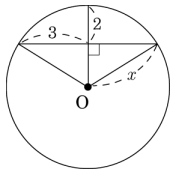
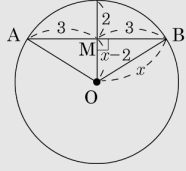


1. 다음 그림의 원 O에서 x 의 값은?



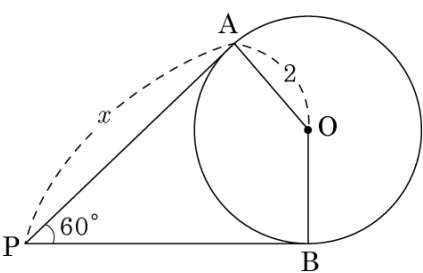
- ① $\frac{11}{4}$ ② $\frac{13}{4}$ ③ $\frac{15}{4}$ ④ $\frac{17}{4}$ ⑤ $\frac{19}{4}$

해설



$$\triangle OBM \text{에서 } x^2 = (x-2)^2 + 3^2 \quad \therefore x = \frac{13}{4}$$

2. 다음 그림에서 x 의 길이는?
(단, $\overline{PA}$ 와 $\overline{PB}$ 는 원 O 의 접선이다.)



- ① $2\sqrt{3}$ ② $3\sqrt{3}$ ③ $4\sqrt{3}$ ④ $5\sqrt{3}$ ⑤ $6\sqrt{3}$

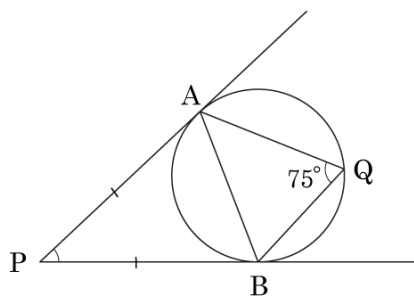
해설

$$\overline{AP} : \overline{AO} = \sqrt{3} : 1$$

$$x : 2 = \sqrt{3} : 1$$

$$x = 2\sqrt{3}$$

3. 다음 그림에서 두 직선 PA, PB 는 원의 접선이고 $\angle AQB = 75^\circ$ 일 때, $\angle APB$ 의 크기는?

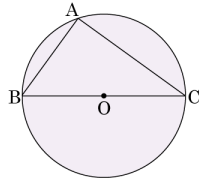


- ① 30° ② 40° ③ 50° ④ 60° ⑤ 70°

해설

$\angle ABP = \angle AQB = 75^\circ$ 이고 $\triangle PAB$ 는 이등변삼각형이므로 $\angle APB = 180^\circ - 75^\circ - 75^\circ = 30^\circ$

4. 다음 그림과 같이 원 O 에 내접하는 $\triangle ABC$ 에서 $\angle A : \angle B = 5 : 3$ 이고 $5.0\text{pt}\widehat{AB} = 4$ 일 때, $5.0\text{pt}\widehat{BC}$ 의 길이는?

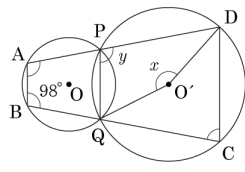


- ① 6 ② 8 ③ 10 ④ 12 ⑤ 14

해설

$\angle A : \angle B = 5 : 3$ 이므로 $\angle A = 5x, \angle B = 3x$
반원에 대한 원주각은 90° 이므로 $\angle A = 5x = 90^\circ$
 $\angle B + \angle C = 3x + \angle C = 5x$ 이므로 $\angle C = 2x$
 $5.0\text{pt}\widehat{AB} : 5.0\text{pt}\widehat{BC} = 2 : 5 = 4 : 5.0\text{pt}\widehat{BC}$
 $\therefore 5.0\text{pt}\widehat{BC} = 10$

5. 다음 그림에서 $\angle ABQ = 98^\circ$ 일 때, $x + y$ 의 값은?



