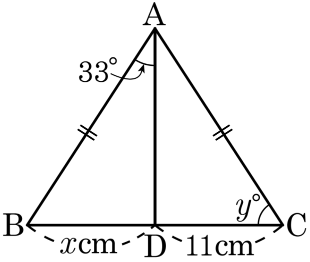
1. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC}$인 이등변삼각형 ABC에서 $\angle A$의 이등분선과 $\overline{BC}$의 교점을 D라 하자. $\overline{DC} = 11\text{cm}$, $\angle BAD = 33°$일 때, $x + y$의 값은?



① 48　② 58　③ 68　④ 78　⑤ 88

해설

이등변삼각형에서 꼭지각의 이등분선은 밑변을 수직이등분하므로

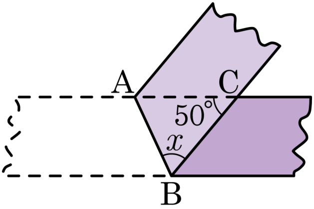
$\overline{BD} = \overline{DC} = 11\text{cm}$

$\triangle ABC$는 이등변삼각형이므로

$$y = \frac{1}{2}(180° - 66°) = 57°$$

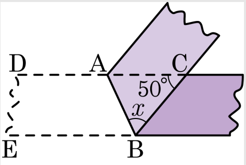
$\therefore\ x + y = 11 + 57 = 68$

2. 다음 그림과 같이 폭이 일정한 종이 테이프를 접었다. $\angle \mathrm{ACB} = 50°$ 일 때, $\angle x$의 크기는?



① $45°$ ② $50°$ ③ $55°$ ④ $60°$ ⑤ $65°$

해설



종이 테이프를 접으면 $\angle \mathrm{ABE} = \angle \mathrm{ABC} = \angle x$이고

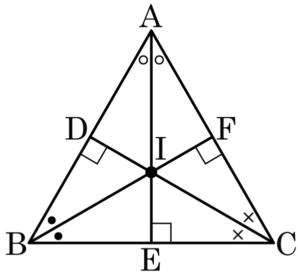
$\angle \mathrm{ABE} = \angle \mathrm{BAC} = \angle x$(엇각)

$\triangle \mathrm{ABC}$의 내각의 합은 $180°$이므로

$\therefore\ 2\angle x + 50° = 180°$

$\angle x = 65°$

3. 다음은 삼각형의 세 내각의 이등분선이 한 점에서 만남을 나타낸 것이다. 빈칸에 공통으로 들어갈 알맞은 것을 고르면?



$\triangle IBE$와 $\triangle IBD$에서

$\angle IEB = \angle IDB = 90°$,

$\overline{IB}$는 공통변,

$\angle IBE = \angle IBD$이므로

$\triangle IBE \equiv \triangle IBD$ (RHA 합동)

$\therefore\ \overline{ID} = \boxed{\qquad} \cdots$ ㉠

같은 방법으로 $\triangle ICE \equiv \triangle ICF$ (RHA 합동)이므로

$\therefore\ \boxed{\qquad} = \overline{IF} \cdots$ ㉡

㉠, ㉡에서

$\therefore\ \overline{ID} = \overline{IF}$

$\triangle ADI$와 $\triangle AFI$에서

$\angle ADI = \angle AFI = 90°$, $\overline{AI}$는 공통 변, $\overline{ID} = \overline{IF}$

이므로 $\triangle ADI \equiv \triangle AFI$(RHS 합동)

대응각 $\angle DAI = \angle FAI$이므로 $\overline{AI}$는 $\angle A$의 이등분선이다.

따라서 세 각의 이등분선은 한 점에서 만난다.

① $\overline{IA}$ ② $\overline{IE}$ ③ $\overline{IC}$ ④ $\overline{IB}$ ⑤ $\overline{AF}$

해설

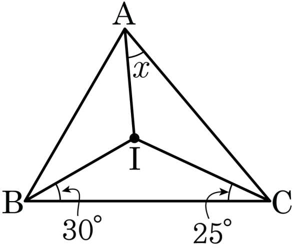
$\triangle IBE \equiv \triangle IBD$(RHA 합동)이므로

$\overline{ID}$와 대응변인 $\overline{IE}$의 길이가 같고, $\triangle ICE \equiv \triangle ICF$(RHA 합동)

이므로 $\overline{IE}$와 대응변인 $\overline{IF}$의 길이가 같다.

