

1. $A = \{x \mid x \text{는 } 16\text{의 약수}\}$, $B = \{2, 4, 7, 9, 10\}$ 일 때, $n(A) + n(B)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

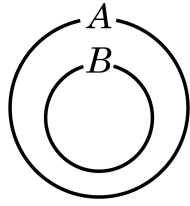
▷ 정답 : 10

해설

$A = \{1, 2, 4, 8, 16\}$ 이므로 $n(A) = 5$

$\therefore n(A) + n(B) = 5 + 5 = 10$

2. 두 집합 A, B 의 포함관계가 아래 벤 다이어그램으로 나타내어져 있다.



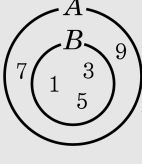
$A = \{1, 3, 5, 7, a\}$, $B = \{x|x\text{는 } 9\text{의 약수}\}$ 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$A = \{1, 3, 5, 7, a\}$, $B = \{x|x\text{는 } 9\text{의 약수}\} = \{1, 3, 9\}$
그런데 $B \subset A$ 이기 때문에, $9 \in A$ 이어야 하므로 $a = 9$ 이다.



3. 다음 중 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 약수}\}$ 의 부분집합인 것을 고르면?

① $\{0, 2\}$

② $\{1, 4\}$

③ $\{1, 2, 6\}$

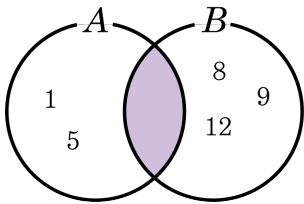
④ $\{1, 3, 5\}$

⑤ $\{4, 5, 6\}$

해설

$A = \{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 약수}\} = \{1, 2, 3, 6\}$
따라서 $\{1, 2, 6\} \subset A$ 이다.

4. 다음 벤 다이어그램에서 $A \cup B = \{1, 3, 5, 7, 8, 9, 12\}$ 일 때, 색칠한 부분의 원소의 개수를 구하여라.



▶ 답 : 개

▷ 정답 : 2 개

해설

색칠한 부분은 집합 A 와 집합 B 의 공통 부분인 교집합에 해당한다.

$A \cup B = \{1, 3, 5, 7, 8, 9, 12\}$ 이므로 벤 다이어그램에 표시되어 있지 않은 원소를 말한다.

그러므로 색칠한 부분의 원소는 3, 7 이다.

원소의 개수는 2 개이다.

5. 집합 A 에 대하여 안에 공통으로 들어가는 집합을 써넣라.
- (1) $A \cup \emptyset = \square$
- (2) $A \cap A = \square$
- (3) $A \cup A = \square$

▶ 답 :

▶ 정답 : A

해설

- (1) $\emptyset$ 은 집합 A 에 포함되므로 $A \cup \emptyset = A$ 이다.
- (2) $A \cap A = A$
- (3) $A \cup A = A$

6. 함수 $y = |x - 1| - 2$ 의 그래프와 직선 $y = mx + m - 1$ 이 서로 다른 두 점에서 만나도록 m 의 값의 범위를 구하면?

- ① $-1 < m < 0$ ② $-\frac{1}{2} < m < 1$ ③ $-\frac{1}{4} < m < \frac{1}{2}$
 ④ $0 < m < 1$ ⑤ $1 < m < 2$

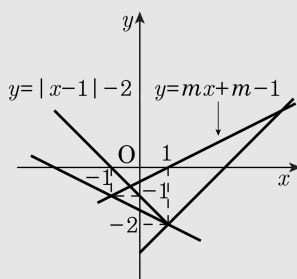
해설

$y = |x - 1| - 2$ 의 그래프는 아래 그림과 같이 점 $(1, -2)$ 에서 꺾인 그래프이다.

또, 직선 $y = mx + m - 1$ 은 $y = m(x + 1) - 1$ 에서 m 의 값에 관계 없이 점 $(-1, -1)$ 을 지나는 직선이다.

따라서, 두 그래프가 서로 다른 두

점에서 만나기위한 조건은 $-\frac{1}{2} < m < 1$



7. 다음 등식을 만족하는 유리수 x, y 의 값을 구하면?

$$x(\sqrt{2}-3)+y(\sqrt{2}+2)=3\sqrt{2}-4$$

- ① $x=2, y=-1$ ② $x=-1, y=-2$
③ $x=2, y=1$ ④ $x=-1, y=2$
⑤ $x=1, y=2$

해설

$$(-3x+2y)+(x+y)\sqrt{2}=-4+3\sqrt{2}$$

$$\begin{cases} -3x+2y=-4 \\ x+y=3 \end{cases}$$

$$\therefore x=2, y=1$$

8. 다섯 개의 숫자 1, 2, 3, 4, 5 에서 서로 다른 세 숫자를 택하여 세 자리의 자연수를 만들 때, 5 의 배수의 개수는?

① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

해설

다섯 개의 숫자 1, 2, 3, 4, 5 에서 서로 다른 세 숫자를 택하여 만든 세 자리의 자연수가 5 의 배수하려면 일의 자리의 수가 5 이어야 한다.

따라서, 1, 2, 3, 4 에서 서로 다른 두 숫자를 택하여 백의 자리와 십의 자리에 배열하면 되므로 구하는 5 의 배수의 개수는 ${}_4P_2 = 4 \times 3 = 12$ (개)

9. 0, 1, 2로 중복을 허락하여 만들 수 있는 다섯 자리의 정수의 개수는?

① 86가지

② 98가지

③ 132가지

④ 162가지

⑤ 216가지

해설

첫 자리에 올 수 있는 숫자는 2가지이고 나머지는 모두 3가지이다.

$\therefore 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 162$ 가지

10. 전체집합 U 의 부분집합 A 에 대하여 다음 중 옳지 않은 것은?

① $A \cap A^c = \phi$

② $A \cup U = U$

③ $\phi^c = U$

④ $A \cap U = U$

⑤ $(A^c)^c = A$

해설

$$A \cap U = A$$

11. n 이 100보다 작은 자연수일 때, 다음 명제가 거짓임을 보여주는 반례는 모두 몇 가지인가?

‘ n^2 이 12의 배수이면 n 은 12의 배수이다.’

▶ 답 : 8 가지

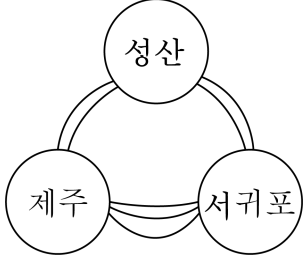
▷ 정답 : 8 가 지

해설

명제가 거짓임을 보이는 반례는 n^2 이 12의 배수이면서 n 이 12의 배수가 아닌 수를 찾으면 된다. 즉, n 은 6의 배수이면서 12의 배수가 아닌 수를 찾으면 된다.

$n \in \{6 \times 1, 6 \times 3, 6 \times 5, 6 \times 7, 6 \times 9, 6 \times 11, 6 \times 13, 6 \times 15\}$

12. 다음 그림과 같이 제주와 성산을 잇는 길은 2 개, 성산과 서귀포를 잇는 길은 2 개가 있고, 제주와 서귀포를 잇는 길은 3 개가 있다. 제주에서 서귀포로 갔다가 다시 제주로 돌아올 때, 성산을 반드시 1 번만 거치는 경우의 수는?

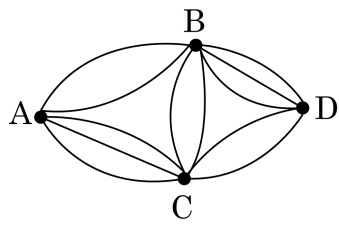


- ① 12 ② 18 ③ 24 ④ 30 ⑤ 32

해설

$(2 \times 2) \times 3 + 3 \times (2 \times 2) = 24$
∴ 24 가지

13. A, B, C, D 네 지점 사이에 오른쪽그림과 같은 도로망이 있다. A 에서 D 까지의 경로는 모두 몇 가지인가? (단, 동일 지점은 많아야 한번만 지난다.)



▶ 답: 가지

▶ 정답 : 38가지

해설

A 에서 D 까지의 경로는

$A \rightarrow B \rightarrow D$ 의 경우 : $2 \times 3 = 6$ (가지)

$A \rightarrow C \rightarrow D$ 의 경우: $3 \times 2 = 6$ (가지)

$A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D$ 의 경우 :

$$2 \times 2 \times 2 = 8 \text{ (가지)}$$

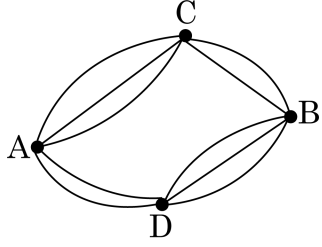
$A \rightarrow C \rightarrow B \rightarrow D$ 의 경우 :

$$3 \times 2 \times 3 = 18 \text{ (가지)}$$

따라서 구하는 가지수는

$$6 + 6 + 8 + 18 = 38 \text{ (가지)}$$

14. 다음 그림과 같이 A 지점에서 B 지점으로 가는 길이 있다. 갑, 을 두 사람이 A 에서 중간지점 C, D 를 각각 통과하여 B 로 가는 가짓수는 몇 가지인가? (단, 한 편이 통과한 중간지점을 다른 편이 통과할 수는 없다.)

