=R$를 만족할 때, a의 값의 범위를 구하면? (단, $A\ne\varnothing$)

① $0\le a<2$ ② $0<a\le 2$ ③ $0\le a\le 2$

④ $0<a<2$ ⑤ $-1\le a<5$

해설

$A\ne\varnothing$이므로, $a>0$ 또 $A^c=\{x|x\le 0$ 또는 $x>a\}$



위의 그림에서 $A^c\cup B=R$가 되려면, $0<a<2$

해설

$A^c\cup B=R\leftrightarrow A\subset B$ 임을 이용하여 구할 수 있다.

69. 두 자리 자연수 중 k의 배수인 것 전체의 집합을 $A_k(k=1,\ 2,\ 3,\ \ldots)$라 할 때, 집합 $A_2 \cap (A_3 \cup A_4)$ 의 원소의 개수는?

① 26 ② 27 ③ 28 ④ 29 ⑤ 30

해설

$A_2 \cap (A_3 \cup A_4) = (A_2 \cap A_3) \cup (A_2 \cap A_4) = A_6 \cup A_4$

$10 \le 6n < 100$ 에서 $2 \le n \le 16$ $\therefore\ n(A_6) = 15$

$10 \le 4n < 100$ 에서 $3 \le n < 25$ $\therefore\ n(A_4) = 22$

$10 \le 12n < 100$ 에서 $1 \le n \le 8$ $\therefore\ n(A_{12}) = 8$

그러므로 $n(A_6 \cup A_4) = 15 + 22 - 8 = 29$

70. 자연수 n 의 양의 배수의 집합을 A_n 이라 할 때, 다음 <보기> 에서 옳은 것을 모두 고른 것은? (단, m, n 은 자연수)

보기

ㄱ $A_5 \cap A_7 = \varnothing$

ㄴ $A_4 \cup A_6 = A_4$

ㄷ $m,\ n$이 서로소이면 $A_m \cap A_n = A_{mn}$

ㄹ $m = kn$(k는 양의 정수) 이면 $A_m \subset A_n$

① ㄱ, ㄴ, ㄹ　② ㄱ, ㄷ　③ ㄱ, ㄷ, ㄹ
④ ㄴ, ㄷ, ㄹ　⑤ ㄷ, ㄹ

해설

ㄱ $A_5 \cap A_7 = A_{35}$

ㄴ $A_4 = \{4,\ 8,\ 12,\ 16,\ \cdots\}$

$A_6 = \{6,\ 12,\ 18,\ 24,\ \cdots\}$ 이므로

$A_4 \cup A_6 = \{4,\ 6,\ 8,\ 12,\ 16,\ \cdots\} \neq A_4$

ㄷ $A_m = \left\{m,\ 2m,\ \cdots,\ nm,\ (n+1)m,\ \cdots\right\}$

$A_n = \left\{n,\ 2n,\ \cdots,\ mn,\ (m+1)n,\ \cdots\right\}$

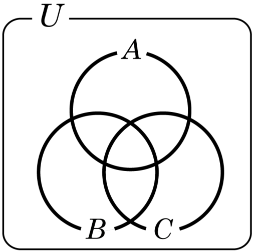
$m,\ n$이 서로소이면 $A_m \cap A_n = A_{mn}$

ㄹ $A_m = A_{kn} = \{kn,\ 2kn,\ 3kn,\ \cdots\}$

$A_n = \{n,\ 2n,\ 3n,\ 4n,\ \cdots\}$이므로

$A_m \subset A_n$

71. 집합 A, B, C 가 전체집합 U 의 부분집합으로서 다음 그림과 같이 주어졌다. 두 집합 P, Q 에 대하여 $P \bigcirc Q$ 를 $P \bigcirc Q = (P - Q) \cup (Q - P^c)$ 와 같이 정의할 때, $A \bigcirc A$ 의 값을 구하면?



① A ② B ③ C ④ $\varnothing$ ⑤ $A - B$

해설

$P \bigcirc Q = (P - Q) \cup (Q - P^c)$ 이므로

$A \bigcirc A = (A - A) \cup (A - A^c) = \varnothing \cup A = A$ 이다.