따라서 빈 칸에 공통으로 $\overline{IE}$가 들어간다.

4. 다음 그림에서 점 I가 $\triangle ABC$의 내심 일 때, $\angle x$의 크기는?



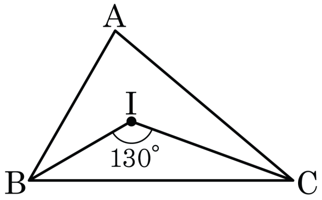
① 15° ② 20° ③ 25° ④ 30° ⑤ 35°

해설

$30° + 25° + \angle x = 90°$

$\therefore \angle x = 35°$

5. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$의 내심이다. $\angle BIC = 130\degree$일 때, $\angle A$의 크기는?



① $80\degree$ ② $70\degree$ ③ $60\degree$ ④ $50\degree$ ⑤ $75\degree$

해설

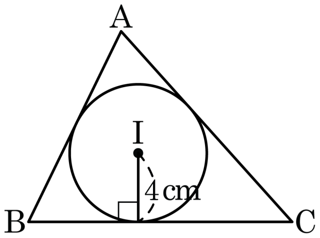
점 I가 $\triangle ABC$의 내심일 때, $\angle BIC = 90\degree + \frac{1}{2}\angle A$이다.

점 I가 세 내각의 이등분선의 교점이므로

$\angle BIC = 130\degree = 90\degree + \frac{1}{2}\angle A$

$\therefore \angle A = 80\degree$

6. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이가 40cm^2 이다. 이 때, $\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{AC}$ 의 값을 구하면?



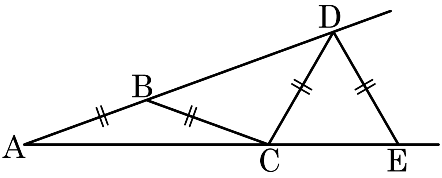
① 17cm ② 18cm ③ 19cm ④ 20cm ⑤ 21cm

해설

$\triangle ABC = \dfrac{1}{2} \times 4 \times (\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{AC}) = 40$ 이다.

따라서 $\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{AC} = 20\text{cm}$ 이다.

7. 다음 그림에서 $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DE}$ 이고 $\angle CDE = \angle A + 40°$ 일 때, $\angle BCD$ 의 크기는?



① 90° ② 100° ③ 110° ④ 120° ⑤ 130°

해설

$\angle A = \angle a$ 라고 하면

$\angle CBD = \angle CDB = \angle a + \angle a = 2\angle a$

$\angle DCE = a + \angle ADC = \angle a + 2\angle a = 3\angle a$

$\angle CDE = 180° - 2 \times 3\angle a = 180° - 6\angle a$

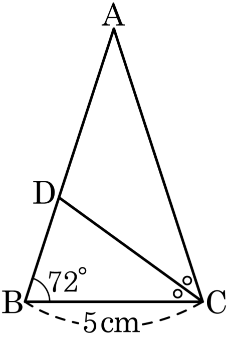
그런데 $\angle CDE = \angle A + 40° = \angle a + 40°$ 이므로

$\angle a + 40° = 180° - 6\angle a$

$\therefore \angle a = 20°$

$\therefore \angle BCD = 180° - 2 \times 2\angle a = 180° - 4\angle a = 100°$

8. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 $\angle B = \angle C$ 인 이등변삼각형이다. $\angle C$ 의 이등분선이 $\overline{AB}$ 와 만나는 점을 D 라 할 때, $\overline{AD}$ 의 길이는?

