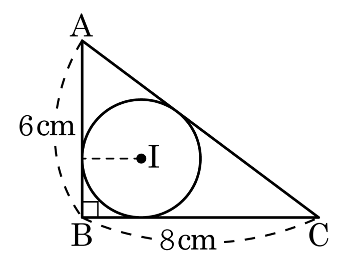
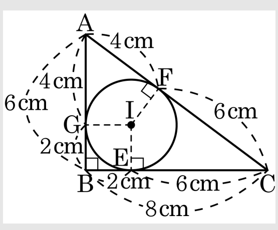
1. 다음 그림에서 점 I 는 $\overline{AB} = 6\text{cm}$, $\overline{BC} = 8\text{cm}$, $\angle B = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 의 내심이다. 이 삼각형의 내접원의 반지름의 길이가 2cm 일 때, 빗변의 길이는?



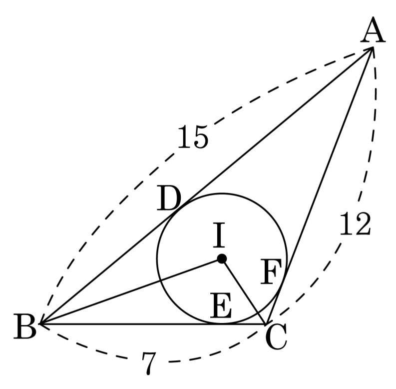
① 9cm ② 10cm ③ 11cm ④ 12cm ⑤ 13cm

해설



점 I 가 삼각형의 내심이므로 $\overline{AD} = \overline{AF}, \overline{BE} = \overline{BD}, \overline{CE} = \overline{CF}$ 이다. 내심의 반지름이 $2\,\text{cm}$ 이므로 $\overline{BD} = \overline{BE} = 2\,\text{cm}$ 이다.
$\overline{AD} = 4\,\text{cm}, \overline{EC} = 6\,\text{cm}$ 이므로 빗변의 길이 $\overline{AC} = \overline{AF} + \overline{FC} = 4 + 6 = 10(\,\text{cm})$ 이다.

2. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle\mathrm{ABC}$ 의 내심이고, 점 D, E, F 는 접점이다. 이때, $\overline{\mathrm{AD}}+\overline{\mathrm{BE}}+\overline{\mathrm{CF}}$ 는?



① 14　② 16　③ 17　④ 20　⑤ 22

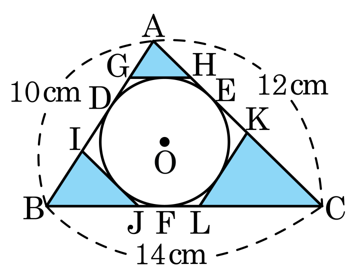
해설

각 꼭짓점에서 접점까지의 길이는 같으므로 $\overline{\mathrm{AD}}=\overline{\mathrm{AF}}$, $\overline{\mathrm{BE}}=\overline{\mathrm{BD}}$, $\overline{\mathrm{CF}}=\overline{\mathrm{CE}}$ 이다.
$\overline{\mathrm{AD}}=x$, $\overline{\mathrm{BE}}=y$, $\overline{\mathrm{CF}}=z$라 두면

$$\begin{cases} x+y=15 \\ y+z=7 \\ z+x=12 \end{cases}$$

이므로 양변을 각각 더하면, $2(x+y+z)=34$
$\therefore x+y+z=17$
따라서 $\overline{\mathrm{AD}}+\overline{\mathrm{BE}}+\overline{\mathrm{CF}}=17$

3. 다음 그림에서 원 O는 $\triangle ABC$의 내접원이고, $\overline{GH}$, $\overline{IJ}$, $\overline{LK}$는 원 O에 접한다. 이때, 색칠한 부분 $\triangle AGH + \triangle BIJ + \triangle CKL$의 둘레의 길이를 구하면?



① 35cm ② 36cm ③ 37cm ④ 38cm ⑤ 39cm

해설

$\overline{BD} = x, \overline{AE} = y, \overline{CF} = z$라고 하면 $x + y = 10$, $y + z = 12$, $z + x = 14$에서

$x + y = z = 18$

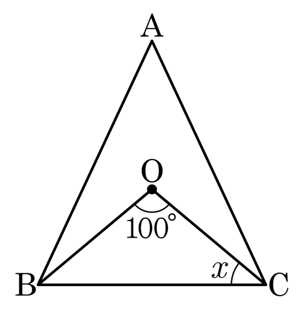
$\overline{AE} = 18 - 14 = 4$, $\triangle AGH$의 둘레의 길이는 $2 \times \overline{AE} = 8$이다.

