

1. 두 집합 A, B 가 다음과 같을 때 $(A - B) \cup X = X$, $(A \cup B) \cap X = X$ 를 만족하는 집합 X 의 개수는?

$$A = \{x | x \text{는 } 8 \text{의 약수}\}, B = \{x | x \text{는 } 5 \text{이하의 홀수}\}$$

① 2 개

② 4 개

③ 6 개

④ 8 개

⑤ 10 개

해설

$$(A - B) \cup X = X \text{ 이므로 } (A - B) \subset X$$

$$(A \cup B) \cap X = X \text{ 이므로 } X \subset (A \cup B),$$

$$A = \{1, 2, 4, 8\}, B = \{1, 3, 5\}$$

$$\{2, 4, 8\} \subset X \subset \{1, 2, 3, 4, 5, 8\}$$

집합 X 는 집합 $A \cup B$ 의 부분집합 중 원소 2, 4, 8을 반드시 포함하는 집합이다.

$$\therefore 2^{6-3} = 2^3 = 8 \text{ (개)}$$

2. $A = \{2, 4, 6, 8, 10\}$, $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에 대하여 $A \cup X = A$, $(A - B) \cap X = A - B$ 를 만족하는 집합 X 의 개수는?

- ① 4 개 ② 8 개 ③ 16 개 ④ 32 개 ⑤ 64 개

해설

$A \cup X = A$ 이므로 $X \subset A$ 이고 $(A - B) \cap X = A - B$ 이므로 $(A - B) \subset X$ 이다. $\therefore (A - B) \subset X \subset A$

$A - B = \{6, 8, 10\}$ 이므로 집합 X 는 6, 8, 10 을 반드시 포함하는 A 의 부분집합이다.

따라서 $2^{5-3} = 2^2 = 4$ (개) 이다.

3. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A^c \cap B^c = \{1, 7\}$, $A^c \cap B = \{4, 6\}$ 일 때 집합 A 를 원소나열법으로 나타내면?

① $\{2, 3, 5\}$

② $\{2, 3, 5, 6\}$

③ $\{2, 3, 5, 7\}$

④ $\{2, 3, 6\}$

⑤ $\{2, 3, 7\}$

해설

$$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\},$$

$$A^c \cap B^c = \{1, 7\} = (A \cup B)^c \text{ 에서 } A \cup B = \{2, 3, 4, 5, 6\}$$

$$A^c \cap B = \{4, 6\} = B \cap A^c = B - A \text{ 에서 } B \text{ 에만 속하는 원소가 } 4, 6 \text{ 이므로}$$

집합 A 의 원소는 2, 3, 5 이고 따라서 $A = \{2, 3, 5\}$ 이다.

4. 두 집합 A, B 가 다음과 같을 때, $(A - B) \cup X = X$, $(A \cup B) \cap X = X$ 를 만족하는 집합 X 의 개수는?

$$A = \{x \mid x \text{는 } 8 \text{의 약수}\}, B = \{x \mid x \text{는 } 5 \text{이하의 홀수}\}$$

- ① 2 개 ② 4 개 ③ 6 개 ④ 8 개 ⑤ 10 개

해설

$$(A - B) \cap X = X \text{이므로 } (A - B) \subset X$$

$$(A \cup B) \cap X = X \text{이므로 } X \subset (A \cup B)$$

$$\{2, 4, 8\} \subset X \subset \{1, 2, 3, 4, 5, 8\}$$

집합 X 는 집합 $A \cup B$ 의 부분집합 중 원소 2, 4, 8을 반드시 포함하는 집합이다.

$$\therefore 2^{6-3} = 2^3 = 8(\text{개})$$

5. 집합 P 에 대하여 $2^A = \{P \mid P \subset A\}$ 로 정의한다. $A = \{1, 2, 4\}$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

① $\emptyset \in 2^A$

② $\emptyset \subset 2^A$

③ $\{\emptyset\} \in 2^A$

④ $\{\emptyset\} \subset 2^A$

⑤ $A \in 2^A$

해설

$2^A = \{P \mid P \subset A\}$ 는 집합 A 의 부분집합의 집합을 의미한다. 집합 A 의 부분집합은 $\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{4\}, \{1, 2\}, \{1, 4\}, \{2, 4\}, \{1, 2, 4\}$ 이다.

따라서 2^A 를 원소나열법으로 나타내면 $\{\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{4\}, \{1, 2\}, \{1, 4\}, \{2, 4\}, \{1, 2, 4\}\}$ 이다.

③ $\{\emptyset\} \notin 2^A$

6. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } \{1, 2, 4\} \text{의 부분집합}\}$ 일 때, 집합 A 의 원소가 아닌 것을 모두 고르면? (정답 2 개)

① $\emptyset$

② $\{2, 4\}$

③ $\{\emptyset\}$

④ $\{1, 2, 4\}$

⑤ $\{\{1, 2\}\}$

해설

$$A = \{\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{4\}, \{1, 2\}, \{1, 4\}, \\ \{2, 4\}, \{1, 2, 4\}\}$$