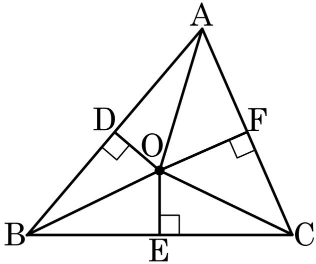


① 3cm ② 4cm ③ 5cm ④ 6cm ⑤ 7cm

해설

$\angle B = \angle C = 72°$ 이고 $\angle BCD = \angle ACD = 36°$ 이므로, $\angle A = 36°$ 이다. 따라서 $\triangle ABC$, $\triangle ADC$ 는 두 내각의 크기가 같으므로 이등변삼각형이다. 따라서 $\overline{BC} = \overline{DC} = \overline{AD} = 5\,\text{cm}$ 이다.

9. 다음 그림에서 점 O 는 $\triangle ABC$ 의 외심이다. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\angle OAD = \angle OBD$

② $\triangle OAD \equiv \triangle OBD$

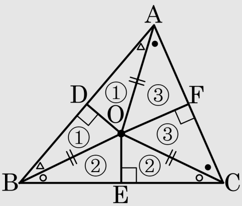
③ $\overline{AD} = \overline{BD}$

④ $\triangle OCF \equiv \triangle OCE$

⑤ $\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC}$

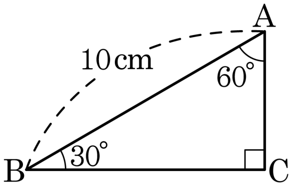
해설

그림에서 보듯이



1. $\triangle ADO \equiv \triangle BDO$
2. $\triangle BOE \equiv \triangle COE$
3. $\triangle AOF \equiv \triangle COF$

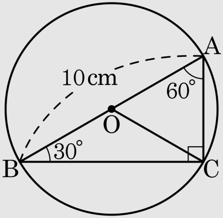
10. 다음 그림의 직각삼각형 ABC에서 $\overline{AB} = 10\text{cm}$일 때, $\overline{AC}$의 길이는?



① 3cm ② 4cm ③ 5cm ④ 6cm ⑤ 7cm

해설

외심원 O를 그리면



$\overline{OA} = \overline{OC} = \overline{OB} = 5\text{cm}$

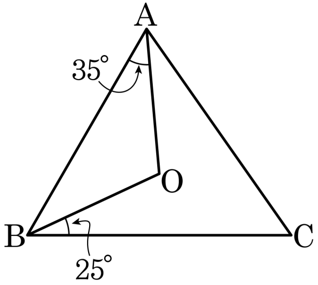
$\triangle AOC$에서 $\overline{OA} = \overline{OC}$이고,

$\angle A = 60°$이므로

$\triangle AOC$는 정삼각형이다.

$\therefore \overline{AC} = 5(\text{cm})$

11. 다음 그림의 $\triangle ABC$에서 점 O는 외심이다. $\angle OAB = 35°$, $\angle OBC = 25°$일 때, $\angle C$의 크기는?



① $40°$ ② $45°$ ③ $50°$ ④ $55°$ ⑤ $60°$

해설

$\angle C = \angle x$라 할 때, $\triangle OBC$가 이등변삼각형이므로 $\angle OBC = \angle OCB$

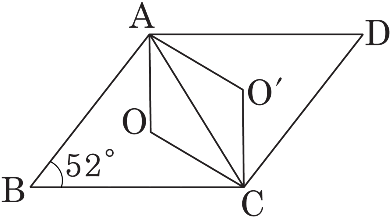
따라서 $\angle x = 25° + \angle OCA$,

$\angle OAC + 35° + 25° = 90°$

$\angle OAC = \angle OCA = 30°$

$\therefore \angle x = 55°$

12. 평행사변형ABCD 에서 $\angle B = 52°$ 이고 점 O, O′ 은 각각 $\triangle ABC$, $\triangle CDA$ 의 외심이다. 이때 $\angle OAO'$ 의 크기는?



① 52° ② 52° ③ 76° ④ 104° ⑤ 116°

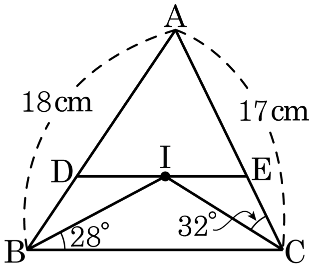
해설

$\angle B = 52°$ 이므로 $\angle AOC = 2 \times 52° = 104°$

이때, □OAO′C는 마름모이므로 $\angle AOC + \angle OAO' = 180°$

따라서 $\angle OAO' = 180° - 104° = 76°$

13. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이고 $\overline{DE}//\overline{BC}$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?



