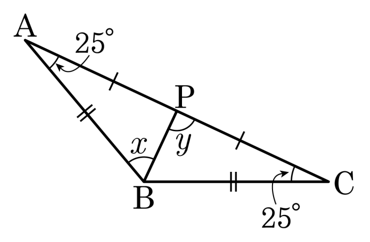
1. 다음 그림의 $\triangle ABC$에서, $\overline{AB} = \overline{BC}$, $\overline{AP} = \overline{CP}$라고 할 때, $x + y$의 크기는?



① $125°$ ② $135°$ ③ $145°$ ④ $155°$ ⑤ $165°$

해설

이등변삼각형에서 꼭지각의 이등분선은 밑변을 수직이등분하므로

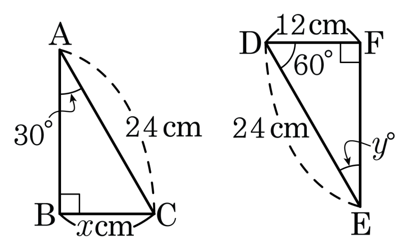
$y = 90°$

또 $\triangle ABP$에서 내각의 합은 $180°$이므로

$x = 180° - (90° + 25°) = 65°$

$\therefore\ x + y = 65° + 90° = 155°$

2. 두 직각삼각형 ABC, DEF 가 다음 그림과 같을 때, $x+y$ 의 값은?

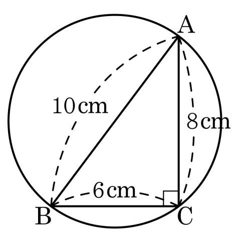


① 12　② 36　③ 42　④ 48　⑤ 60

해설

$\triangle ABC, \triangle EFD$ 는 RHA 합동 이므로
$\overline{BC} = \overline{FD} = 12\text{cm} = x\text{cm}$, $\angle y = \angle CAB = 30°$
$\therefore x + y = 12 + 30 = 42$

3. 다음 그림에서 $\overline{AB} = 10\,\mathrm{cm}$, $\overline{BC} = 6\,\mathrm{cm}$, $\overline{AC} = 8\,\mathrm{cm}$ 이고, $\angle C = 90°$ 이다. 외접원의 넓이는?

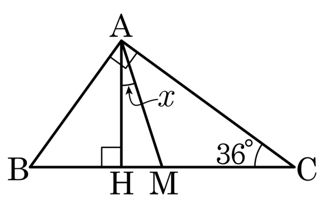


① $22\pi\,\mathrm{cm}^2$ ② $25\pi\,\mathrm{cm}^2$
③ $26\pi\,\mathrm{cm}^2$ ④ $28\pi\,\mathrm{cm}^2$
⑤ $30\pi\,\mathrm{cm}^2$

해설

반지름이 $5\,\mathrm{cm}$ 이므로 외접원의 넓이는 $25\pi\,\mathrm{cm}^2$ 이다.

4. 다음 그림에서 점 M 은 직각삼각형 ABC 의 외심이고 $\angle C = 36°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



① 15° ② 18° ③ 20° ④ 22° ⑤ 25°

해설

직각삼각형의 외심은 빗변의 중점이므로 $\overline{AM} = \overline{CM} = \overline{BM}$

$\overline{AM} = \overline{CM}$ 이므로 $\triangle AMC$ 은 이등변삼각형이다.

따라서 $\angle ACM = \angle CAM = 36° \cdots$ ㉠

또, 삼각형의 내각의 합은 180° 이므로

$\angle ABC = 180° - 90° - 36° = 54°$ 이다.