72. 전체집합 $U=\{x|x는\ 8\ 이하의\ 자연수\}$ 의
세 부분집합 $A=\{x|x는\ 8\ 이하의\ 홀수\}$, $B=\{1,2,3,6\}$, $C=\{1,5\}$
가 있다.
전체집합 U 의 두 부분집합 X, Y 에 대하여 $X \circ Y=(X\cup Y)\cap(X^c \cup Y^c)$
이라 할 때, $(A\circ B)\circ C$ 는?

① $\{1,3\}$ ② $\{1,5\}$ ③ $\{1,7\}$
④ $\{1,2,5\}$ ⑤ $\{1,2,6,7\}$

해설

$U=\{1,2,3,4,5,6,7,8\}$, $A=\{1,3,5,7\}$ 이다.
$X\circ Y=(X\cup Y)\cap(X^c\cup Y^c)=(X\cup Y)-(X\cap Y)$ 이므로
$A\circ B=\{1,2,3,5,6,7\}-\{1,3\}=\{2,5,6,7\}$ 이다.
따라서 $(A\circ B)\circ C=\{1,2,5,6,7\}-\{5\}=\{1,2,6,7\}$ 이다.

73. 전체집합 U의 두 부분집합 A, B에 대하여 연산 $\triangle$를 $A\triangle B = (A\cap B^c)^c$로 정의할 때, 다음 중 $(A\triangle B)\triangle B$와 같은 것은?

① $A\cup B$ ② $A\cap B$ ③ $A-B$ ④ A ⑤ B

해설

$$A\triangle B = (A\cap B^c)^c = A^c \cup B$$

$$\therefore (A\triangle B)\triangle B = (A^c\cup B)^c \cup B = (A\cap B^c)\cup B$$
$$= (A\cup B)\cap(B^c\cup B) = A\cup B$$

74. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 연산 $\star$ 를 $A \star B = (A - B^c) \cup (B^c - A)$ 로 정의할 때, $(A \star B) \star A$ 와 같은 집합은?

① A　　② B　　③ $A \cap B$　　④ $A \cup B$　　⑤ $A - B$

해설

$$A \star B = (A - B^c) \cup (B^c - A)$$
$$= (A \cap B) \cup (B^c \cap A^c) \text{ 이므로}$$

$$(A \star B) \star A$$
$$= [\{(A \cap B) \cup (B^c \cap A^c)\} - A^c]$$
$$\cup [A^c - \{(A \cap B) \cup (A^c \cap B^c)\}]$$
$$= [\{(A \cap B) \cup (A \cup B)^c\} \cap A]$$
$$\cup [A^c \cap \{(A \cap B)^c \cap (A \cup B)\}]$$
$$= [\{(A \cap B) \cap A\} \cup \{A \cap (A \cup B)^c\}]$$
$$\cup [\{A^c \cap (A \cap B)^c\} \cap (A \cup B)]$$
$$= [(A \cap B) \cup \{A \cap A^c \cap B^c\}] \cup [\{A \cup (A \cap B)\}^c \cap (A \cup B)]$$
$$= (A \cap B) \cup \{A^c \cap (A \cup B)\}$$
$$= (A \cap B) \cup \{(A^c \cap A) \cup (A^c \cap B)\}$$
$$= (A \cap B) \cup (A^c \cap B) = (A \cup A^c) \cap B = B$$

75. 집합 $U=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5\}$, $A=\{1,\ 2,\ 3,\ 4\}$, $B=\{1,2\}$, $C=\{1,\ 3,\ 5\}$ 에서 $A\star B=(A-B)\cup(B-A)$ 라 약속할 때, 집합 $(A\star B)\star C$ 의 원소의 합은?

① 10 ② 11 ③ 12 ④ 13 ⑤ 14

해설

$U=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5\}$

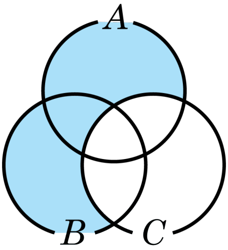
$A=\{1,\ 2,\ 3,\ 4\}$, $B=\{1,\ 2\}$, $C=\{1,\ 3,\ 5\}$ 에서

$A\star B=(A-B)\cup(B-A)=\{3,4\}\cup\varnothing=\{3,4\}=D$ 라 하면

$$\begin{aligned}(A\star B)\star C&=D\star C\\&=(D-C)\cup(C-D)\\&=\{4\}\cup\{1,5\}=\{1,4,5\}\end{aligned}$$

원소의 합은 $1+4+5=10$

76. 다음 그림에서 색칠한 부분의 집합을 나타낸 것은?



