

1.  $x$ 에 대한 일차방정식  $(a^2 + 3)x + 1 = a(4x + 1)$ 의 해가 무수히 많을 때,  $a$ 의 값은?

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

$$(a^2 + 3 - 4a)x = a - 1$$

모든  $x$ 에 대해 성립하려면

$$a^2 - 4a + 3 = 0, a - 1 = 0$$

$$\text{공통근} : a = 1$$

2.  $x^2 - 2\sqrt{2}x + 2 = 0$ 을 풀면?

①  $x = -\sqrt{2}$

②  $x = \sqrt{2}$

③  $x = 0$

④  $x = 4 - \sqrt{2}i$

⑤  $x = 6$

해설

$$x^2 - 2\sqrt{2}x + (\sqrt{2})^2 = (x - \sqrt{2})^2 = 0$$

$$\therefore x = \sqrt{2}$$

3.  $x$ 에 대한 이차방정식  $kx^2 + (2k+1)x + 6 = 0$ 의 해가 2,  $\alpha$ 일 때,  $k + \alpha$ 의 값을 구하면?

① -1

② -2

③ -3

④ -4

⑤ -5

### 해설

해가 2,  $\alpha$ 라면 방정식에 2를 대입하면 0이 된다.

$$k \cdot 2^2 + (2k+1)2 + 6 = 0$$

$$4k + 4k + 8 = 0 \text{에서 } k = -1$$

$k = -1$ 을 방정식에 대입하고  $\alpha$ 를 구한다.

$$-x^2 - x + 6 = 0, x^2 + x - 6 = 0$$

$$(x+3)(x-2) = 0, x = 2, -3$$

$$\therefore k = -1, \alpha = -3$$

$$\therefore k + \alpha = -4$$

4.  $x$ 에 대한 이차방정식  $2mx^2 + (5m+2)x + 4m+1 = 0$ 이 중근을 갖도록 하는 실수  $m$ 의 값은?

①  $-\frac{3}{2}, -2$

②  $-\frac{7}{12}, -\frac{1}{2}$

③  $-\frac{7}{2}, 2$

④  $-\frac{2}{7}, 2$

⑤  $\frac{2}{7}, \frac{3}{2}$

해설

주어진 이차방정식의 판별식을  $D$ 라고 하면 중근을 가질 조건은  $D = 0$ 이므로

$$D = (5m + 2)^2 - 4 \cdot 2m \cdot (4m + 1) = 0$$

$$25m^2 + 20m + 4 - 32m^2 - 8m = 0$$

$$7m^2 - 12m - 4 = 0$$

$$(7m + 2)(m - 2) = 0$$

$$\therefore m = -\frac{2}{7} \text{ 또는 } 2$$

5. 이차방정식  $3x^2 - 6x + k = 0$ 이 실근을 갖도록 실수  $k$ 의 범위를 정하면?

①  $k < 1$

②  $k \leq 1$

③  $k < 3$

④  $k \leq 3$

⑤  $1 < k < 3$

해설

$$3x^2 + 6x + k = 0,$$

$$\frac{D}{4} = (-3)^2 - 3 \cdot k \geq 0$$

$$3k \leq 9 \quad \therefore k \leq 3$$

6. 이차방정식  $x^2 + ax + b = 0$  의 한 근이  $1 - i$  일 때,  $a + b$  의 값을 구하면? (단,  $a, b$  는 실수)

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 0

해설

다른 한 근은 복소수의 켈레근인  $1 + i$  이므로

두 근의 합:  $(1 + i) + (1 - i) = -a \quad \therefore a = -2$

두 근의 곱:  $(1 + i)(1 - i) = b \quad \therefore b = 2$

$\therefore a + b = -2 + 2 = 0$

7. 직선  $y = 3x + 2$  와 포물선  $y = x^2 + mx + 3$  이 두 점에서 만나기 위한 실수  $m$  의 범위를 구하면?