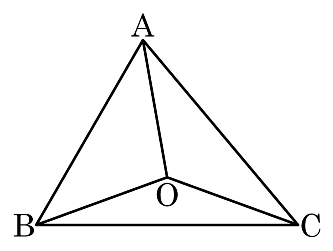
$\angle BAH = 180° - \angle ABC - 90° = 180° - 54° - 90° = 36° \cdots$ ㉡

$\angle A = 90°$ 이고, $\angle HAM = \angle A - \angle BAH - \angle CAM$ 이므로

㉠, ㉡에 의해서 $\angle HAM = 90° - 36° - 36° = 18°$

따라서 $x = 18°$ 이다.

5. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 점 O는 외심이고 $\angle AOB : \angle COA : \angle BOC = 5 : 6 : 7$ 일 때, $\angle ACB$ 의 크기를 구하면?

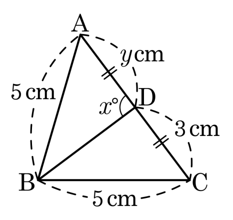


① 40° ② 50° ③ 60° ④ 70° ⑤ 80°

해설

$\angle ACB = 360° \times \dfrac{5}{(5+6+7)} \times \dfrac{1}{2} = 50°$

6. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $x+y$ 는?



① 84 ② 87 ③ 91

④ 93 ⑤ 97

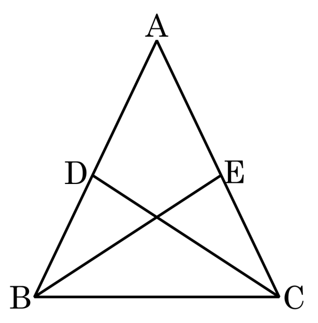
해설

$\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이고 $\overline{BD}$ 는 $\overline{AC}$ 를 이등분하므로 $\overline{BD} \perp \overline{AC}$

$\therefore x = 90,\ y = 3$

따라서 $x+y = 90+3 = 93$

7. 다음은 「$\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형 ABC 에서 변 AB, AC 위의 두 점 D, E 에 대하여 $\overline{AD} = \overline{AE}$ 이면 $\overline{DC} = \overline{EB}$ 이다.」를 증명한 것이다. 다음 ㉠ ~ ㉤에 짝지은 것으로 옳지 <u>않은</u> 것은?



[가정] △ABC 에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$, $\overline{AD}$= ㉠

[결론] $\overline{DC} =$ ㉡

[증명] △ABE 와 △ACD 에서

$\overline{AB} =$ ㉢,

$\overline{AE} =$ ㉣, ∠A 는 공통이므로

△ABE ≡ △ACD (㉤ 합동)

∴ $\overline{DC} =$ ㉡

① ㉠ : $\overline{AE}$ ② ㉡ : $\overline{EB}$ ③ ㉢ : $\overline{AC}$

④ ㉣ : $\overline{AD}$ ⑤ ㉤ : ASA

해설

[가정] △ABC 에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$, $\overline{AD} = \overline{AE}$

[결론] $\overline{DC} = \overline{EB}$

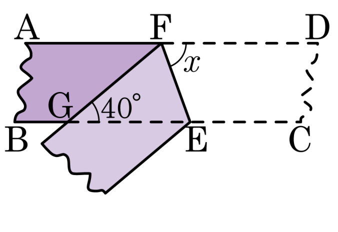
[증명] △ABE 와 △ACD 에서

$\overline{AB} = \overline{AC}$, $\overline{AE} = \overline{AD}$, ∠A 는 공통이므로

△ABE ≡ △ACD (SAS 합동)

∴ $\overline{DC} = \overline{EB}$

8. 다음 그림과 같이 폭이 일정한 종이 테이프를 접었다. $\angle \mathrm{FGE} = 40°$ 일 때, $\angle x$의 크기는?