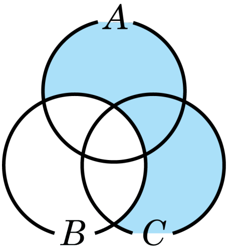
① $(A \cap B) - C$　　② $(A \cap C) - B$　　③ $(A \cup B) - C$

④ $(A \cup C) - B$　　⑤ $(B \cup C) - A$

해설

색칠한 부분을 집합으로 나타내면 $(A \cup B) - C$ 이다.

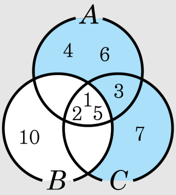
77. 다음 그림에서 색칠한 부분의 집합을 나타낸 것은?



① $(A \cap B) - C$ ② $(A \cap C) - B$ ③ $(A \cup B) - C$

④ $(A \cup C) - B$ ⑤ $(B \cup C) - A$

해설



색칠한 부분을 집합으로 나타내면 $(A \cup C) - B$ 이다.

78. 전체집합의 세 부분집합 $A = \{x|x\text{는 } 6\text{의 약수}\}$, $B = \{x|x\text{는 } 15\text{의 약수}\}$, $C = \{x|x\text{는 } 16\text{의 약수}\}$ 에 대하여 $n((A-B)\cup(A-C)\cup(B-C))$ 를 구하면?

① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

해설

$A = \{1,\ 2,\ 3,\ 6\}$, $B = \{1,\ 3,\ 5,\ 15\}$, $C = \{1,\ 2,\ 4,\ 8,\ 16\}$

$A - B = \{2,\ 6\}$, $B - C = \{3, 5, 15\}$, $A - C = \{3,\ 6\}$

$\therefore\ (A-B)\cup(A-C)\cup(B-C) = \{2,6\}\cup\{3,6\}\cup\{3,5,15\} = \{2,\ 3,\ 5,\ 6,\ 15\}$

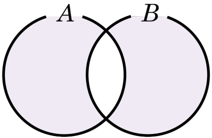
따라서 $n((A-B)\cup(A-C)\cup(B-C)) = 5$

79. 전체집합 U의 두 부분집합 A, B에 대하여 연산 $\triangle$를 $A\triangle B = (A-B)\cup(B-A)$로 정의할 때, 다음 중에서 $(A\triangle B)\triangle A$와 같은 집합은?

① A ② B ③ $A\cap B$ ④ $A\cup B$ ⑤ $A-B$

해설

$A\triangle B = (A-B)\cup(B-A)$ 를 벤다이어그램으로 나타내면 다음과 같다. $(A\triangle B)\triangle A = [(A\triangle B)-A]\cup[A-(A\triangle B)] = (B-A)\cup(A\cap B) = B$



80. 전체집합 $U=\{1,2,3,4,5\}$의 세 부분집합 $A=\{1,2,3\}$, $B=\{3,4\}$, $C=\{1,2,5\}$에서 $A\bigstar B=(A-B)\cup(B-A)$라 할 때, 집합 $(A\bigstar B)\bigstar C$의 원소의 합을 구하면?

① 5　　② 6　　③ 7　　④ 8　　⑤ 9

해설

$A\bigstar B=(A-B)\cup(B-A)=\{1,2,4\}$

$\{1,2,4\}\bigstar C=(\{1,2,4\}-C)\cup(C-\{1,2,4\})$

$=\{4,5\}$

$\therefore (A\bigstar B)\bigstar C=\{4,5\}$

81. 임의의 두 집합 A, B 에 대하여 연산 ★를 $A \bigstar B = (A \cup B) - (A \cap B)$ 라고 정의할 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

