

1. 함수 $f(x) = ax^3 - bx + 10$ (a, b 는 상수)에 대하여 $f(-7) = 5$ 일 때, $f(7)$ 의 값을 구하면?

① 0

② 5

③ 10

④ 15

⑤ 20

해설

$$f(-7) = -7^3a + 7a + 10 = 5 \text{ 에서, } 7^3a - 7b = 5$$

$$\therefore f(7) = 7^3a - 7b + 10 = 5 + 10 = 15$$

2. $X = \{x \mid -2 \leq x \leq 2\}$, $Y = \{y \mid -3 \leq y \leq 3\}$ 에서 $f : X \rightarrow Y$, $f(x) = ax + b$ (단, $a > 0$) 로 정의되는 함수 f 가 일대일 대응이 되도록 a , b 의 값을 정하면?

- ① $a = \frac{3}{2}$, $b = 0$ ② $a = \frac{1}{2}$, $b = 0$ ③ $a = \frac{3}{2}$, $b = 1$
④ $a = \frac{5}{2}$, $b = 0$ ⑤ $a = 2$, $b = 0$

해설

f 가 일대일 대응이고 $a > 0$ 이므로

$$\begin{cases} f(-2) = -2a + b = -3 \\ f(2) = 2a + b = 3 \end{cases}$$

$$\therefore a = \frac{3}{2}, b = 0$$

3. 두 함수 $f(x) = 3x - 5$, $g(x) = x^2 + 1$ 에 대하여 $(g \circ f)(2)$ 의 값을 구하면?

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

$$\therefore (g \circ f)(2) = g(f(2)) = g(1) = 2$$

4. 함수 $f(x)$ 가 $f(2x+1) = 3x+2$ 를 만족할 때, $f(3)$ 의 값을 구하면?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$f(2x+1) = 3x+2$ 에서 $2x+1 = 3$ 이므로

$x = 1$ 을 대입하면

$$f(2 \cdot 1 + 1) = f(3) = 3 \cdot 1 + 2 = 5$$

5. 다음 두 조건을 만족하는 함수 $f: X \rightarrow Y$ 를 모두 고르면?

(i) $f(x) = Y$ (단, $x \in X$)

(ii) $x_1 \neq x_2$ 이면 $f(x_1) \neq f(x_2)$ (단, $x, x_2 \in X$)

A . $f(x) = x^2 - 1$

B . $f(x) = |x| + 2x$

C . $f(x) = x^3 + 1$

D . $f(x) = \frac{2}{x-1}$

① A, B

② A, C

③ B, C

④ B, D

⑤ C, D

해설

주어진 성질은 일대일대응을 말하는 것이므로
해당되는 함수는 B, C 이다.

6. 집합 X 에서 Y 로의 일대일 대응의 개수가 24 개일 때, 집합 X 의 부분집합의 개수를 구하면?

① 12

② 16

③ 24

④ 32

⑤ 36

해설

집합 X, Y 의 원소의 개수가

$n(X) = n(Y) = n$ 일 때,

집합 X 에서 Y 로의 일대일 대응의 개수는

$n(n-1)(n-2)\cdots 3\cdot 2\cdot 1$ (개)이다.

문제에서 일대일 대응의 개수가 24 이므로

$$\therefore n = 4$$

$\therefore$ 집합 X 의 부분집합의 개수는

$$2^n = 2^4 = 16(\text{개})$$

7. 집합 $A = \{-1, 0, 1\}$ 에 대하여 A 에서 A 로의 함수 f 중 $f(x) = f(-x)$ 를 만족시키는 것의 개수는 몇 개인가?

① 5 개

② 6 개

③ 7 개

④ 8 개

⑤ 9 개

해설

-1 이 대응할 수 있는 원소는 -1, 0, 1 의 3 가지

0 이 대응할 수 있는 원소는 -1, 0, 1 의 3 가지

1 이 대응할 수 있는 원소는

-1 이 대응한 원소 1 가지

따라서, 주어진 조건을 만족시키는

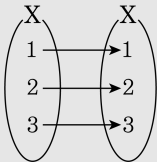
함수 f 의 개수는 $3 \times 3 \times 1 = 9$ (개)

8. 집합 $X = \{1, 2, 3\}$ 에 대하여 함수 $f : X \rightarrow X$ 가 일대일 대응이고, $f \circ f = f$ 를 만족하는 함수는 모두 몇 개인가?