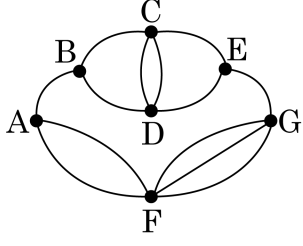


- ① 72 ② 36 ③ 24 ④ 12 ⑤ 6

해설

- (i) 갑이 C 를, 을이 D 를 통과하는 경우의 수 $(3 \times 2) \times (2 \times 3) = 36$
(ii) 을이 C 를, 갑이 D 를 통과하는 경우의 수도 같은 방법으로 36가지
따라서, 구하는 경우의 수는 $36 + 36 = 72$ (가지)

15. A, B, C, D, E, F, G 의 일곱 도시 사이에 다음 그림과 같은 도로망이 있다. 같은 지점은 많아야 한 번 밖에 지날 수 없고 지나지 않는 도시가 있어도 될 때, A 에서 G 로 가는 경우의 수는?



- ① 6 ② 8 ③ 9 ④ 12 ⑤ 14

해설

(i) A 에서 B, E 를 경유해서 G 로 가는 방법은
A → B → C → E → G 의 1 가지
A → B → D → E → G 의 1 가지
A → B → C → D → E → G 의 2 가지
A → B → D → C → E → G 의 2 가지
∴ 6 (가지)
(ii) A 에서 F 를 경유해서 G 로 가는 방법
 $2 \times 3 = 6$ (가지)
(i), (ii)가 동시에 발생할 수 없으므로
 $6 + 6 = 12$ (가지)

16. 집합 $X = \{a, b, c, d\}$ 에 대하여 X 에서 X 로의 일대일 대응의 개수는?

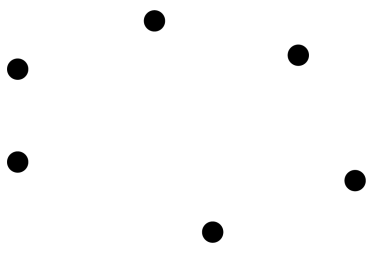
- ① 16 개 ② 24 개 ③ 30 개 ④ 42 개 ⑤ 54 개

해설

집합 X 의 원소를 나열하는 방법의 수와 같다.

$${}_4P_4 = 24(\text{개})$$

17. 다음 그림과 같이 어느 세 점도 일직선 위에 있지 않은 서로 다른 6개의 점에 대하여 만들어지는 직선의 개수를 구하여라.



▶ 답 : 6 개

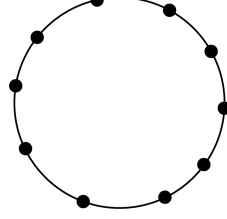
▷ 정답 : 15개

해설

두 점을 이어서 만들 수 있는 직선의 개수는

$${}_6C_2 = \frac{6 \times 5}{2 \times 1} = 15 \text{ (개)}$$

18. 다음 그림과 같이 원주 위에 10 개의 점이 있다. 이 중에서 2 개의 점을 이어서 만들 수 있는 직선의 개수를 l , 3 개의 점을 이어서 만들 수 있는 삼각형의 개수를 m , 4 개의 점을 이어서 만들 수 있는 사각형의 개수를 n 이라 할 때, $l + m + n$ 의 값은?



- ① 315 ② 330 ③ 345 ④ 360 ⑤ 375

해설

원주 위의 10 개의 점은 어느 세 점도 한 직선 위에 있지 않으므로,

$$l = {}_{10}C_2 = \frac{10!}{2!8!} = 45$$

$$m = {}_{10}C_3 = \frac{10!}{3!7!} = 120$$

$$n = {}_{10}C_4 = \frac{10!}{4!6!} = 210$$

$$\therefore l + m + n = 375$$

19. 집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ 에 대하여 원소의 개수가 2 개, 2 개, 3 개인 집합으로 분할하는 방법의 수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 105 개