① $\triangle ADE$ 의 둘레의 길이는 35cm 이다.

② $\overline{DI} = \overline{DB}$

③ $\angle A = 60°$

④ $\overline{DB} = \overline{EC}$

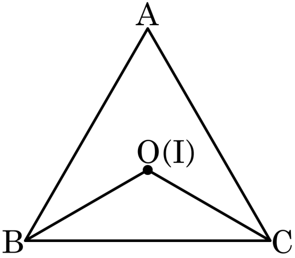
⑤ $\angle EIC = 32°$

해설

$\triangle DBI$ 와 $\triangle EIC$ 는 이등변삼각형이다.

④ $\overline{DB} = \overline{DI}$, $\overline{EC} = \overline{EI}$

14. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$ 의 외심 O 와 내심 I 가 일치할 때, 다음 중 옳지 않은 것은?



① $\angle ABO = \angle BCO$ ② $\overline{AB} = \overline{BC}$

③ $\angle BOC = 120°$ ④ $\angle A = 2\angle OCB$

⑤ $\angle OBC + \angle BAC = 100°$

해설

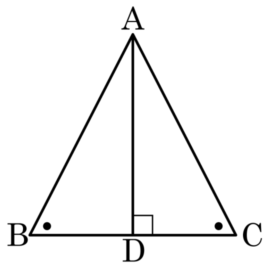
$\triangle ABC$ 의 외심 O 와 내심 I 가 일치할 때는 삼각형이 정삼각형인 경우이므로

$\angle BAC = 60°$ 이다.

따라서 $\angle BOC = 2\angle A = 120°$ 이고, $\triangle OBC$ 는 이등변삼각형이므로 $\angle OBC = 30°$ 이다.

⑤ $\angle OBC + \angle BAC = 60° + 30° = 90°$

15. 다음은 이등변삼각형의 어떤 성질을 보인 것인가?



꼭짓점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 D 라 하면
$\triangle ABD$ 와 $\triangle ACD$ 에서
$\angle B = \angle C$
$\angle ADB = \angle ADC \cdots$ ㉠
삼각형의 세 내각의 크기의 합은 $180°$ 이므로
$\angle BAD = \angle CAD \cdots$ ㉡
$\overline{AD}$ 는 공통 $\cdots$ ㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의하여
$\triangle ABD \equiv \triangle ACD$ (ASA 합동) 이므로
$\overline{AB} = \overline{AC}$
따라서 $\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이다.

① 두 밑각의 크기가 같은 삼각형은 이등변삼각형이다.

② 세 내각의 크기가 같은 삼각형은 이등변삼각형이다.

③ 두 변의 길이가 같은 삼각형은 이등변삼각형이다.

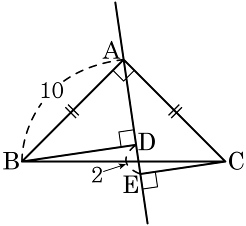
④ 이등변삼각형의 꼭지각의 이등분선은 밑변의 중점을 잇는다.

⑤ 이등변삼각형의 꼭지각의 이등분선은 밑변과 수직으로 만난다.

해설

① 두 밑각의 크기가 같은 삼각형은 이등변삼각형이다.

16. 다음 그림은 $\overline{AB}=\overline{AC}$ 인 직각이등변삼각형이다. 두 점 B, C 에서 점 A 를 지나는 직선 l 에 내린 수선의 발을 각각 D, E 라 하자. $\overline{AB}=10$, $\overline{DE}=2$ 일 때, $\overline{BD}-\overline{CE}$ 의 값은?