①  $m < -1, m > 3$

②  $m < 1, m > 5$

③  $-1 < m < 3$

④  $-1 < m < 5$

⑤  $1 < m < 5$

해설

$y = 3x + 2, y = x^2 + mx + 3$  에서  $y$  를 소거하면

$$x^2 + (m - 3)x + 1 = 0, D = (m - 3)^2 - 4 > 0$$

$$m^2 - 6m + 5 > 0, (m - 1)(m - 5) > 0$$

$$\therefore m < 1, m > 5$$

8.  $x = -1$  일 때, 최댓값 3 을 갖고 한 점  $(1, -1)$  을 지나는 포물선의 식은?

①  $y = -2(x + 1)^2 - 4$

②  $y = (x - 2)^2 - 3$

③  $y = -2(x - 1)^2 + 3$

④  $y = -(x + 1)^2 + 3$

⑤  $y = -\frac{1}{2}x^2 - 1$

해설

꼭짓점이  $(-1, 3)$  이므로  $y = a(x + 1)^2 + 3$

$(1, -1)$  을 대입하면  $-1 = 4a + 3$

$$a = -1$$

$$\therefore y = -(x + 1)^2 + 3$$

9. 합이 18 인 두 수가 있다. 한 수를  $x$ , 두 수의 곱을  $y$  라 할 때, 두 수의 곱의 최댓값을 구하면?

① 11

② 21

③ 25

④ 81

⑤ 100

해설

합이 18 인 두 수가 있다. 한 수를  $x$  로 두면 나머지 한 수는  $(18 - x)$  이다.

$$y = x(18 - x) = -x^2 + 18x = -(x^2 - 18x + 81) + 81$$

$$y = -(x - 9)^2 + 81$$

따라서 두 수의 곱의 최댓값은 81 이다.

10. 연립방정식  $\begin{cases} x^2 - y^2 = 2 \\ x - y = 1 \end{cases}$  의 해를 순서쌍  $(x, y)$  으로 나타내면?

①  $(2, 1)$

②  $(\sqrt{2} + 1, \sqrt{2})$

③  $(\frac{3}{2}, \frac{1}{2})$

④  $(\sqrt{3}, 1)$

⑤  $(\frac{5}{3}, \frac{2}{3})$

해설

$$\begin{cases} x^2 - y^2 = 2 \cdots \textcircled{㉠} \\ x - y = 1 \cdots \textcircled{㉡} \end{cases}$$

㉡을  $y = x - 1$ 로 변형하여

㉠에 대입하면

$$x^2 - (x - 1)^2 = x^2 - x^2 + 2x - 1 = 2$$

$$2x = 3$$

$$\therefore x = \frac{3}{2}, y = \frac{1}{2}$$

11. 이차방정식  $(1 - i)x^2 + (1 + 3i)x - 2(1 + i) = 0$ 의 두 근을  $\alpha, \beta$ 라 할 때,  $\alpha^2 + \beta^2$ 의 값은? (단,  $i = \sqrt{-1}$ )

① -4

② -3

③ -2

④ -1

⑤ 0

해설

주어진 방정식의 양변에  $1 + i$ 를 곱하면

$$(1 + i)(1 - i)x^2 + (1 + i)(1 + 3i)x - 2(1 + i)(1 + i) = 0$$

$$2x^2 + (4i - 2)x - 2(2i) = 0$$

$$x^2 + (2i - 1)x - 2i = 0$$

$$(x + 2i)(x - 1) = 0$$

$$\therefore x = -2i \text{ 또는 } x = 1$$

$$\therefore \alpha^2 + \beta^2 = (-2i)^2 + 1^2 = -3$$

12. 이차방정식  $x^2 + 2x + 3 = 0$ 의 두 근을  $\alpha, \beta$ 라고 할 때,  $\alpha + \beta, \alpha\beta$ 를 두 근으로 하고  $x^2$ 의 계수가 1인 이차방정식을 구하면?

①  $x^2 + 6x - 1 = 0$

②  $x^2 - 6x - 1 = 0$

③  $x^2 + x - 6 = 0$

④  $x^2 - x + 6 = 0$

⑤  $x^2 - x - 6 = 0$

### 해설

근과 계수와의 관계에 의해

$$\alpha + \beta = -2, \quad \alpha\beta = 3$$

-2, 3을 근으로 하는 이차방정식은

$$(x + 2)(x - 3) = 0$$

$$x^2 - x - 6 = 0$$

13. 복소수의 범위에서 인수분해가 옳게 된 것은?

