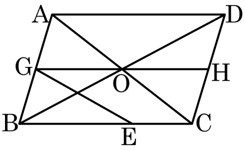
1. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 점 O 는 두 대각선의 교점이고, $\overline{\mathrm{AB}}, \overline{\mathrm{CD}}$ 의 중점이 각각 G, H 이다. $\triangle$GBE 의 넓이가 $2a$ 이고, $\overline{\mathrm{BE}} : \overline{\mathrm{EC}} = 2 : 1$ 일 때, 평행사변형 ABCD 의 넓이를 a 에 관해서 나타낸 것은?

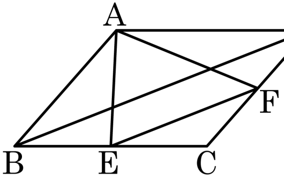


① $6a$ ② $9a$ ③ $12a$ ④ $16a$ ⑤ $24a$

해설

$\triangle$GBE 는 $\triangle$OBE 와 밑변과 높이의 길이가 같으므로 넓이가 서로 같다.
또한 $\triangle$OBE 와 $\triangle$OEC 의 높이가 같고 밑변의 길이가 $2:1$ 이므로 넓이의 비도 $2:1$ 이다.
따라서 $\triangle$OEC 의 넓이는 a 이고, $\triangle$OBC 의 넓이는 $3a$ 이다.
$\therefore$ 평행사변형 ABCD 의 넓이는
$4 \times \triangle\mathrm{OBC} = 4 \times 3a = 12a$ 이다.

2. 평행사변형 ABCD에서 $\overline{EF} // \overline{BD}$이다. $\triangle ABE = 20\,\text{cm}^2$일 때, $\triangle AFD$의 넓이를 구하여라.



① $16\,\text{cm}^2$ ② $18\,\text{cm}^2$ ③ $20\,\text{cm}^2$

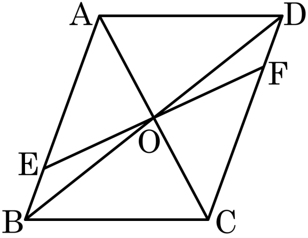
④ $22\,\text{cm}^2$ ⑤ $24\,\text{cm}^2$

해설

$\overline{DE}$와 $\overline{BF}$를 그으면

$\triangle ABE = \triangle DBE = \triangle DBF = \triangle DAF$

3. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 점 O 는 두 대각선의 교점이다. $\overline{AE} : \overline{EB} = 3 : 1$ 이고 $\triangle AEO$ 의 넓이가 18 일 때, 평행사변형 ABCD 의 넓이는?



① 6 ② 18 ③ 24 ④ 48 ⑤ 96

해설

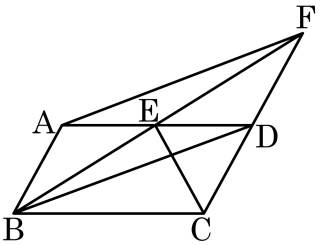
$\triangle AOE$ 와 $\triangle BEO$ 에서 높이는 같고 밑변이 $3 : 1$ 이므로 $\triangle AOE : \triangle BEO = 3 : 1$

$\therefore \triangle BEO = \dfrac{1}{3}\triangle AEO = 6$

$\triangle AOB = 6 + 18 = 24$

$\therefore \square ABCD = 4 \times \triangle AOB = 24 \times 4 = 96$ 이다.

4. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 꼭지점 B를 지나는 직선이 $\overline{AD}$와 만나는 점을 E, $\overline{DC}$의 연장선과 만나는 점을 F라고 한다. $\triangle FEC = 60\,cm^2$, $\triangle EDF = 40\,cm^2$일 때, $\triangle FEA$의 넓이로 알맞은 것은?



① $10\,cm^2$ ② $20\,cm^2$ ③ $30\,cm^2$

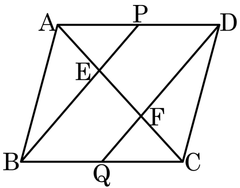
④ $40\,cm^2$ ⑤ $50\,cm^2$

해설

$\triangle ADF = \triangle BDF$이므로

$$\begin{aligned}\triangle FEA &= \triangle BED = \triangle ECD \\ &= \triangle FEC - \triangle EDF \\ &= 60 - 40 = 20\,(cm^2)\end{aligned}$$

5. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 두 점 P, Q 는 각각 $\overline{AD}$, $\overline{BC}$ 의 중점이다. □ABCD 의 넓이가 36cm^2 일 때, □EBQF 의 넓이는?