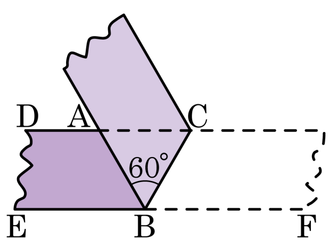


① $30°$　② $40°$　③ $50°$　④ $60°$　⑤ $70°$

해설

종이 테이프를 접으면 $\angle \mathrm{DFE} = \angle \mathrm{GFE} = \angle x$ 이고
$\angle \mathrm{DFE} = \angle \mathrm{GEF} = \angle x$ (엇각)
$\angle \mathrm{GFE} = \angle \mathrm{GEF} = \angle x$
$\angle x = \dfrac{180° - 40°}{2} = 70°$

9. 다음 그림과 같이 폭이 일정한 종이 테이프를 접었다. $\angle ABC = 60°$ 일 때, 다음 설명 중 <u>옳지</u> 않은 것은?



① $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형이다.

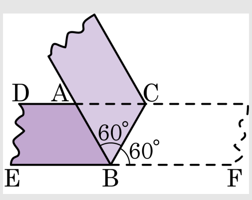
② $\overline{BC} = \overline{AB}$ 인 이등변삼각형이다.

③ $\triangle ABC$ 는 정삼각형이다.

④ $\angle ABE = \angle CBF$ 이다.

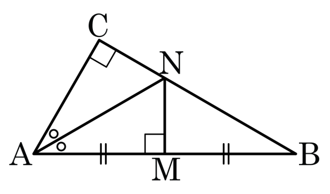
⑤ $\angle DAB = 100°$ 이다.

해설



① $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형이다. → $\overline{AB} = \overline{AC} = \overline{BC}$ 인 정삼각형이다.
② $\overline{BC} = \overline{AB}$ 인 이등변삼각형이다. → $\overline{AB} = \overline{AC} = \overline{BC}$ 인 정삼각형이다.
③ $\angle ABC = \angle CBF = 60°$ (종이 접은 각)
$\angle CBF = \angle ACB = 60°$ (엇각) $\quad \therefore \angle CAB = 60°$
$\triangle ABC$ 는 내각이 모두 $60°$ 인 정삼각형이다.
④ $\angle ABE = 180° - \angle ABC - \angle CBF = 180° - 60° - 60° = 60°$ 이다.
$\therefore \angle ABE = \angle CBF$
⑤ $\angle DAB = 100°$ 이다. → $\angle CAB = 60°$ $\quad \therefore \angle DAB = 120°$

10. 다음 그림과 같은 직각삼각형 ABC 에서 $\angle A$ 의 이등분선과 $\overline{AB}$ 의 수직이등분선이 $\overline{BC}$ 위의 점 N 에서 만날 때, $\angle ANB$ 의 크기를 구하면?

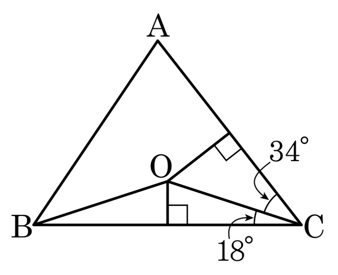


① 110° ② 120° ③ 130° ④ 140° ⑤ 150°

해설

$\triangle AMN$ 과 $\triangle ACN$ 은 합동이 되고 또한 $\triangle ANM$ 과 $\triangle BNM$ 도 합동이 된다. $\angle A = 2\angle a$ 라 하면 $\angle ABC = \angle a$ 이므로 $2\angle a + \angle a = 90 \rightarrow \angle a = 30°$ 이다.
따라서 $\angle B$ 와 $\angle BAN$ 은 30° 이므로 $\angle ANB$ 는 120° 가 된다.

11. 다음 그림의 ABC 에서 점 O 는 외심이다. $\angle OCA = 34^\circ$, $\angle OCB = 18^\circ$ 일 때, $\angle OBA$ 의 크기는?



