

1. $A = \{1, 3, 5, 7, 8\}$, $B = \{1, 7, 8, 9\}$ 에 대하여 $A \cap X = X$, $(A - B) \cup X = X$ 를 만족하는 집합 X 의 개수는?

① 2 개

② 4 개

③ 8 개

④ 16 개

⑤ 32 개

해설

$(A - B) \subset X \subset A$, 즉 $\{3, 5\} \subset X \subset \{1, 3, 5, 7, 8\}$ 이므로 집합 X 의 개수는 $2 \times 2 \times 2 = 8(\text{개})$ 이다.

2. $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}, B = \{1, 2\}$ 에 대하여 $A \cap X = X, (A - B) \cup X = X$ 를 만족하는 집합 X 의 개수는?

① 1 개

② 2 개

③ 3 개

④ 4 개

⑤ 5 개

해설

$(A - B) \subset X \subset A$, 즉 $\{3, 4, 5\} \subset X \subset \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 이므로 집합 X 의 개수는 $2 \times 2 = 4(\text{개})$ 이다.

3. 두 집합 $A = \{1, 3, 5, 7\}$, $B = \{1, 3, 8\}$ 일 때, $(A - B) \subset X$, $X - A = \emptyset$ 을 만족하는 집합 X 의 개수는?

① 1개

② 2개

③ 3개

④ 4개

⑤ 5개

해설

$(A - B) \subset X \subset A$, 즉 $\{5, 7\} \subset X \subset \{1, 3, 5, 7\}$ 이므로 집합 X 의 개수는 $2 \times 2 = 4(\text{개})$ 이다.

4. 두 집합 $A = \{1, 3, 4, 5\}$, $B = \{6, 8\}$ 에 대하여 집합 $C = \left\{ x \mid x = \frac{a+b}{2}, a \in A, b \in B \right\}$ 일 때, 다음 중 집합 C 의 원소가 아닌 것은?

① $\frac{7}{2}$

② 4

③ $\frac{9}{2}$

④ 5

⑤ $\frac{11}{2}$

해설

$a \in A$, $b \in B$ 이므로 a 는 1, 3, 4, 5 중의 하나이고, 그 각각에 대하여 b 는 6, 8이 될 수 있다.

(i) $a = 1$ 일 때, $x = \frac{1+6}{2}, \frac{1+8}{2}$

$\therefore x = \frac{7}{2}, \frac{9}{2}$

(ii) $a = 3$ 일 때, $x = \frac{3+6}{2}, \frac{3+8}{2}$

$\therefore x = \frac{9}{2}, \frac{11}{2}$

(iii) $a = 4$ 일 때, $x = \frac{4+6}{2}, \frac{4+8}{2}$

$\therefore x = 5, 6$

(iv) $a = 5$ 일 때, $x = \frac{5+6}{2}, \frac{5+8}{2}$

$\therefore x = \frac{11}{2}, \frac{13}{2}$

$\therefore C = \left\{ \frac{7}{2}, \frac{9}{2}, 5, \frac{11}{2}, 6, \frac{13}{2} \right\}$

5. 집합 $A = \{0, 1\}$ 일 때, 집합 $X = \{(2x + 1)y \mid x \in A, y \in A\}$ 의 원소 중 가장 큰 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$x = 0, y = 0$ 일 때, $(2x + 1)y = 0$

$x = 0, y = 1$ 일 때, $(2x + 1)y = 1$

$x = 1, y = 0$ 일 때, $(2x + 1)y = 0$

$x = 1, y = 1$ 일 때, $(2x + 1)y = 3$

따라서 가장 큰 수는 3이다.

6. 자연수의 두 집합 $A = \{1, 2\}$, $B = \{2, 3, 4\}$ 에 대하여 집합 C 는 집합 A 와 집합 B 에 속하는 원소를 곱한 것들의 집합이다. 집합 C 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\{2, 3, 4, 6, 8\}$

해설

집합 C 는 집합 A 와 집합 B 에 속하는 원소를 곱한 것들의 집합이다.