① $A \bigstar U = A$

② $A \bigstar A = \varnothing$

③ $\{a, b\} \bigstar \{c, d\} = \{a, b, c, d\}$

④ $(A \cap B) \bigstar (A \cap C) = A \cap (B \bigstar C)$

⑤ $\varnothing \bigstar A = A$

해설

① $A \bigstar U = (A \cup U) - (A \cap U) = U - A = A^c$

② $A \bigstar A = (A \cup A) - (A \cap A) = A - A = \varnothing$

③ $\{a, b\} \bigstar \{c, d\} = \{a, b, c, d\}$

④ $(A \cap B) \bigstar (A \cap C) = A \cap (B \bigstar C)$

⑤ $\varnothing \bigstar A = (\varnothing \cup A) - (\varnothing \cap A) = A - \varnothing = A$

82. 두 집합 A, B에 대하여 $A\triangle B = (A\cap B^c)\cup(A^c\cap B)$를 만족할 때, 다음 중 $(A\triangle B)\triangle A$와 같은 것은 ?

① A　　② B　　③ $A\cup B$

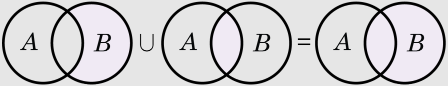
④ $A\cap B$　　⑤ $A\cap B^c$

해설

$A\triangle B = (A\cap B^c)\cup(A^c\cap B) = (A-B)\cup(B-A)$

$\therefore\ (A\triangle B)\triangle A = [(A\triangle B)-A]\cup[A-(A\triangle B)]$

벤 다이어그램으로 설명하면 다음과 같다.



$[(A\triangle B)-A]\cup[A-(A\triangle B)] = B$

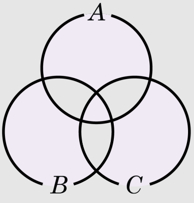
83. 임의의 두 집합 X, Y 에 대하여 연산 ◎을 $X◎Y = (X \cup Y) \cap (X^c \cup Y^c)$ 로 정의하자. 1에서 30까지의 자연수 중 2의 배수, 3의 배수, 5의 배수의 집합을 각각 A, B, C 라고 할 때, $(A◎B)◎C$ 의 원소의 개수는?

① 11개 ② 12개 ③ 13개 ④ 14개 ⑤ 15개

해설

$$\begin{aligned}(X \cup Y) \cap (X^c \cup Y^c) &= (X \cup Y) \cap (X \cap Y)^c \\ &= (X \cup Y) - (X \cap Y) \\ &= (X - Y) \cup (Y - X)\end{aligned}$$

이 정의로부터 $(A◎B)◎C$를 벤 다이어그램으로 나타내면 다음과 같다.



이때, $A \cap B$는 6의 배수의 집합,
$B \cap C$는 15의 배수의 집합,
$C \cap A$는 10의 배수의 집합,
$A \cap B \cap C$는 30의 배수의 집합이므로
$n(A) = 15,\ n(B) = 10,\ n(C) = 6,$
$n(A \cap B) = 5,\ n(B \cap C) = 2,\ n(C \cap A) = 3,$
$n(A \cap B \cap C) = 1$

$$\begin{aligned}\therefore n\{(A◎B)◎C\} &= n(A) + n(B) + n(C) \\ &\quad - 2\{n(A \cap B) + n(B \cap C) + n(C \cap A)\} \\ &\quad + 4 \cdot n(A \cap B \cap C) \\ &= 15 + 10 + 6 - 2(5 + 2 + 3) + 4 \\ &= 15\end{aligned}$$

84. 두 집합 A, B 에 대하여 $n(A) = 23$, $n(B) = 39$, $n(A \cup B) = 62$ 일 때, 다음 $\boxed{}$ 안에 들어갈 수 있는 기호가 <u>아닌</u> 것을 모두 골라라.

보기

$$A - B \ \boxed{}\ A$$

① $\in$ ② $\subset$ ③ $\supset$ ④ $\not\subset$ ⑤ $=$

해설

$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$,
$62 = 23 + 39 - n(A \cap B)$ 에서 $n(A \cap B) = 0$ 이므로$A \cap B = \phi$ 이다.
$A - B\ \boxed{}\ A$ 에서 $\boxed{}$ 안에 들어갈 수 있는 기호는 $\subset$, $\supset$, $=$ 이다.