①  $x^4 + x^2 - 2 = (x+1)(x-1)(x+\sqrt{2}i)(x-\sqrt{2}i)$

②  $x^3 - 1 = (x-1)(x^2 - x + 1)$

③  $x^2 - 2x - 1 = (x-1-\sqrt{2})(x+1-\sqrt{2})$

④  $x^2 + 2x + 3 = (x+1-2i)(x+1+2i)$

⑤  $x^4 - 4 = (x+2)(x-2)(x+2i)(x-2i)$

해설

①  $(x^2 + 2)(x^2 - 1) = (x+1)(x-1)(x^2 + 2)$   
 $= (x+1)(x-1)(x+\sqrt{2}i)(x-\sqrt{2}i) \rightarrow \text{○}$

②  $x^3 - 1 = (x-1)(x^2 + x + 1)$

③  $x^2 - 2x - 1 = (x-1-\sqrt{2})(x-1+\sqrt{2})$

④  $x^2 + 2x + 3 = (x+1-\sqrt{2}i)(x+1+\sqrt{2}i)$

⑤  $x^4 - 4$

$= (x-\sqrt{2})(x+\sqrt{2})(x-\sqrt{2}i)(x+\sqrt{2}i)$

14.  $x$ 에 대한 이차방정식  $x^2 - ax + b = 0$ 을 풀 때,  $a$ 를 잘못 보아 두 근  $\frac{1}{2}$ , 4를 얻었고,  $b$ 를 잘못 보아 -2, 5를 얻었다. 이 때, 옳은 두 근은?

①  $x = -1$  또는  $x = -2$

②  $x = -1$  또는  $x = 2$

③  $x = 0$  또는  $x = 2$

④  $x = 1$  또는  $x = 2$

⑤  $x = 2$  또는  $x = 3$

### 해설

이차방정식  $x^2 - ax + b = 0$ 에서

(i) 처음에는  $x$ 의 계수  $a$ 를 잘못 보고,

상수항  $b$ 를 바르게 보았으므로, 두 근  $\frac{1}{2}$ , 4의 곱은 옳다.

따라서  $b = 2$

(ii) 두 번째는 상수항  $b$ 를 잘못 보고,  $x$ 의 계수  $a$ 를 바르게 보았으므로

두 근 -2, 5의 합은 옳다.

따라서  $a = 3$ ,

$\therefore$  주어진 이차방정식은

$$x^2 - 3x + 2 = 0, (x-1)(x-2) = 0$$

$$\therefore x = 1 \text{ 또는 } x = 2$$

15.  $x, y$ 가 실수일 때,  $-x^2 - y^2 - 4x + 6y - 12$ 의 최댓값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$-x^2 - y^2 - 4x + 6y - 12 = -(x + 2)^2 - (y - 3)^2 + 1$$

이 때,  $x, y$ 가 실수이므로

$$(x + 2)^2 \geq 0, (y - 3)^2 \geq 0$$

$$\therefore -x^2 - y^2 - 4x + 6y - 12 \leq 1$$

따라서  $x = -2, y = 3$ 일 때

주어진 식의 최댓값은 1이다.

16. 삼차방정식  $x^3 - 3x^2 + 2x + 1 = 0$ 의 세 근을  $\alpha, \beta, \gamma$ 라 할 때,  $\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$\alpha + \beta + \gamma = 3, \alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha = 2, \alpha\beta\gamma = -1$  이므로

$$\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 = (\alpha + \beta + \gamma)^2 - 2(\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha) = 3^2 - 2 \cdot (2) = 9 - 4 = 5$$

17.  $x$ 에 대한 두 이차방정식  $x^2 + 2x + k = 0$ ,  $x^2 + kx + 2 = 0$ 이 단 한 개의 공통근을 가질 때,  $k$ 의 값은?