집합 A \ 집합 B	1	2
2	2	4
3	3	6
4	4	8

7. 다음 중 옳지 않은 것은?

① $B = \{0\}$ 이면 $n(B) = 1$ 이다.

② $C = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{의 약수}\}$ 이면 $n(C) = 4$ 이다.

③ $D = \{0, 1, 2, 3\}$ 이면 $n(D) = 4$ 이다.

④ $E = \{x \mid x \text{는 } 9 \text{보다 작은 홀수}\}$ 이면 $n(E) = 5$ 이다.

⑤ $n(\emptyset) = 0$ 이다.

해설

④ $E = \{1, 3, 5, 7\}$ 이므로 $n(E) = 4$ 이다.

8. 다음 중에서 옳은 것을 모두 골라라.

$$\textcircled{\text{㉠}} n(\{a, b, c\}) - n(\{a, c\}) = \{b\}$$

$$\textcircled{\text{㉡}} n(\{x \text{는 } 9 \text{의 약수}\}) - n(\{x \text{는 } 25 \text{의 약수}\}) = 0$$

$$\textcircled{\text{㉢}} n(\emptyset) + n(\{1, 2\}) = 2$$

$$\textcircled{\text{㉣}} n(\{2\}) - n(\emptyset) = 2$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉢

해설

$$\textcircled{\text{㉠}} n(\{a, b, c\}) - n(\{a, c\}) = 3 - 2 = 1$$

$$\textcircled{\text{㉡}} \{x|x \text{는 } 9 \text{의 약수}\} = \{1, 3, 9\}, \{x|x \text{는 } 25 \text{의 약수}\} = \{1, 5, 25\} \text{ 이므로}$$

$$n(\{x \text{는 } 9 \text{의 약수}\}) - n(\{x \text{는 } 25 \text{의 약수}\}) = 3 - 3 = 0$$

$$\textcircled{\text{㉢}} n(\emptyset) + n(\{1, 2\}) = 0 + 2 = 2$$

$$\textcircled{\text{㉣}} n(\{2\}) - n(\emptyset) = 1 - 0 = 1$$

9. 다음 중 옳은 것은?

① $n(\emptyset) = n(\{0\})$

② $n(\{1, 2, 4\}) - n(\{1, 4\}) = 2$

③ $n(\{4\}) = 4$

④ $n(\{x|x \text{는 } 40 \text{ 이하의 짝수}\}) = 40$

⑤ $n(\{x|x \text{는 } 2 < x < 4 \text{인 홀수}\}) = 1$

해설

① $n(\emptyset) = 0, n(\{0\}) = 1$

② $n(\{1, 2, 4\}) - n(\{1, 4\}) = 3 - 2 = 1$

③ $n(\{4\}) = 1$

④ $n(\{2, 4, 6, \dots, 40\}) = 20$

⑤ $n(\{3\}) = 1$

10. 전체집합 $U = \{x | x \text{는 } 15 \text{ 이하의 소수}\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A - B = \{2, 5\}, B - A = \{7\}, A \cap B = \{11\}$ 일 때, $A^c \cap B^c$ 은?

① $\{3, 5\}$

② $\{3, 7\}$

③ $\{5, 11\}$

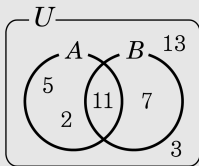
④ $\{3, 13\}$

⑤ $\{3, 5, 11\}$

해설

$U = \{2, 3, 5, 7, 11, 13\}$ 이므로

$(A \cup B)^c = (\{2, 5, 7, 11\})^c = \{3, 13\}$ 이다.



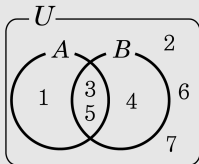
11. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ 의 두 부분집합 $A = \{1, 3, 5\}$, $B = \{3, 4, 5\}$ 에 대하여 $A^c \cap B^c$ 의 원소의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$A^c \cap B^c = (A \cup B)^c = (\{1, 3, 4, 5\})^c = \{2, 6, 7\}$ 이므로 원소의 합은 $2 + 6 + 7 = 15$ 이다.



12. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ 의 두 부분집합 $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{4, 7\}$ 에 대하여 $A^c \cap B^c$ 은?

① $\{5, 6\}$

② $\{6, 7\}$

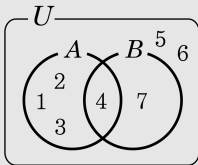
③ $\{4\}$

④ $\{5, 6, 7\}$

⑤ $\{4, 5, 6\}$

해설

$A^c \cap B^c = (A \cup B)^c = (\{1, 2, 3, 4, 7\})^c = \{5, 6\}$ 이다.



13. 집합 $A = \{\emptyset, 1, 2, \{1, 2\}\}$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

① $\emptyset \in A$

② $\{1, 2\} \subset A$

③ $\{1, 2\} \in A$

④ $\emptyset \subset A$

⑤ $n(A) = 5$

해설

⑤ $n(A) = 4$

14. 다음 <보기>의 네 가지 조건으로 확실히 말할 수 있는 것은?

보기

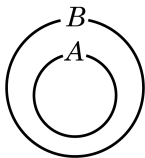
- 모든 A 의 원소는 B 의 원소이다.
- 모든 B 의 원소는 C 의 원소이다.
- 모든 D 의 원소는 B 의 원소이다.
- 모든 E 의 원소는 C 의 원소이다.

- ① 모든 A 의 원소는 C 의 원소이다.
- ② 모든 C 의 원소는 E 의 원소이다.
- ③ 모든 B 의 원소는 D 의 원소이다.
- ④ D 와 C 의 관계는 알 수 없다.
- ⑤ D 의 원소 중 B 의 원소가 아닌 것이 있다.

해설

- 모든 A 의 원소는 B 의 원소이다. $A \subset B$
- 모든 B 의 원소는 C 의 원소이다. $B \subset C$
- 모든 D 의 원소는 B 의 원소이다. $D \subset B$
- 모든 E 의 원소는 C 의 원소이다. $E \subset C$
- ② C 의 원소 중 E 의 원소가 아닌 것도 있다.
- ③ B 의 원소 중 D 의 원소가 아닌 것도 있다.
- ④ D 와 C 의 관계는 $D \subset C$ 이다.
- ⑤ $D \subset B$ 이므로 D 의 원소 중 B 의 원소가 아닌 것은 없다.

15. 두 집합 $A = \{x | x \text{는 } 8 \text{의 배수}\}$, $B = \{x | x \text{는 } \square \text{의 배수}\}$ 에 대하여 집합 A 와 B 의 포함 관계가 다음 벤 다이어그램과 같을 때, $\square$ 안에 알맞은 자연수의 개수는?



① 1개

② 2개

③ 3개

④ 4개

⑤ 5개

해설

$A \subset B$ 이므로 $\square$ 의 수는 8의 약수이면 된다. 따라서 1, 2, 4, 8
이므로 4개이다.

16. 두 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 15 \text{ 이하의 소수}\}$, $B = \{a, 3, 5, 2, 13, b\}$ 에 대하여 $A \subset B$ 이고, $B \subset A$ 일 때, $a+b$ 의 값을 구하여라. (단, 소수는 1보다 큰 자연수 중에 1과 자기 자신만을 약수로 가지는 수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 18

해설

$A \subset B$ 이고, $B \subset A$ 이면 $A = B$ 이다.

$A = \{2, 3, 5, 7, 11, 13\}$ 이고

$B = \{2, 3, 5, 13, a, b\}$ 이므로

$\therefore a+b = 7+11 = 18$ 이다.

17. 두 집합 A, B 에 대하여 $A \subset B, B \subset A$ 이고, $A = \{x | x \text{는 } 28 \text{의 약수}\}$ 일 때, $n(A) + n(B)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$A \subset B$ 이고 $B \subset A$ 이면 $A = B$ 이다.

$A = \{1, 2, 4, 7, 14, 28\}$, $B = \{1, 2, 4, 7, 14, 28\}$ 이고,
 $n(A) = 6, n(B) = 6$ 이다.

따라서, $n(A) + n(B) = 12$ 이다.