① 2 ② 2.5 ③ 3 ④ 3.5 ⑤ 4

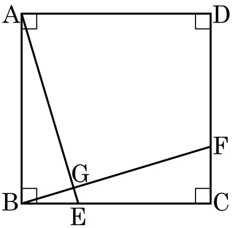
해설

$\triangle ABD \equiv \triangle CAE$ (RHA 합동)이므로

$\overline{BD}=\overline{AE}$, $\overline{CE}=\overline{AD}$

$\therefore \overline{BD}-\overline{CE}=\overline{AE}-\overline{AD}=2$

17. 정사각형 ABCD 에서 $\overline{BE}=\overline{CF}$ 이고 $\overline{AE}$ 와 $\overline{BF}$ 의 교점을 G 라 할 때, $\angle GBE+\angle BEG$ 의 크기는?



① 70°　② 80°　③ 90°

④ 100°　⑤ 110°

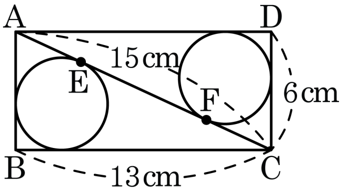
해설

$\triangle ABE \equiv \triangle BCF$ (SAS 합동)

$\angle GBE=\angle FBC=\angle EAB$, $\angle GEB=\angle AEB=\angle BFC$, $\angle EAB+\angle BFC=90°$

$\therefore$ 90°

18. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 에서 두 원은 각각 △ABC, △ACD 의 내접원이다. 두 접점 E, F 사이의 거리는 ?



① 7cm ② 8cm ③ 9cm ④ 10cm ⑤ 11cm

해설

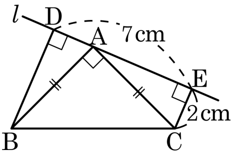
$\overline{AE}$ 를 x 라 하면

$(15-x)+(6-x)=13 \quad \therefore x=4(\text{cm})$

$\overline{AE}=\overline{CF}=4(\text{cm})$ 이므로

$\therefore \overline{EF}=15-(4+4)=7(\text{cm})$

19. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 직각이등변삼각형이다. $\angle D = \angle E = 90°$, $\overline{CE} = 2cm$, $\overline{DE} = 7cm$ 일 때, $\overline{BD}$ 의 길이는?



① 4cm　② 5cm　③ 6cm　④ 7cm　⑤ 8cm

해설

$\triangle DBA$ 와 $\triangle EAC$ 에서

$\angle D = \angle E = 90° \cdots$ ㉠

$\overline{AB} = \overline{AC} \cdots$ ㉡

$\angle DBA = \angle EAC \cdots$ ㉢

$(\because\ \angle DBA + \angle DAB = 90°, \angle EAC + \angle DAB = 90°)$

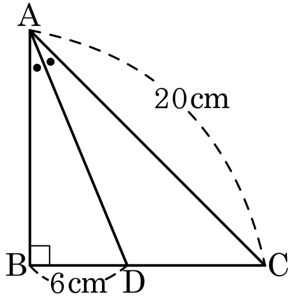
㉠, ㉡, ㉢에 의해

$\triangle DBA \equiv \triangle ACE$ (RHA 합동)

$\overline{AD} = \overline{CE} = 2(cm), \overline{AE} = \overline{BD}$ 이므로

$\overline{BD} = \overline{AE} = 7 - \overline{AD} = 5(cm)$

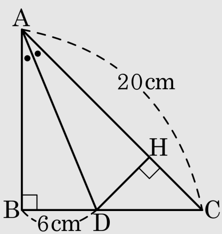
20. 다음 그림과 같이 $\angle B = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 에서 $\angle A$ 의 이등분선이 $\overline{BC}$ 와 만나는 점을 D 라 하자. $\overline{BD} = 6\text{cm}$, $\overline{AC} = 20\text{cm}$ 일 때, $\triangle ADC$ 의 넓이는 몇 cm^2 인지 구하여라. (단, 단위는 생략한다.)



① 56 ② 57 ③ 58 ④ 59 ⑤ 60

해설

다음 그림과 같이 점 D 에서 $\overline{AC}$ 에 내린 수선의 발을 H 라 하면



$\triangle ABD \equiv \triangle AHD$ (RHA합동)

따라서 $\overline{DH} = \overline{BD} = 6\text{cm}$ 이므로 $\triangle ADC = \frac{1}{2} \times 20 \times 6 = 60(\text{cm}^2)$