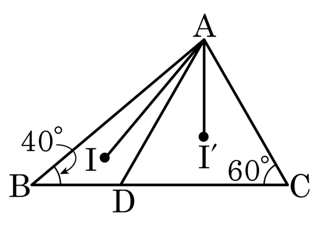
① 18° ② 34° ③ 36° ④ 38° ⑤ 52°

해설

$\angle OBA + \angle OCB + \angle OCA = 90^\circ$

$\angle OBA = 90^\circ - \angle OCB - \angle OCA = 38^\circ$

12. 다음 그림에서 점 I, I′ 는 각각 $\triangle$ABD, $\triangle$ADC 의 내심이다. $\angle B = 40°$, $\angle C = 60°$ 일 때, $\angle IAI'$ 의 크기는?

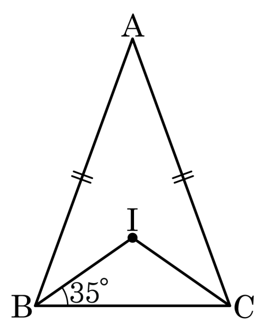


① 20° ② 30° ③ 40° ④ 50° ⑤ 60°

해설

$\angle IAI' = \dfrac{1}{2}\angle A = \dfrac{1}{2} \times 80° = 40°$

13. 다음 그림과 같은 $\triangle \mathrm{ABC}$에서 점 I는 내심이고, $\angle \mathrm{IBC} = 35^\circ$일 때, $\angle \mathrm{BIC}$의 크기는?

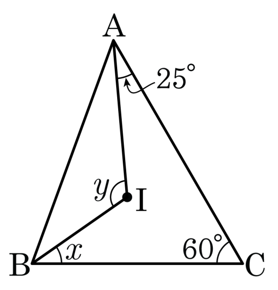


① 108° ② 109° ③ 110° ④ 111° ⑤ 112°

해설

점 I가 삼각형 세 이등분선의 교점이므로 $\angle \mathrm{IBC} = \angle \mathrm{ABI} = 35^\circ$이고, $\angle \mathrm{ABC} = 70^\circ$이다.
$\triangle \mathrm{ABC}$가 이등변 삼각형이므로 $\angle \mathrm{ABC} = \angle \mathrm{ACB} = 70^\circ$이다.
$\angle \mathrm{A} = 180^\circ - 70^\circ - 70^\circ = 40^\circ$이다.
점 I가 $\triangle \mathrm{ABC}$의 내심일 때, $\angle \mathrm{BIC} = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle \mathrm{A}$이므로
$\angle \mathrm{BIC} = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle \mathrm{A} = 90^\circ + \frac{1}{2} \times 40^\circ = 110^\circ$

14. 다음 그림의 $\triangle ABC$에서 점 I는 내심이다. $\angle CAI = 25°$, $\angle ACB = 60°$일 때, $\angle x + \angle y$의 크기는?



① $120°$ ② $125°$ ③ $145°$ ④ $155°$ ⑤ $165°$

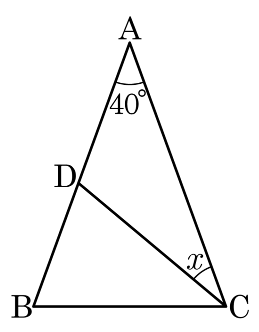
해설

ⅰ) $\angle y = 90° + \frac{1}{2} \times 60° = 120°$

ⅱ) $\angle x + 25° + 30° = 90°$ $\therefore \angle x = 35°$

$\therefore \angle x + \angle y = 155°$

15. 다음 $\triangle ABC$에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$, $\overline{CB} = \overline{CD}$, $\angle A = 40°$일 때, $\angle x$의 크기는?



① $20°$ ② $25°$ ③ $30°$ ④ $35°$ ⑤ $40°$

해설

$\triangle ABC$에서

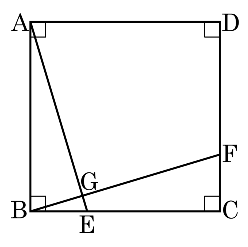
$\angle ABC = \angle ACB = \frac{1}{2}(180° - 40°) = 70°$

$\triangle CDB$에서

$\angle BCD = 180° - (2 \times 70°) = 40°$

따라서 $\angle x = 70° - 40° = 30°$이다.