85. 전체집합 $U = \{x|x$는 40이하의 자연수$\}$, $n(A) = 12$, $n(B) = 14$, $n(A \cap B) = 5$ 일 때, $n((A \cup B)^c)$ 를 구한 것은? .

① 18 ② 19 ③ 20 ④ 21 ⑤ 22

해설

$n(U) = 40,\ n(A) = 12,\ n(B) = 14$
$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 26 - 5 = 21$
$n((A \cup B)^c) = n(U) - n(A \cup B) = 40 - 21 = 19$

86. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $n(U) = 50$, $n(A) = 30$, $n(B) = 28$, $n(A^c \cap B^c) = 8$ 일 때, $n(A-B)+n(B-A)$ 의 값은?

① 22 ② 24 ③ 26 ④ 28 ⑤ 30

해설

$$n(A^c \cap B^c) = n(A \cup B)^c$$
$$= n(U) - n(A \cup B) = 8$$
$$\therefore n(A \cup B) = 42$$
$$n(A \cap B) = n(A) + n(B) - n(A \cup B)$$
$$= 30 + 28 - 42 = 16$$
$$n(A-B) + n(B-A) = n(A \cup B) - n(A \cap B)$$
$$= 42 - 16 = 26$$

87. 전체집합 $U = \{x \mid |x| \le 10$인 정수$\}$ 의 두 부분집합 $A = \{x \mid |x| \le 4$인 정수$\}$, $B = \{x \mid 0 < x < 10$인 소수$\}$ 에 대하여 $A^c \cap B^c$ 을 원소의 합은?

① -5 ② -10 ③ -12 ④ -15 ⑤ -18

해설

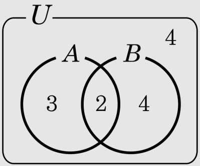
$U = \{-10, \ -9, \ -8, \ -7, \cdots, 7, \ 8, \ 9, \ 10\}$,
$A = \{-4, \ -3, \ -2, \ -1, \ 0, \ 1, \ 2, \ 3, \ 4\}$,
$B = \{2, \ 3, \ 5, \ 7\}$
$A^c \cap B^c = (A \cup B)^c = U - (A \cup B)$ 이고 $A \cup B = \{-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 7\}$ 이므로
$A^c \cap B^c = \{-10, \ -9, \ -8, \ -7, \ -6, \ -5, \ 6, 8, \ 9, \ 10\}$
따라서 원소의 합은 -12

88. 전체집합 $U = \{x|x$는 41 이하의 소수$\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $n(A^c \cap B) = 4$, $n(B^c) = 7$, $n(A^c \cap B^c) = 4$ 일 때, $n(A - B)$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$n(U) = 13$ 이므로
$n(B) = n(U) - n(B^c) = 6$
$A^c \cap B = B - A$ 이므로
$n(B - A) = n(A^c \cap B) = 4$
$n((A \cup B)^c) = n(A^c \cap B^c) = 4$



벤 다이어그램에 각 부분의 원소의 개수를 적어보면 따라서
$n(A - B) = 13 - (6 + 4) = 3$ 이다.

89. 다음은 현수네 반 학생 40 명을 대상으로 조사한 내용이다. 보기의 내용 중 옳지 <u>않은</u> 것을 모두 고르면? (정답2개)

자장면을 좋아하는 학생 : 22 명 짬뽕을 좋아하는 학생 : 12 명 두 가지 다 좋아하지 않는 학생 : 8 명

① 자장면 또는 짬뽕을 좋아하는 학생은 $40-8=32$ 명이다.

② 두 가지를 다 좋아하는 학생은 $22+12-32=2$ 명이다.

③ 자장면과 짬뽕을 좋아하는 학생들의 집합을 각각 A, B라 하면 둘 다 좋아하는 학생들의 집합은 $A \cup B$라고 표현 할 수 있다.

④ 자장면 또는 짬뽕을 좋아하는 학생은 전체 학생 수보다 많다.

⑤ 자장면을 A , 짬뽕을 B 라 하면 둘 다 좋아하지 않는 학생은 $(A \cup B)^c$ 라고 표현 할 수 있다.

해설

③ 자장면과 짬뽕 둘 다 좋아하는 학생의 집합은 $A \cap B$이다.
④ $n(A \cup B) \le n(U)$이다.