해설

$${}^7C_2 \times {}_5C_2 \times {}_3C_3 \times \frac{1}{2!} = 105$$

20. 자동차 판매 사원 10 명을 강원도, 경기도, 경상도, 전라도, 충청도의 각 도에 2 명씩 일정하게 배치하는 방법은 몇 가지인가?
- ① 113400 가지 ② 21230 가지 ③ 476290 가지
- ④ 798090 가지 ⑤ 983020 가지

해설

사람을 모두 다르게 간주 하면, 5^{10}
2 명씩 배치하는 경우는
 ${}_{10}C_2 \cdot 8 \cdot {}_8C_2 \cdot 6 \cdot {}_6C_2 \cdot 4 \cdot {}_4C_2 \cdot 2 \cdot {}_2C_2 = 113400$ (가지)

해설

강원도를 a , 경기도를 b , 경상도를 c ,
전라도를 d , 충청도를 e 라고 했을 때,
 $aabbccdde$ 를 나열하는 방법의 수이므로,
 $\therefore \frac{10!}{(2!)^5} = 113400$ (가지)

21. 서로 다른 15 종류의 꽃이 있다. 5개씩 세 사람에게 나누어 주는 방법은 몇 가지인가?
- ① ${}_{15}C_5 \times {}_{10}C_5 \times {}_5C_5$
 - ② ${}_{15}C_5 \times {}_{10}C_5 \times {}_5C_5 \times \frac{1}{3!}$
 - ③ ${}_{15}C_5 \times {}_{10}C_5 \times {}_5C_5 \times 3!$
 - ④ ${}_{15}C_5 \times {}_{10}C_5 \times {}_5C_5 \times \frac{1}{3!} \times 3!$
 - ⑤ ${}_{15}C_5 \times {}_{10}C_5$

해설

5개씩 3 뭉치로 나누고 다시 세 사람에게 나누어 주므로
 ${}_{15}C_5 \times {}_{10}C_5 \times {}_5C_5 \times \frac{1}{3!} \times 3! = 756756$ (가지)

22. 자연수를 원소로 가지는 집합 S 가 조건 ' $x \in S$ 이면 $(4 - x) \in S$ 이다.' 를 만족한다. 이 때, 집합 S 의 개수는?

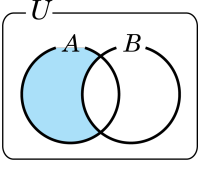
- ① 3 개 ② 4 개 ③ 5 개 ④ 6 개 ⑤ 7 개

해설

집합 S 의 원소는 자연수이어야 하므로 x 가 자연수이어야 한다. 또한, 조건 ' $x \in S$ 이면 $(4 - x) \in S$ '로부터 x 가 S 의 원소이면 $(4 - x)$ 도 S 의 원소이므로 $(4 - x)$ 도 자연수이다. $1 \in S$ 이면 $(4 - 1) \in S$, 즉 $3 \in S$, $2 \in S$ 이면 $(4 - 2) \in S$, 즉 $2 \in S$, $3 \in S$ 이면 $(4 - 3) \in S$, 즉 $1 \in S$ 이므로 1과 3은 동시에 S 의 원소이거나 S 의 원소가 아니어야 한다.

한편, 2는 혼자서 S 의 원소이거나 S 의 원소가 아닐 수 있다. 따라서 두 집합 $S_1 = \{2\}$, $S_2 = \{1, 3\}$ 의 원소들을 동시에 갖거나 갖지 않는 모든 집합들을 보면 S_1 만을 가질 때에는 $\{2\}$, S_2 만을 가질 때에는 $\{1, 3\}$, S_1, S_2 를 모두 가질 때에는 $\{1, 2, 3\}$ 이다. 따라서 3개이다.

23. 다음 중 다음 벤 다이어그램의 색칠된 부분이 나타내는 집합에 대한 설명이다. 옳은 것을 모두 고르면 ?