16. 정사각형 ABCD 에서 $\overline{BE}=\overline{CF}$ 이고 $\overline{AE}$ 와 $\overline{BF}$ 의 교점을 G 라 할 때, $\angle GBE+\angle BEG$ 의 크기는?

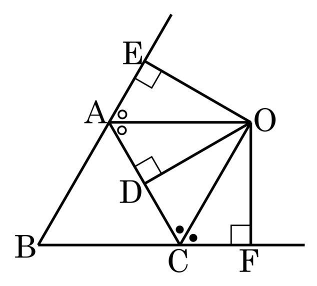


① $70°$ ② $80°$ ③ $90°$
④ $100°$ ⑤ $110°$

해설

$\triangle ABE \equiv \triangle BCF$ (SAS 합동)
$\angle GBE = \angle FBC = \angle EAB$, $\angle GEB = \angle AEB = \angle BFC$, $\angle EAB + \angle BFC = 90°$
$\therefore 90°$

17. 다음 그림에서 △ABC 의 ∠A, ∠C 의 외각의 이등분선의 교점을 O 라 하고, 점 O 에서 각 변의 연장선 위에 내린 수선의 발을 D, E, F 라 할 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\overline{OD} = \overline{OE} = \overline{OF}$ ② △ADO ≡ △CDO

③ △AEO ≡ △ADO ④ $\overline{CD} = \overline{CF}$

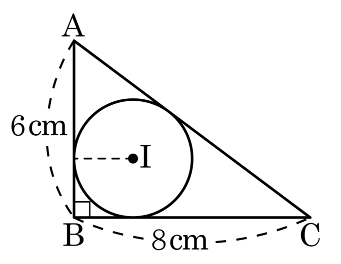
⑤ $\overline{AD} = \overline{AE}$

해설

그림에서 △AEO ≡ △ADO , △CFO ≡ △CDO (RHA 합동)이므로

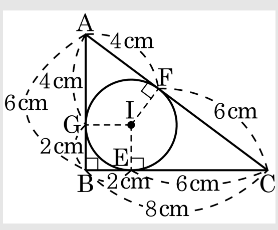
$\overline{OD} = \overline{OE} = \overline{OF}$, $\overline{CD} = \overline{CF}$, $\overline{AD} = \overline{AE}$

18. 다음 그림에서 점 I 는 $\overline{AB} = 6\text{cm}$, $\overline{BC} = 8\text{cm}$, $\angle B = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 의 내심이다. 이 삼각형의 내접원의 반지름의 길이가 2cm 일 때, 빗변의 길이는?



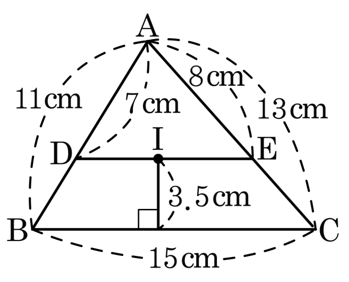
① 9cm ② 10cm ③ 11cm ④ 12cm ⑤ 13cm

해설



점 I 가 삼각형의 내심이므로 $\overline{AD} = \overline{AF}, \overline{BE} = \overline{BD}, \overline{CE} = \overline{CF}$ 이다. 내심의 반지름이 $2\,\text{cm}$ 이므로 $\overline{BD} = \overline{BE} = 2\,\text{cm}$ 이다.
$\overline{AD} = 4\,\text{cm}, \overline{EC} = 6\,\text{cm}$ 이므로 빗변의 길이 $\overline{AC} = \overline{AF} + \overline{FC} = 4 + 6 = 10(\,\text{cm})$ 이다.

19. 다음 그림에서 점 I 는 삼각형 ABC 의 내심이고 $\overline{DE}//\overline{BC}$ 일 때, □DBCE 의 넓이는 얼마인가?