① -3

② -1

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

공통근을  $\alpha$  라 하면

$\alpha^2 + 2\alpha + k = 0$  이고  $\alpha^2 + k\alpha + 2 = 0$  이므로

$$\alpha^2 + 2\alpha + k = \alpha^2 + k\alpha + 2$$

$$(2 - k)\alpha + (k - 2) = 0$$

따라서  $\alpha = 1$  이고

$$1 + 2 + k = 0 \text{ 이므로 } k = -3$$

18. 방정식  $2x^2 - 4xy + 4y^2 - 8x + 16 = 0$ 을 만족하는 실수  $x, y$ 에 대하여  $x$ 와  $y$ 의 곱은?

① -2

② 3

③ 4

④ 8

⑤ 10

해설

$2x^2 - 4xy + 4y^2 - 8x + 16 = 0$ 에서

$$(x^2 - 4xy + 4y^2) + (x^2 - 8x + 16) = 0,$$

$$(x - 2y)^2 + (x - 4)^2 = 0$$

$$x = 2y, x = 4$$

$$\therefore x = 4, y = 2 \quad \therefore xy = 8$$

19.  $x^2 + (p-3)x + 1 = 0$ 의 두 근을  $\alpha, \beta$ 라 할 때,  $(1+p\alpha+\alpha^2)(1+p\beta+\beta^2)$ 의 값을 구하면?

① 7

② 8

③ 9

④ 10

⑤ 13

해설

$\alpha, \beta$ 가  $x^2 + (p-3)x + 1 = 0$ 의 두 근이므로

$$\alpha^2 + (p-3)\alpha + 1 = 0 \dots\dots ①$$

$$\beta^2 + (p-3)\beta + 1 = 0 \dots\dots ②$$

$$①\text{에서 } 1 + p\alpha + \alpha^2 = 3\alpha$$

$$②\text{에서 } 1 + p\beta + \beta^2 = 3\beta$$

$$\therefore (1 + p\alpha + \alpha^2)(1 + p\beta + \beta^2)$$

$$= 3\alpha \cdot 3\beta$$

$$= 9\alpha\beta$$

$$= 9 (\because \alpha\beta = 1)$$

20.  $x^3 + 1 = 0$ 의 한 허근을  $\omega$ 라 할 때,  $(\omega^2 + 1)^5 + (\omega - 1)^{100}$ 을 간단히 하면?

① 1

②  $\omega$

③  $-\omega$

④  $2\omega$

⑤ 0

해설

$$x^3 + 1 = 0 \Leftrightarrow (x + 1)(x^2 - x + 1) = 0$$

$$\omega^3 + 1 = 0, \omega^3 = -1, \omega^2 - \omega + 1 = 0$$

$$\omega^2 + 1 = \omega, \omega^6 = 1, \omega - 1 = \omega^2$$

$$(\text{준 식}) = \omega^5 + (\omega^2)^{100} = \omega^5 + \omega^{200}$$

$$= \omega^3 \cdot \omega^2 + (\omega^6)^{33} \cdot \omega^2$$

$$= -\omega^2 + \omega^2 = 0$$

21.  $-1 \leq x \leq 2$  에서 이차함수  $f(x) = x^2 + 2ax + 1$  의 최소값이  $-8$  일 때, 모든 실수  $a$  의 값의 합은?

①  $\frac{1}{4}$

②  $\frac{3}{4}$

③  $\frac{5}{4}$

④  $\frac{7}{4}$

⑤  $\frac{9}{4}$

해설

$f(x) = x^2 + 2ax + 1 = (x+a)^2 + 1 - a^2$  에서 꼭지점의  $x$  좌표는  $-a$  이다.

(i)  $-a < -1$ , 즉  $a > 1$  일 때,  $-1 \leq x \leq 2$  에서  $f(x)$  의 최솟값은  $f(-1) = 2 - 2a = -8$

$\therefore a = 5$

(ii)  $-1 \leq -a < 2$ , 즉  $-2 < a \leq 1$  일 때,  $-1 \leq x \leq 2$  에서  $f(x)$  의 최솟값은  $f(-a) = 1 - a^2 = -8$ ,  $a^2 = 9$

$\therefore a = \pm 3$

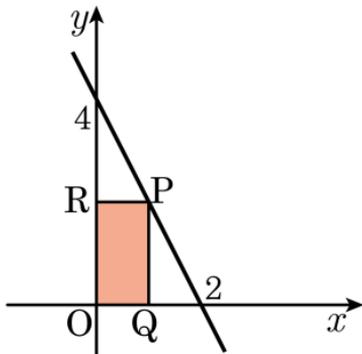
$-2 < a \leq 1$  이므로  $a$  의 값은 존재하지 않는다.