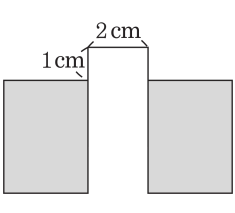


- ① $A - B$ 라고 쓰며, A 마이너스 B 라고 읽는다.
- ② A 에도 속하고 B 에도 속하는 원소들로 이루어진 집합이다.
- ③ $A - B = \{x|x \in A \text{ 그리고 } x \notin B\}$
- ④ $A - B = B - A$
- ⑤ $A - B = A \cap B^c$

해설

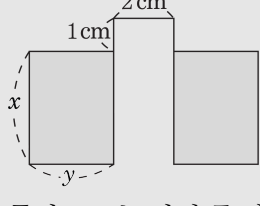
- ① $A - B$ 라고 쓰며, A 차집합 B 라고 읽는다.
- ② A 에는 속하지만 B 에도 속하지 않는 원소들로 이루어진 집합이다
- ④ $A - B \neq B - A$

24. 폭이 200cm인 긴 양철판을 구부려서 두 줄기로 물이 흘러가도록 하였다. 단면이 아래 그림과 같이 대칭인 모양으로 물이 가장 많이 흘러갈 수 있도록 했을 때, 물이 흘러가는 단면의 최대 넓이에 가장 가까운 값은?



- ① 1000 cm² ② 1200 cm² ③ 1600 cm²
 ④ 2000 cm² ⑤ 2400 cm²

해설



물이 흐르는 단면 중 한 쪽 직사각형의 가로를 y cm, 세로를 x cm라고 하면

$$4x + 2y + 2 + 1 \times 2 = 200 \text{ 에서}$$

$$4x + 2y = 196 \quad x > 0, y > 0 \text{ 이므로}$$

(산술평균) $\geq$ (기하평균) 에서

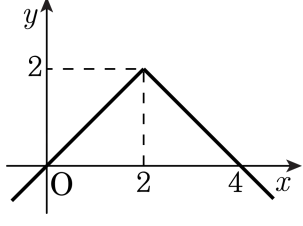
$$\frac{4x + 2y}{2} \geq \sqrt{4x \cdot 2y} = 2\sqrt{2}\sqrt{xy}$$

$$\sqrt{xy} \leq \frac{1}{2\sqrt{2}} \cdot \frac{196}{2}$$

$$\therefore xy \leq \frac{49^2}{2}, \quad 2xy \leq 49^2, \quad 2xy \leq 2401$$

따라서 단면의 최대 넓이는 $2xy = 2401$

25. $y = f(x)$ 의 그래프가 오른쪽 그림과 같을 때, 방정식 $(f \circ f)(x) = 1$ 의 서로 다른 실근의 개수는?



- ① 1 개
- ② 2 개
- ③ 3 개
- ④ 4 개
- ⑤ 무수히 많다.

해설

$$f(x) = \begin{cases} y = x(x \leq 2) & \cdots \textcircled{㉠} \\ y = -x + 4(x > 2) & \cdots \textcircled{㉡} \end{cases}$$

①에서는 $(f \circ f)(x) = f(f(x)) = f(x) = x$

$\therefore x = 1$

②에서는 $(f \circ f)(x) = f(f(x)) = f(-x + 4)$
 $= -x + 4$

$\therefore x = 3$

실근의 개수 : 2 개.

26. $0 \leq x \leq 2$ 에서 함수 $f(x) = |x-1|$ 에 대하여 방정식 $(f \circ f)(x) = ax+b$ 의 실근의 개수가 무수히 많도록 하는 상수 a, b 의 곱 ab 의 값은? (단, $b \neq 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

방정식 $(f \circ f)(x) = ax+b$ 의 실근의 개수는

$y = (f \circ f)(x)$ 의 그래프와

직선 $y = ax+b$ 의 교점의 개수와 같다.

$f(x) = |x-1|$ 에서

$(f \circ f)(x) = f(f(x)) = ||x-1|-1|$

따라서 $0 \leq x \leq 2$ 에서

$y = (f \circ f)(x)$ 의 그래프가 다음 그림과 같으므로 실근의 개수가 무수히

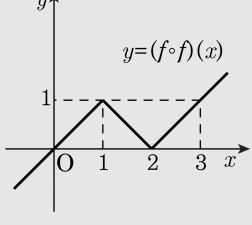
많으려면 직선의 방정식은 $y = x$ 또는

$y = -x+2$ 이어야 한다.