① $38cm^2$ ② $40cm^2$ ③ $42cm^2$

④ $44cm^2$ ⑤ $46cm^2$

해설

점 I 가 내심이고 $\overline{DE}//\overline{BC}$ 일 때,

(△ADE 의 둘레의 길이)$= \overline{AB} + \overline{AC}$

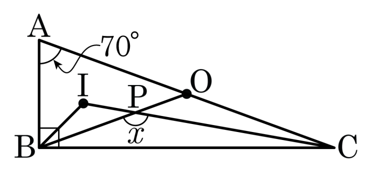
따라서 (△ADE 의 둘레의 길이) $= \overline{AB}+\overline{AC} = 11+13 = 24(cm)$ 이다.

$\overline{AD} + \overline{AE} = 7 + 8 = 15(cm)$ 이므로 $\overline{DE} = 24 - 15 = 9(cm)$ 이다.

따라서 사다리꼴 DBCE 의 넓이는

$(9 + 15) \times 3.5 \times \frac{1}{2} = 84 \times \frac{1}{2} = 42(cm^2)$ 이다.

20. 다음 그림과 같이 $\angle B = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 에서 점 O, I 는 각각 외심, 내심이다. $\angle A = 70°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?



① 120° ② 130° ③ 140° ④ 150° ⑤ 160°

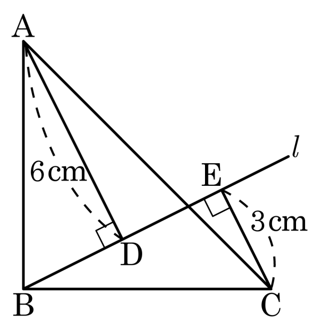
해설

$\angle ACB = 90° - 70° = 20°$ 이므로 $\angle ICB = \frac{1}{2}\angle C = 10°$

$\triangle OBC$ 에서 $\overline{OB} = \overline{OC}$ 이므로 $\angle OBC = \angle OCB = 20°$

따라서 $\triangle PBC$ 에서 $\angle x = \angle BPC = 180° - (10° + 20°) = 150°$ 이다.

21. 다음 그림과 같이 $\angle B = 90°$ 이고 $\overline{AB} = \overline{BC}$ 인 직각이등변삼각형 ABC 의 두 꼭지점 A, C 에서 꼭지점 B 를 지나는 직선 l 에 내린 수선의 발을 각각 D, E 라 하자. $\overline{AD} = 6\text{cm}, \overline{CE} = 3\text{cm}$, 일 때, $\overline{DE}$ 의 길이는?

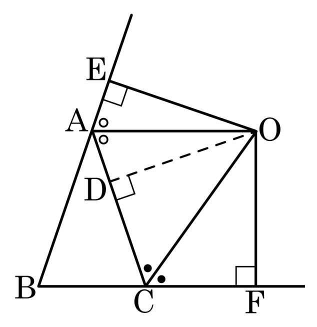


① 2cm ② 3cm ③ 4cm ④ 5cm ⑤ 6cm

해설

$\triangle ABD$ 와 $\triangle BCE$ 에서
$\angle ADB = \angle BEC = 90°$
$\overline{AB} = \overline{BC}, \angle ABD = 90° - \angle EBC = \angle BCE$
따라서 $\triangle ABD \equiv \triangle BCE$ (RHA합동) 이므로
$\overline{BD} = \overline{CE} = 3(\text{cm}), \overline{BE} = \overline{AD} = 6(\text{cm})$
$\therefore \overline{DE} = \overline{BE} - \overline{BD} = 6 - 3 = 3(\text{cm})$

22. 오른쪽 그림에서 $\triangle ABC$ 의 $\angle A$ 의 외각의 이등분선과 $\angle C$ 의 외각의 이등분선의 교점을 O 라 하고, O 에서 $\overline{BA}, \overline{BC}$ 의 연장선 위 에 내린 수선의 발을 각각 E, F 라고 할 때, 다음 중 성립하지 <u>않는</u> 것은?