(iii)  $-a \geq 2$ , 즉  $a \leq -2$  일 때,  $-1 \leq x \leq 2$  에서  $f(x)$  의 최솟값은  $f(2) = 5 + 4a = -8$

$\therefore a = -\frac{13}{4}$

따라서 모든 실수  $a$  의 값의 합은  $5 + \left(-\frac{13}{4}\right) = \frac{7}{4}$

22. 직선  $y = -2x + 4$  위의 제1 사분면에 있는 한 점 P 에서  $x$  축,  $y$  축에 수선을 그어 그때의 수선의 발을 각각 Q, R 이라 할 때, 사각형 OQPR 의 넓이의 최댓값은?



- ① 2      ② 3      ③ 4      ④ 5      ⑤ 7

해설

$$\begin{aligned}
 y &= x(-2x + 4) \quad (0 < x < 2) \\
 &= -2x^2 + 4x \\
 &= -2(x^2 - 2x + 1 - 1) \\
 &= -2(x - 1)^2 + 2
 \end{aligned}$$

$x = 1$  일 때 최댓값 2

23. 포물선  $y = -x^2 + kx$  와 직선  $y = x + 1$  이 서로 다른 두 점에서 만나기 위한  $k$  의 범위는?

①  $k > 2, k < -1$

②  $k > 3, k < -1$

③  $k > 1, k < -1$

④  $k > 3, k < -2$

⑤  $k > 3, k < -3$

### 해설

포물선과 직선이 다른 두 점에서 만나므로

$$-x^2 + kx = x + 1, x^2 + (1 - k)x + 1 = 0 \text{에서}$$

$$D = (1 - k)^2 - 4 > 0$$

$$k^2 - 2k - 3 = (k - 3)(k + 1) > 0$$

$$\therefore k > 3 \text{ 또는 } k < -1$$

24.  $x$ 에 대한 이차방정식  $x^2 - 2(m + a - 1)x + m^2 + a^2 - 2b = 0$ 이  $m$ 의 값에 관계없이 중근을 갖는다.  $a + b$ 의 값은?

①  $\frac{1}{2}$

② 1

③  $\frac{3}{2}$

④ 2

⑤  $\frac{5}{3}$

해설

중근을 가지므로,  $\frac{D'}{4} = 0$ 을 만족한다.

$$\frac{D'}{4} = (m + a - 1)^2 - (m^2 + a^2 - 2b) = 0$$

$$m(2a - 2) + (1 - 2a + 2b) = 0$$

$m$ 에 대한 항등식이므로

$$2a - 2 = 0, 1 - 2a + 2b = 0$$

$$\therefore a = 1, b = \frac{1}{2}$$

$$\therefore a + b = \frac{3}{2}$$

25.  $x$ 에 대한 이차방정식  $(m+3)x^2 - 4mx + 2m - 1 = 0$ 이 중근을 갖도록 하는 실수  $m$ 의 값의 합은?

①  $-\frac{5}{2}$

②  $-\frac{3}{2}$

③ 0

④  $\frac{3}{2}$

⑤  $\frac{5}{2}$

해설

주어진 이차방정식의 판별식을  $D$ 라고 하면 중근을 가질 조건은  $D = 0$ 이므로

$$\frac{D}{4} = (-2m)^2 - (m+3)(2m-1) = 0$$

$$4m^2 - (2m^2 + 5m - 3) = 0$$

$$2m^2 - 5m + 3 = 0$$

$$(m-1)(2m-3) = 0$$

$$\therefore m = 1 \text{ 또는 } \frac{3}{2}$$

$$\therefore 1 + \frac{3}{2} = \frac{5}{2}$$