18. 두 집합 A, B 가 다음과 같을 때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

$A = \{1, 2, a, 7, b\}$ 에 대하여 $\{1, 3\}$ 과 $\{1, 2, 7, 9\}$ 는 집합 A 의 부분집합이다. $B = \{1, 2, 3, c, 9\}$ 에 대하여 $A \subset B$ 이고, $B \subset A$ 이다.

▶ 답 :

▷ 정답 : 19

해설

$\{1, 3\}$ 과 $\{1, 2, 7, 9\}$ 가 집합 A 의 부분집합이므로 집합 $A = \{1, 2, 3, 7, 9\}$ 또는 $a = 9, b = 3$ 이다. 따라서 $a = 3, b = 9$ 이다. 또한, $A \subset B$ 이고 $B \subset A$ 는 $A = B$ 를 의미하므로 $c = 7$ 이다.

$$\therefore a + b + c = 3 + 9 + 7 = 19$$

19. 두 집합 $A = \{1, 2, 4, 5, 7\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 5\text{이하의 홀수}\}$ 에 대하여 $X \cap A = X$ 와 $X \cup (A \cap B) = X$ 를 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 8 개

해설

$$X \cap A = X \text{이므로 } X \subset A$$

$$X \cup (A \cap B) = X \text{이므로 } (A \cap B) \subset X$$

$$A \cap B = \{1, 5\}$$

$$\{1, 5\} \subset X \subset \{1, 2, 4, 5, 7\}$$

집합 X 는 집합 A 의 부분집합 중 원소 1, 5를 반드시 포함하는 집합이다.

$$\therefore 2^{5-2} = 2^3 = 8 \text{ (개)}$$

20. 집합 $X = \{x|x\text{는 } 8\text{의 약수}\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A = \{x|x\text{는 } 4\text{의 약수}\}$ 일 때, $A \cup B = X$ 가 되는 집합 B 의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▶ 정답 : 8 개

해설

$$X = \{1, 2, 4, 8\}, A = \{1, 2, 4\} \circ | \text{고}$$

$A \cup B = X$ 가 되어야 하므로 집합 B 는 원소 8을 반드시 포함해야 한다.

따라서, 집합 B 는

 $\{8\}, \{1, 8\}, \{2, 8\}, \{4, 8\}, \{1, 2, 8\},$ $\{1, 4, 8\}, \{2, 4, 8\}, \{1, 2, 4, 8\}$

이므로 8 개이다.

21. 두 집합 $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{2, 3, 5\}$ 에 대하여 $A \cap X = X$ 이고, $(A \cap B) \cup X = X$ 를 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 4 개

해설

$A \cap X = X$ 이므로 $X \subset A$

$(A \cap B) \cup X = X$ 이므로

$(A \cap B) \subset X$

$A \cap B = \{2, 3\}$

$\{2, 3\} \subset X \subset \{1, 2, 3, 4\}$

X 는 $\{1, 2, 3, 4\}$ 의 부분집합 중 원소 2, 3 을 포함하는 집합이다.

집합 X 의 개수 : $2^2 = 4$ 개다.

22. 자연수 k 의 양의 약수를 원소로 가지는 집합을 A_k 라고 할 때 다음 포함 관계가 옳은 것은?

① $A_{12} \subset A_4$

② $A_{12} \subset (A_{36} \cap A_{24})$

③ $A_{18} \cup A_{36} = A_{18}$

④ $A_{3k} \subset A_{2k}$

⑤ $A_m \cap A_n = A_{mn}$

해설

① $A_4 \subset A_{12}$

③ $A_{18} \cup A_{36} = A_{36}$

④ A_{3k} 와 A_{2k} 는 서로 포함관계가 아님

23. 자연수 k 의 양의 배수를 원소로 하는 집합을 A_k 라 할 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

① $A_4 \subset A_2$

② $A_4 \cup A_6 = A_{12}$

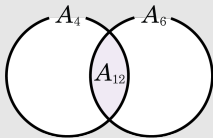
③ $A_2 \cap A_3 = A_6$

④ $(A_2 \cap A_3) \subset (A_3 \cup A_4)$

⑤ $A_3 \cap A_5 = A_{15}$

해설

$$A_4 \cap A_6 = A_{12}, A_4 \cup A_6 \neq A_{12}$$



24. 자연수 k 의 양의 배수를 원소로 하는 집합을 A_k 라 할 때, $A_3 \cap (A_2 \cup A_6)$ 을 간단히 한 것을 고르면?