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

함수 $f : X \rightarrow X$ 가 일대일 대응이 되는 경우는 6 가지이고 이 중에서 $f \circ f = f$ 즉 $f = I$ (항등함수)를 만족하는 것은 하나 뿐이다.



9. $|y-1|=x+a$ 의 그래프와 y 축으로 둘러싸인 삼각형의 넓이가 4 일 때, 양수 a 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

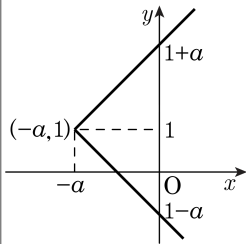
⑤ 5

해설

$|y-1|=x+a$ 의
그래프는 $|y|=x$ 를
 x 축 음의 방향으로 a ,
 y 축 양의 방향으로 1만큼 평행이동시킨
그래프이므로 다음 그림과 같다.

이때, y 절편은 $|y-1|=a$ 에서 $y=1\pm a$

$$\therefore S = \frac{1}{2} \cdot 2a \cdot a = 4 \quad \therefore a = 2 (a > 0)$$



10. 함수 $y = |x - 1| - |x - 2|$ 의 그래프와 직선 $y = kx$ 가 세 점에서 만날 때, 상수 k 의 값이 될 수 없는 것은?

① $\frac{1}{2}$

② $\frac{1}{3}$

③ $\frac{1}{4}$

④ $\frac{1}{5}$

⑤ $\frac{1}{6}$

해설

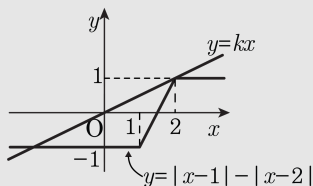
$$y = |x - 1| - |x - 2|$$

(i) $x \geq 2$ 일 때, $y = x - 1 - (x - 2) = 1$

(ii) $1 \leq x < 2$ 일 때, $y = x - 1 + x - 2 = 2x - 3$

(iii) $x < 1$ 일 때, $y = -(x - 1) + (x - 2) = -1$

$y = |x - 1| - |x - 2|$ 의 그래프는 다음의 그림과 같다.



$y = kx$ 의 그래프는 원점을 지나는 직선이므로 $y = kx$ 의 그래프가 점 $(2, 1)$ 을 지날 때

$$1 = 2k \quad \therefore k = \frac{1}{2}$$

따라서 두 그래프가 세 점에서 만나기 위한 k 의 값의 범위는

$$0 < k < \frac{1}{2} \text{ 이다.}$$

그러므로 보기 중 위 범위에 속하지 않는 것은 ①이다.

11. N 을 자연수의 집합이라 할 때, 함수 $f : N \rightarrow N \cup \{0\}$ 이

$$(i) \ p \text{ 가 소수이면 } f(p) = 1$$

$$(ii) \ f(mn) = nf(m) + mf(n)$$

을 만족시킨다고 한다. 이 때, $f(2^{2002})$ 의 값은?

① $2001 \cdot 2^{2001}$

② $2001 \cdot 2^{2002}$

③ $2002 \cdot 2^{2001}$

④ $2002 \cdot 2^{2002}$

⑤ $2003 \cdot 2^{2001}$

해설

$f(mn) = nf(m) + mf(n)$ 에서 양변을 mn 으로 나누면

$$\frac{f(mn)}{mn} = \frac{f(m)}{m} + \frac{f(n)}{n}$$

$$\frac{f(2^{2002})}{2^{2002}} = \frac{f(2)}{2} + \frac{f(2^{2001})}{2^{2001}}$$

$$= \frac{1}{2} + \left\{ \frac{f(2)}{2} + \frac{f(2^{2000})}{2^{2000}} \right\}$$

$\vdots$

$$= 2002 \cdot \frac{1}{2}$$

$$\therefore f(2^{2002}) = 2002 \cdot 2^{2001}$$

12. 함수 $y = f(x)$ 의 역함수를 $y = g(x)$ 라고 할 때, 다음 중 함수 $f(3x-2)$ 의 역함수는?

① $\frac{1}{3} \{g(x) + 2\}$

② $\frac{1}{3} \{g(x) - 2\}$

③ $3g(x) - 2$

④ $3g(x) + 2$

⑤ $\frac{1}{2} \{g(x) - 3\}$

해설

$y = f(3x - 2)$ 의 역함수를 구하기 위하여 x, y 를 바꾸면

$$x = f(3y - 2)$$

$$\therefore 3y - 2 = f^{-1}(x) = g(x)$$

$$\therefore y = \frac{1}{3} \{g(x) + 2\}$$