$\overline{BD} = 18 - 12 = 6$, $\triangle BIJ$의 둘레의 길이는 $2 \times \overline{BD} = 12$이다.

$\overline{CF} = 18 - 10 = 8$, $\triangle CKL$의 둘레의 길이는 $2 \times \overline{CF} = 16$이다.

$\therefore \triangle AGH + \triangle BIJ + \triangle CKL = 8 + 12 + 16 = 36(\text{cm})$

4. 다음 그림에서 점 O 가 $\triangle ABC$ 의 외심일 때, $\angle x$ 의 크기는?

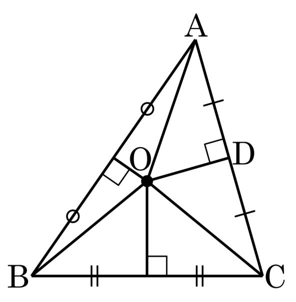


① $10°$ ② $20°$ ③ $30°$ ④ $40°$ ⑤ $50°$

해설

$\overline{OB} = \overline{OC}$ 이므로 $\triangle OBC$ 는 이등변삼각형이다.
따라서 두 밑각의 크기가 같으므로
$\angle OBC = \angle OCB$
$\therefore 2x + 100 = 180,\ x = 40$ 이다.

5. 다음은「삼각형의 세 변의 수직이등분선은 한 점에서 만난다.」를 증명하는 과정이다. □ 안에 들어갈 알맞은 것은?



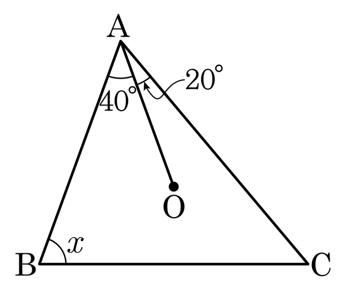
위 그림과 같이 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ 의
수직이등분선의 교점을 O 라 하고,
점 O 에서 $\overline{AC}$ 에 내린 수선의 발을 D 라 하자.
점 O 는 $\overline{AB}$ 의 수직이등분선 위에 있으므로 $\overline{OA} = \overline{OB}$ ⋯⋯㉠
또, 점 O 는 $\overline{BC}$ 의 수직이등분선 위에 있으므로 $\overline{OB} = \overline{OC}$ ⋯⋯㉡
㉠, ㉡에서 $\overline{OA} = \boxed{}$
$\triangle AOD$ 와 $\triangle COD$ 에서 $\angle ADO = \angle CDO = 90°$
$\overline{OA} = \boxed{}$
$\overline{OD}$ 는 공통
$\therefore \triangle AOD \equiv \triangle COD$ (RHS 합동)
따라서, $\overline{AD} = \overline{CD}$ 이므로 $\overline{OD}$ 는 $\overline{AC}$ 의 수직이등분선이 된다.
즉, $\triangle ABC$ 의 세 변의 수직이등분선은 한 점 O 에서 만난다.

① $\overline{OC}$ ② $\overline{OD}$ ③ $\overline{OA}$ ④ $\overline{AD}$ ⑤ $\overline{CD}$

해설

$\overline{OA} = \overline{OB}$, $\overline{OB} = \overline{OC}$ 이므로 $\overline{OA} = \overline{OC}$ 이다.

6. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 의 외심이 점 O 일 때, $\angle x$ 의 크기는?

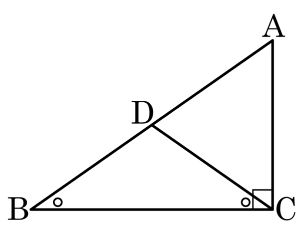


① $20°$ ② $40°$ ③ $50°$ ④ $60°$ ⑤ $70°$

해설

보조선 $\overline{OB}$, $\overline{OC}$ 를 그으면
$\angle OAC = \angle OCA = 20°$, $\angle OBC = \angle OCB$ 이고 삼각형의 세 내각의 합이 $180°$ 이므로 $\angle OBC = \angle OCB = 30°$
따라서 $x = 40° + 30° = 70°$ 이다.

7. 다음은 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{AB}$ 위의 $\angle B = \angle BCD$ 가 되도록 점 D 를 잡으면 $\overline{AD} = \overline{BD} = \overline{CD}$ 임을 증명하는 과정이다. 빈칸에 알맞은 것을 순서대로 써 넣은 것은?