① A_3

② A_4

③ A_5

④ A_2

⑤ A_6

해설

$$A_3 \cap (A_2 \cup A_6) = A_3 \cap A_2 = A_6$$

25. 학생수가 35명인 대한고등학교 1학년 어느 학급에서, 매점에서 파는 두 종류의 빵을 먹어 본 학생수를 조사했더니 각각 19명, 27명이었다. 두 종류의 빵을 모두 먹어 본 학생 수의 최댓값과 최솟값의 합을 구하면?

① 10

② 20

③ 30

④ 40

⑤ 50

해설

$n(U) = 35, n(A) = 19, n(B) = 27$ 이라 하면 $n(A \cap B)$ 이 최대가 될 때는 원소가 적은 쪽이 원소가 많은 쪽에 포함될 때이다.

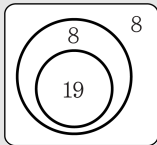
$\therefore$ 최댓값 19

$n(A \cup B) \leq n(U)$ 이므로 $19 + 27 - n(A \cap B) \leq 35, n(A \cap B) \geq 11$

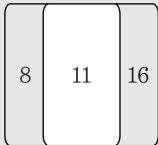
$\therefore$ 최솟값 11

따라서 최댓값과 최솟값의 합은 30

벤다이어그램으로 나타내면 아래와 같다.



[최대]



[최소]

26. 두 함수 $f(x)$, $g(x)$ 는 모두 실수 x 에 대하여 $f(x) \cdot g(x) = 0$ 을 만족시킨다. 두 집합 $A = \{x | f(x) = 0\}$, $B = \{x | g(x) = 0\}$ 에 대한 다음 설명 중 옳은 것은?

- ① A와 B는 모두 무한집합
- ② A와 B는 모두 유한집합
- ③ A가 유한집합이면 B는 무한집합
- ④ A가 무한집합이면 B는 유한집합
- ⑤ A가 무한집합이면 B는 무한집합

해설

$f(x) \cdot g(x) = 0 \leftrightarrow f(x) = 0$ 또는 $g(x) = 0$ 이므로 $A \cup B$ 는 무한집합

$\therefore$ A가 유한집합이면 B는 반드시 무한집합

27. 현정이네 반 학생 35 명 중 야구만 잘하는 학생은 12 명, 축구만 잘하는 학생은 13 명이고, 둘 다 못하는 학생은 4 명이다. 야구와 축구를 모두 잘하는 학생은 몇 명인지 구하여라.

▶ 답 : 명

▷ 정답 : 6 명

해설

현정이네 반 학생 전체의 집합을 U , 야구를 잘하는 학생들의 집합을 A , 축구를 잘하는 학생들의 집합을 B 라고 하면,

$$n(U) = 35, n(A - B) = 12,$$

$$n(B - A) = 13, n((A \cup B)^c) = 4$$

$$n(A \cup B) = n(U) - n((A \cup B)^c) = 35 - 4 = 31$$

$$n(A \cup B) = n(A - B) + n(B - A) + n(A \cap B)$$

$$31 = 12 + 13 + n(A \cap B)$$

$$n(A \cap B) = 6$$

28. 집합 A, B, C 에 대하여 다음 중 $A - (B - C)$ 와 같은 집합은?

① $(A - B) - (A - C)$

② $(A - B) \cap (A - C)$

③ $(A - B) \cup (A - C^c)$

④ $(A \cap B) \cup (A - C)$

⑤ $(A \cup B) - (A \cup C)$

해설

$$\begin{aligned} A - (B - C) &= A \cap (B - C)^c \\ &= A \cap (B \cap C^c)^c \\ &= A \cap (B^c \cup (C^c)^c) \\ &= (A \cap B^c) \cup (A \cap (C^c)^c) \\ &= (A - B) \cup (A - C^c) \end{aligned}$$

29. 전체집합 U 의 부분집합 A, B, C 에 대하여 다음 보기 중 항상 옳은 것을 모두 고른 것은?