90. 어느 반 학생들 중 형이 있는 학생은 25 명, 동생이 있는 학생은 18 명, 형과 동생이 모두 있는 학생은 14 명, 형과 동생이 모두 없는 학생은 2 명이다. 형이 없거나 동생이 있는 학생은 몇 명인가?

① 18 명 ② 19 명 ③ 20 명 ④ 21 명 ⑤ 22 명

해설

$n(A) = 25, n(B) = 18, n(A \cap B) = 14, n((A \cup B)^c) = 2$ 이다.
$n(A^c \cup B) = n(B) + n((A \cup B)^c) = 18 + 2 = 20$ 이다.

91. 축구공을 가지고 있는 학생은 15 명, 농구공을 가지고 있는 학생은 10 명, 둘 다 가지고 있는 학생이 3 명일 때, 축구공 또는 농구공을 가지고 있는 학생은 몇 명인가?

① 21 명 ② 22 명 ③ 23 명 ④ 24 명 ⑤ 25 명

해설

축구공을 갖고 있는 학생과 농구공을 갖고 있는 학생의 집합을 각각 A, B 라 하면, 둘 다 가지고 있는 학생의 집합은 $A \cap B$ 이다.

$n(A) = 15,\ n(B) = 10,\ n(A \cap B) = 3$

$n(A \cup B) = 15 + 10 - 3 = 22$

92. 지윤이네 학교 학생 170 명 중 A 문제를 푼 학생이 80 명, B 문제를 푼 학생이 90 명, A 문제와 B 문제를 모두 푼 학생이 15 명일 때, A 문제와 B 문제 중 어느 것도 풀지 못한 학생은 몇 명인가?

① 10 명 ② 12 명 ③ 14 명 ④ 15 명 ⑤ 16 명

해설

전체집합을 U, A 문제를 푼 학생들의 집합을 A, B 문제를 푼 학생들의 집합을 B 라고 하면

$n(U) = 170$

$n(A) = 80$, $n(B) = 90$, $n(A \cap B) = 15$

$$\begin{aligned} n(A \cup B) &= n(A) + n(B) - n(A \cap B) \\ &= 80 + 90 - 15 \\ &= 155 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} n((A \cup B)^c) &= n(U) - n(A \cup B) \\ &= 170 - 155 \\ &= 15 \end{aligned}$$

93. 학생 수가 40 명인 어느 학급에서 두 종류의 치약 A, B 를 사용해 본 학생 수를 조사했더니 각각 20명, 30 명이었다. 두 종류의 치약을 모두 사용해 본 학생 수의 최댓값을 M, 최솟값을 m 이라 할 때, $M+m$의 값을 구하면?

① 10 ② 20 ③ 30 ④ 40 ⑤ 50

해설

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$
$$= 50 - n(A \cap B)$$

$n(A \cap B) = 50 - n(A \cup B) \cdots$ ㉠

ⅰ) $n(A \cap B)$가 최대인 경우는 치약 A를 사용한 학생이 모두 치약 B를 사용한 경우이다 $\Rightarrow M = 20$

ⅱ) $n(A \cap B)$ 가 최소인 경우는 ㉠에서 $n(A \cup B)$ 가 최대인 경우이다.

$\Rightarrow n(A \cup B) = 40, n(A \cap B) = 10 = m$

$\therefore m + M = 10 + 20 = 30$

94. 미영이네 반 학생들에 대하여 수학, 영어 두 과목에 대한 선호도 조사를 실시하였다. 그 결과 수학을 좋아하는 학생은 36명, 영어를 좋아하는 학생은 27명이었고, 수학과 영어를 모두 좋아하는 학생은 15명이었다. 이 때, 수학 또는 영어 한 과목만 좋아하는 학생은 몇 명인가?

① 27명 ② 30명 ③ 33명 ④ 36명 ⑤ 39명

해설

수학을 좋아하는 학생의 집합을 A, 영어를 좋아하는 학생의 집합을 B라 하면 $n(A) = 36,\ n(B) = 27,\ \ n(A \cap B) = 15$이므로
$n(A \cup B) = 36 + 27 - 15 = 48$
따라서 수학 또는 영어 한 과목만을 좋아하는 학생 수는 $n(A \cup B) - n(A \cap B) = 48 - 15 = 33$ (명)

95. 어느 반 학생 50명이 A, B두 문제를 푼 결과는 다음과 같다.