$\angle B = \angle BCD$ 이므로 $\triangle BCD$ 는 $\boxed{\quad\quad}$이다. 따라서 $\overline{BD} = \boxed{\quad}$ 이다. 삼각형 ABC 에서 $\angle A + \angle B + 90° = 180°$ 이므로 $\angle A = 90° - \angle B$ 이다. $\angle ACD + \boxed{\quad\quad} = \angle ABC$ 에서 $\angle ACB$ 가 $90°$ 이므로 $\angle ACD = 90° - \angle BCD$ 이다. 그런데 $\angle B = \angle BCD$ 이므로 $\angle A = \boxed{\quad\quad}$ 이다. 따라서 $\triangle ACD$ 는 이등변삼각형이므로 $\overline{AD} = \overline{CD}$ 이다. $\therefore \overline{BD} = \boxed{\quad\quad} = \overline{AD}$ 이다.

① 이등변삼각형, $\overline{AD}$, $\angle BCD$, $\angle BCD$, $\overline{BC}$

② 이등변삼각형, $\overline{CD}$, $\angle BCD$, $\angle ACD$, $\overline{CD}$

③ 이등변삼각형, $\overline{AD}$, $\angle ACD$, $\angle ACD$, $\overline{AC}$

④ 직각삼각형, $\overline{CD}$, $\angle ACD$, $\angle BCD$, $\overline{AC}$

⑤ 직각삼각형, $\overline{AD}$, $\angle BCD$, $\angle ACD$, $\overline{BC}$

해설

$\angle B = \angle BCD$ 이므로 $\triangle BCD$ 는 이등변삼각형이다. 따라서 $\overline{BD} = \overline{CD}$ 이다.

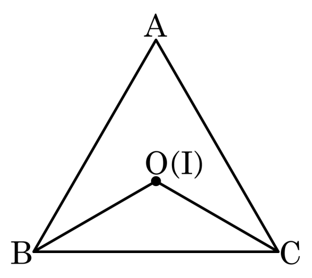
삼각형 ABC 에서 $\angle A + \angle B + 90° = 180°$ 이므로 $\angle A = 90° - \angle B$ 이다.

$\angle ACD + \angle BCD = \angle ACB$ 에서 $\angle ACB$ 가 $90°$ 이므로 $\angle ACD = 90° - \angle BCD$ 이다.

그런데 $\angle B = \angle BCD$ 이므로 $\angle A = \angle ACD$ 이다. 따라서 $\triangle ACD$ 는 이등변삼각형이므로 $\overline{AD} = \overline{CD}$ 이다.

$\therefore \overline{BD} = \overline{CD} = \overline{AD}$ 이다.

8. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$ 의 외심 O 와 내심 I 가 일치할 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\angle ABO = \angle BCO$　　② $\overline{AB} = \overline{BC}$

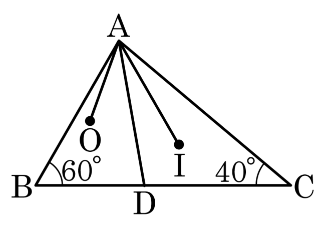
③ $\angle BOC = 120°$　　④ $\angle A = 2\angle OCB$

⑤ $\angle OBC + \angle BAC = 100°$

해설

$\triangle ABC$ 의 외심 O 와 내심 I 가 일치할 때는 삼각형이 정삼각형인 경우이므로
$\angle BAC = 60°$ 이다.
따라서 $\angle BOC = 2\angle A = 120°$ 이고, $\triangle OBC$ 는 이등변삼각형이므로 $\angle OBC = 30°$ 이다.
⑤ $\angle OBC + \angle BAC = 60° + 30° = 90°$

9. 다음 그림과 같이 ABC 에서 $\overline{AD} = \overline{DC}$ 가 되도록 점 D 를 잡았을 때, 점O 는 $\triangle ABD$ 의 외심이고 점 I 는 $\triangle ADC$ 의 내심이다. 이때, $\angle OAI$ 의 크기는?



① $18°$ ② $46°$ ③ $50°$ ④ $52°$ ⑤ $108°$

해설

$\angle DOA = 2 \times 60° = 120°$ 이므로 $\angle OAD = (180° - 120°) \div 2 = 30°$ 이고,
$\angle DAC = 44°$ 이므로 $\angle DAI = 40° \div 2 = 20°$
따라서 $\angle OAI = \angle OAD + \angle DAI = 50°$