① 9cm^2 ② 12cm^2 ③ 18cm^2

④ 20cm^2 ⑤ 22cm^2

해설

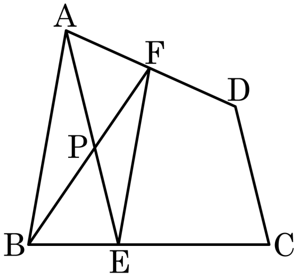
$\overline{BD}$, $\overline{PQ}$ 의 교점을 O 라고 하면 △PEO 와 △QFO 에서

$\overline{PO} = \overline{QO}$, $\angle EPO = \angle FQO$, $\angle POE = \angle QOF$

$\therefore$ △PEO ≡ △QFO (ASA 합동)

$\square EBQF = \triangle PBQ = \dfrac{1}{4}\square ABCD = 9\ (\text{cm}^2)$

6. 다음 그림과 같은 사각형 ABCD 에서 $\overline{AB} /\!/ \overline{FE}$ 일 때, 넓이가 같은 삼각형은 모두 몇 쌍 있는가?



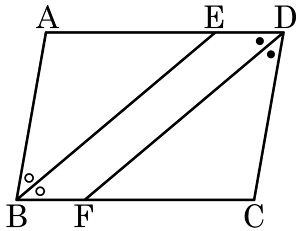
① 1쌍 ② 2쌍 ③ 3쌍 ④ 4쌍 ⑤ 5쌍

해설

$\triangle ABE = \triangle ABF,\ \triangle AEF = \triangle BEF$

$\triangle APF = \triangle PBE$

7. 다음은 평행사변형 ABCD에서 $\angle B$, $\angle D$의 이등분선이 $\overline{AD}$, $\overline{BC}$와 만나는 점을 각각 E, F라 할 때, □EBFD가 평행사변형임을 증명하는 과정이다. □ 안에 들어갈 알맞은 것은?



□ABCD는 평행사변형이고

$\angle B = \angle D$이므로 $\frac{1}{2}\angle B = \frac{1}{2}\angle D$

즉, $\angle ABE = \angle EBF \cdots$ ㉠

$\angle AEB = \angle EBF$ (엇각)

$\angle EDF = \boxed{}$(엇각)이므로

$\angle AEB = \angle CFD$

$\angle DEB = \angle 180° - \boxed{} = \angle DFB \cdots$ ㉡

㉠, ㉡에 의하여 □EBFD는 평행사변형이다.

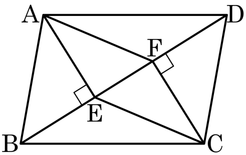
① $\angle CDF$, $\angle ABE$ ② $\angle CDF$, $\angle AEB$ ③ $\angle CFD$, $\angle ABE$

④ $\angle CFD$, $\angle AEB$ ⑤ $\angle DCF$, $\angle ABE$

해설

$\overline{AD} // \overline{BC}$이므로 $\angle EDF = \angle CFD$는 엇각으로 같고, $\angle DEB = 180° - \angle AEB = \angle DFB$이다.

8. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD 의 꼭짓점 A, C 에서 대각선 BD 에 내린 수선의 발을 각각 E, F 라 할 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\overline{AB} = \overline{DC}$

② $\angle ABE = \angle CDF$

③ $\triangle ABE \equiv \triangle CDF$

④ $\overline{AE} \,//\, \overline{CF}$

⑤ $\overline{AE} = \overline{CE}$

해설

$\triangle ABE$ 와 $\triangle CDF$ 에서 $\angle AEB = \angle CFD = 90^\circ$

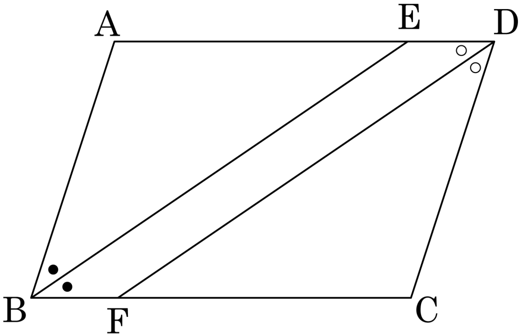
$\overline{AB} = \overline{CD}$

$\angle ABE = \angle CDF$ (엇각)

$\therefore\ \triangle ABE \equiv \triangle CDF$ (RHA 합동)

$\therefore\ \overline{AE} \,//\, \overline{CF},\ \overline{AE} = \overline{CF}$

9. 다음은 평행사변형 ABCD에서 $\angle B$, $\angle D$의 이등분선이 $\overline{AD}$, $\overline{BC}$와 만나는 점을 각각 E, F라 할 때, □EBFD가 평행사변형임을 증명하는 과정이다. □ 안에 들어갈 알맞은 것은?



□ABCD는 평행사변형이고, $\angle B = \angle D$이므로 $\frac{1}{2}\angle B = \frac{1}{2}\angle D$, 즉

$\angle EBF = \angle EDF \cdots$ ㉠

$\angle AEB = \angle EBF$, $\boxed{} = \angle CFD$ ($\because$ 엇각)

$\angle AEB = \angle CFD$

$\angle DEB = \angle 180° - \angle AEB = \angle DFB \cdots$ ㉡

㉠, ㉡에 의하여 □EBFD는 평행사변형이다.

① $\angle EDF$ ② $\angle CDF$ ③ $\angle EAB$

④ $\angle DCF$ ⑤ $\angle DFB$

해설

$\overline{AD} \,//\, \overline{BC}$이므로 $\angle CFD = \angle EDF$는 엇각으로 같다.