㉠ 문제를 맞힌 학생은 40명이다. ㉡ A 문제만 맞힌 학생수는 A와 B를 모두 맞힌 학생수보다 10명이 작다. ㉢ B 문제만 맞힌 학생수는 두 문제 모두 틀린 학생수의 4 배이다.

이 때, A, B 두 문제를 모두 맞힌 학생과 모두 틀린 학생 수의 합은?

① 2 ② 17 ③ 23 ④ 25 ⑤ 27

해설

$n(U)=50$, $n(A)=40$
$n(A-B)=n(A\cap B)-10$
$n(B-A)=4n(A^c\cap B^c)$
$n(A\cap B)=x$, $n(A^c\cap B^c)=y$ 라고 하면
$40-x=x-10$, $x=25$
$10-y=4y$, $y=2$
$x+y=27$

96. 어떤 반에서 A, B두 종류의 책에 대하여 그것을 읽었는지 여부를 조사하였더니 A를 읽은 학생은 전체의 $\frac{1}{2}$, B를 읽은 학생은 전체의 $\frac{3}{5}$, 두 종류 모두 읽은 학생은 전체의 $\frac{3}{10}$, 하나도 읽지 않은 학생은 8명이었다. 반 전체의 학생 수는 몇 명인가?

① 10명 ② 20명 ③ 30명 ④ 40명 ⑤ 50명

해설

A, B두 종류의 책을 읽은 학생의 집합을 각각 A, B라 하고, 그 반 전체의 인원수를 N이라 하면, $n(A\cup B)=n(A)+n(B)-n(A\cap B)$

$$=\left(\frac{1}{2}+\frac{3}{5}-\frac{3}{10}\right)N=\frac{4}{5}N$$

따라서, $n(A^c\cap B^c)=n((A\cup B)^c)=N-n(A\cup B)=\frac{1}{5}N$

그런데, $\frac{1}{5}N=8$ 이므로 $N=40$(명)

97. 집합 A, B가 유한집합 U의 부분집합이고, $n(U) = 60$, $n(A) = 42$, $n(B) = 18$일 때, $n(A \cup B)$의 최댓값을 M, 최솟값을 m이라 하면, $M - m$의 값은 얼마인가?

① 9 ② 18 ③ 27 ④ 36 ⑤ 38

해설

(i) $n(A \cup B) \le n(U) = 60$

(ii) $n(A \cap B) \le n(A)$, $n(A \cap B) \le n(B)$ $\therefore$ $n(A \cap B) \le 18$

$n(A \cap B) = n(A) + n(B) - n(A \cup B)$

$18 \ge 42 + 18 - n(A \cup B)$

$\therefore$ $n(A \cup B) \ge 42$

$\Rightarrow$ $42 \le n(A \cup B) \le 60$

$\therefore$ $m = 42$, $M = 60$

$M - n = 18$

98. 우리반 학생을 40 명을 대상으로 조사를 하였더니 비행기를 타본 학생이 25 명, 배를 타 본 학생이 13 명이다. 비행기도 배도 타보지 못한 학생 수의 최댓값을 a , 최솟값을 b 이라 할 때, $a+b$ 의 값은?

① 13 ② 15 ③ 17 ④ 19 ⑤ 21

해설

조사한 학생의 집합을 U , 비행기를 타 본 학생의 집합을 A , 배를 타 본 학생의 집합을 B 라 하면

$n(U) = 40,\ n(A) = 25,\ n(B) = 13$

$A \cap B = \varnothing$ 일 때, $n(A \cup B)$ 이 최대이므로 $n(A \cup B)$ 의 최댓값은 $25 + 13 = 38$ 이다.

$\therefore$ ($n((A \cup B)^c)$의 최솟값) $= a = 40 - 38 = 2$

$A \subset B$ 일 때, $n(A \cup B)$ 이 최소이므로 $n(A \cup B)$ 의 최솟값은 $n(A) = 25$ 이다.

$\therefore$ ($n((A \cup B)^c)$의 최댓값) $= b = 40 - 25 = 15$

따라서 $a + b = 17$ 이다.