보기

- (가) $A - B = \emptyset$ 이면 $A \subset B$ 이다.
 (나) $A \cap B = \emptyset$ 이면 $A \subset B^C$ 이다.
 (다) $(A - B) - C = A - (B \cap C)$
 (라) $A \cap B = A \cap C$ 이면 $B = C$ 이다.
 (마) $A - B = \emptyset, B - C = \emptyset$ 이면 $A - C = \emptyset$ 이다.

- ① (가), (나), (마) ② (가), (다), (라) ③ (가), (다), (마)
 ④ (나), (다), (마) ⑤ (나), (라), (마)

해설

- (가) $A - B = \emptyset$ 이면 A 의 원소가 B 에 의해 모두 상쇄되므로 $A \subset B$ 이다.
 (나) 교집합이 공집합이면 공통되는 부분이 없다는 말이므로 B 의 여집합에 A 가 속하게 된다.
 (마) $A - B = \emptyset, B - C = \emptyset$ 이면 B 의 원소에 의해 A 가 모두 상쇄되고, C 의 원소에 의해 B 가 모두 상쇄되므로 A 의 원소는 C 의 원소에 의해 모두 상쇄되게 된다.

30. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $(A - B) \cup (B \cap A^c) = \emptyset$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?

① $B^C = \emptyset$

② $A^C \cap B^C = \emptyset$

③ $A \cap B^C = A$

④ $A - B = A$

⑤ $A = B$

해설

$(A - B) \cup (B \cap A^c) = (A - B) \cup (B - A) = \emptyset$ 이므로 $A - B = \emptyset$,
 $B - A = \emptyset$ 이다.

따라서 $A \subset B, B \subset A$ 이므로 $A = B$ 이다.

31. 전체집합 $U = \{x|x \text{는 } 40\text{이하의 자연수}\}$, $n(A) = 12$, $n(B) = 14$,
 $n(A \cap B) = 5$ 일 때, $n((A \cup B)^c)$ 를 구한 것은? .

① 18

② 19

③ 20

④ 21

⑤ 22

해설

$$n(U) = 40, n(A) = 12, n(B) = 14$$

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 26 - 5 = 21$$

$$n((A \cup B)^c) = n(U) - n(A \cup B) = 40 - 21 = 19$$

32. $n(A) = 14$, $n(B) = 23$, $n(A \cap B) = 7$ 일 때, $n(B - A) - n(A - B)$ 의 값은?

① 6

② 7

③ 8

④ 9

⑤ 10

해설

$$n(A - B) = n(A) - n(A \cap B)$$

$$n(B - A) = n(B) - n(A \cap B)$$

$$n(A - B) = 14 - 7 = 7$$

$$n(B - A) = 23 - 7 = 16$$

$$\therefore n(B - A) - n(A - B) = 16 - 7 = 9$$

33. 세 집합 A, B, C 에 대하여

$n(A) = 50, n(B) = 32, n(C) = 15, n(A \cup B) = 70, n(A \cap C) = 15, n(B \cap C) = 0$ 일 때,

$n(A \cup B \cup C) + 2 \times n(A \cap B \cap C)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 70

해설

$$n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(B \cap C) - n(A \cap C) + n(A \cap B \cap C)$$

$B \cap C = \emptyset$ 이므로 $A \cap B \cap C = \emptyset$ 이 된다.

$$n(A) + n(B) - n(A \cap B) = n(A \cup B) \text{ 이고}$$

$$A \cap B \cap C = \emptyset \text{ 이므로 } n(A \cap B) = 50 + 32 - 70 = 12$$

$$\therefore n(A \cup B \cup C) = 50 + 32 + 15 - 15 - 12 - 0 + 0 = 70$$

따라서 정답은 $70 + 2 \times 0 = 70$