① $\angle DOC = \angle FOC$　　② $\angle AOD = \angle COD$

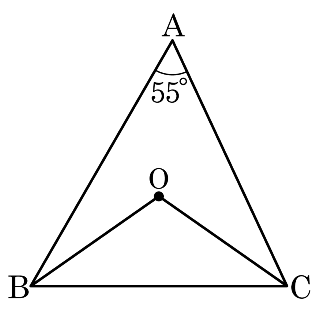
③ $\overline{AE} + \overline{CF} = \overline{AC}$　　④ $\triangle EOA \equiv \triangle DOA$

⑤ $\overline{OE} = \overline{OD} = \overline{OF}$

해설

$\triangle EOA \equiv \triangle DOA$(RHA 합동), $\triangle DOC \equiv \triangle FOC$(RHA 합동) 이므로 ①,③,④,⑤는 맞다.

23. 다음 그림에서 점 O 는 $\triangle ABC$ 의 외심이다. $\angle ABO + \angle ACO$ 의 크기는?

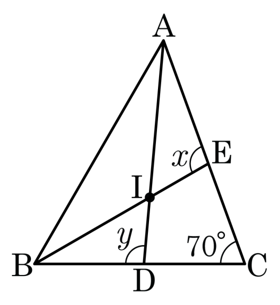


① 40° ② 45° ③ 50° ④ 55° ⑤ 60°

해설

보조선 $\overline{OA}$ 를 그으면
$\angle OAB = \angle OBA$
$\angle OAC = \angle OCA$ 이므로
$\angle ABO + \angle ACO = \angle OAB + \angle OAC = \angle BAC = 55°$ 이다.

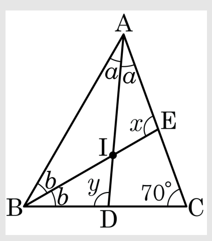
24. 다음 그림의$\triangle ABC$ 에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. $\angle C = 70°$ 일 때, $\angle x + \angle y$ 의 크기를 구하여라.



① 175°　② 185°　③ 195°　④ 205°　⑤ 215°

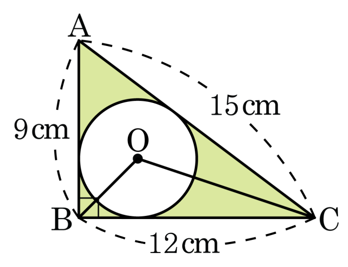
해설

오른쪽 그림과 같이



$\angle IAB = \angle IAC = \angle a$, $\angle IBA = \angle IBC = \angle b$ 라 하면
$\triangle ABC$ 에서 $2\angle a + 2\angle b + 70° = 180°$
$\therefore \angle a + \angle b = 55°$
$\triangle BCE$ 에서 $\angle x = \angle b + 70°$, $\triangle ADC$ 에서
$\angle y = \angle a + 70°$
$\therefore \angle x + \angle y = (\angle b + 70°) + (\angle a + 70°)$
$= \angle a + \angle b + 140° = 55° + 140° = 195°$

25. 직각삼각형 ABC 에 원 O 가 내접되었을 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.



① $(54-6\pi)\,\mathrm{cm}^2$
② $(54-7\pi)\,\mathrm{cm}^2$
③ $(54-8\pi)\,\mathrm{cm}^2$
④ $(54-9\pi)\,\mathrm{cm}^2$
⑤ $(54-10\pi)\,\mathrm{cm}^2$

해설

원 O 의 반지름의 길이를 r 이라 하면

$\frac{1}{2}r\times(9+15+12)=\frac{1}{2}\times 9\times 12$

$\therefore r=3(\mathrm{cm})$

$\therefore$ (색칠한 부분의 넓이)

$=\frac{1}{2}\times 9\times 12-3^2\times\pi=54-9\pi\,(\mathrm{cm}^2)$