그런데, $b \neq 0$ 이므로 $y = -x+2$

따라서 $a = -1, b = 2$ 이므로 $ab =$

-2



27. 다음은 $\frac{x^2-x-3}{x-1} - \frac{x^2+x-1}{x+1}$ 를 계산하는 과정이다. 다음 중 ㉠, ㉡, ㉢, ㉣을 차례대로 구하고 풀이를 완성하여 그 값을 바르게 구한 것은?

$$\frac{x^2-x-3}{x-1} = (\text{㉠}) + \frac{(\text{㉡})}{x-1}$$

$$\frac{x^2+x-1}{x+1} = (\text{㉢}) + \frac{(\text{㉣})}{x+1}$$

- ㉠ $-x, +3, x, -1, \frac{2x+4}{x^2-1}$

㉡ $x, -3, x, -1, -\frac{2x+4}{x^2-1}$
- ㉢ $x, 3, x, 1, -\frac{2x+4}{x^2+1}$

㉣ $x, -1, x, -3, -\frac{2x-4}{x^2-1}$
- ㉤ $x, 1, x, 3, -\frac{2x+4}{x^2+1}$

해설

$$\begin{aligned} \frac{x^2-x-3}{x-1} &= \frac{x(x-1)-3}{x-1} = x + \frac{-3}{x-1} \\ \frac{x^2+x-1}{x+1} &= \frac{x(x+1)-1}{x+1} = x + \frac{-1}{x+1} \\ \therefore \text{㉠} &= x, \text{㉡} = -3, \text{㉢} = x, \text{㉣} = -1 \\ (\text{준식}) &= x - \frac{3}{x-1} - \left(x - \frac{1}{x+1}\right) \\ &= \frac{1}{x+1} - \frac{3}{x-1} \\ &= \frac{x-1-3(x+1)}{(x+1)(x-1)} \\ &= -\frac{2x+4}{x^2-1} \end{aligned}$$

28. 집합 $A_N = \{x \mid x \text{ 는 } N \text{ 의 약수}\}$ 로 정의한다. A_N 의 진부분집합의 개수가 7개일 때, N 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

A_N 의 진부분집합의 개수가 7개라면,
 A_N 의 부분집합의 개수는 8개이다.
원소의 개수가 n 개인 부분집합의 개수 $= 2^n$
집합 A_N 의 원소의 개수는 3개이다.
 N 의 약수의 개수가 3개가 되려면 N 은 소수의 제곱수이어야 한다.
따라서 가장 작은 소수인 2의 제곱수인 4가 N 의 최솟값이다.

29. 두 집합 $A = \{2, 1, a + 3, b\}$, $B = \{4, a, b + 1\}$ 에 대하여 $A \cap B = B$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

(i) $a + 3 = 4$ 일 때, $a = 1$

$A = \{2, 1, 4, b\}$

$B = \{4, 1, b + 1\}$

$b + 1 = 2$, $b = 1$ (×)

(ii) $b = 4$ 일 때,

$A = \{2, 1, a + 3, 4\}$

$B = \{4, a, 5\}$

$a + 3 = 5$, $a = 2$ (○)

$\therefore a + b = 2 + 4 = 6$

30. 다음 보기는 p 가 q 이기 위한 어떤 조건인가를 말하고 있다. 올바른 것의 개수는 몇 개인가?(단, a, b, x, y 는 실수)

보기

- ㉠ $p : a + b > 2, q : a > 1, b > 1$ (충분조건)
- ㉡ $p : a$ 는 4 의 배수, $q : a$ 는 짝수 (충분조건)
- ㉢ $p : (A \cup B) - (A \cap B) = \emptyset, q : A = B$ (필요충분조건)
- ㉣ $p : a < b, q : |a| < |b|$ (필요충분조건)
- ㉤ $p : |x - 1| = 2, q : x^2 - 2x + 3 = 0$ (필요조건)
- ㉥ $p : x = 1$ 이고 $y = 1, q : x + y = 2$ 이고 $xy = 1$ (필요조건)

① 2개 ② 3개 ③ 4개 ④ 5개 ⑤ 6개

해설

각 조건에 대한 대우가 참인지 확인하고 반례를 찾는다.

- ㉠ 반례 : $a = 0, b = 3 \therefore$ 필요조건 (거짓)
- ㉡ 대우 : a 가 홀수이면 4의 배수가 아니다. (참)
- ㉢ $(A \cup B) - (A \cap B) = \emptyset \Rightarrow (A \cup B) \subset (A \cap B)$
 $\therefore A = B$ (참)
- ㉣ 반례 : $a = -3, b = 1$ (거짓)
- ㉤ $|x - 1| = 2$ 의 해집합 $P = \{-1, 3\}$
 $x^2 - 2x + 3 = 0$ 의 해집합 $Q = \emptyset$
- ㉥ $x + y = 2$ 이고 $xy = 1$ 을 연립하면
 $y = 2 - x, x(2 - x) = 1 \Rightarrow x^2 - 2x + 1 = 0$
 $\therefore x = 1, y = 1$ 이므로 필요충분조건 (거짓)

따라서 옳은 것은 3개