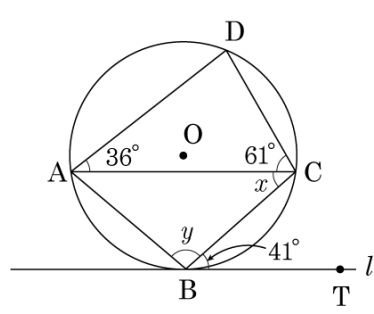
- ① 156° ② 164° ③ 196° ④ 262° ⑤ 328°

해설

사각형 PQCD 에서 $\angle y = \angle ABQ = 98^\circ$
 사각형 ABQP 에서 $\angle APQ = 82^\circ = \angle DCQ$
 $\angle x = 2 \times \angle DCQ = 2 \times 82^\circ = 164^\circ$
 $\therefore x + y = 164^\circ + 98^\circ = 262^\circ$

6. 다음 그림에서 직선 l 이 원 O 의 접선일 때, $\angle y - \angle x$ 의 값은?

- ① 40° ② 45°
 ③ 50° ④ 55°
 ⑤ 60°



해설

접선과 현이 이루는 각의 성질에 따라

$$\angle BAC = \angle CBT = 41^\circ$$

내접사각형의 성질에 따라

$$\angle BAD + \angle BCD = 36^\circ + 41^\circ + 61^\circ + x = 180^\circ$$

$$\therefore \angle x = 42^\circ$$

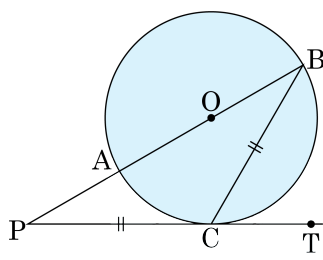
$$\triangle ABC \text{ 에서 } \angle BAC = 41^\circ, \angle ACB = 42^\circ$$

$$\therefore \angle y = 180^\circ - (41^\circ + 42^\circ) = 97^\circ$$

$$\therefore \angle y - \angle x = 97^\circ - 42^\circ = 55^\circ$$

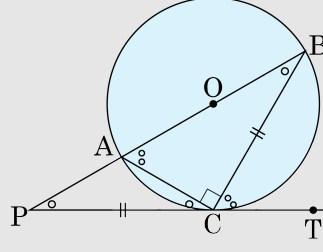
7. 다음 그림과 같이 원 O의 지름 AB의 연장선 위의 점 P에서 원 O에 접선 PT를 그려 그 접점을 C라 한다. $\overline{PC} = \overline{BC}$ 가 성립할 때, $\angle BCT$ 의 크기는?

- ① 35 ② 40 ③ 45
④ 50 ⑤ 60



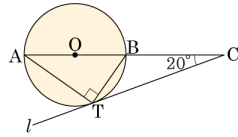
해설

점 A와 점 C를 이으면



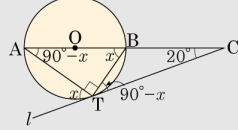
$\angle B = a$ 라 하면 $\angle P = a$ ($\because$ 이등변삼각형)
 $\angle ACP = a$ (접선과 현이 이루는 각의 성질)
 $\triangle APC$ 의 외각 $\angle BAC = 2a$, $\angle ACB = 90^\circ$
 $\triangle ABC$ 에서 $3a = 90^\circ$, $a = 30^\circ$
 $\angle BCT = \angle BAC = 2a = 60^\circ$
 $\therefore \angle BCT = 60^\circ$

8. 다음 그림에서 원 O 의 지름 AB 의 연장선이 접선 l 과 이루는 각의 크기가 20° 일 때, $\angle ABT$ 의 크기는?



- ① 52.5° ② 55° ③ 57.5° ④ 60° ⑤ 62.5°

해설



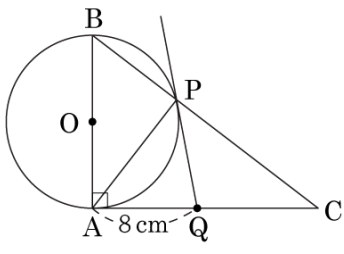
그림에서

$$90^\circ - x + 20^\circ = x$$

$$2x = 110^\circ$$

$$\therefore x = 55^\circ$$

9. 다음 그림과 같이 선분 BC 를 빗변으로 하는 직각삼각형 ABC 에서 변 AB 를 지름으로 하는 원과 변 BC 와의 교점을 P 라 한다. 점 P 에서의 접선과 AC 와의 교점을 Q 라 할 때, $\overline{AQ} = 8\text{cm}$ 이면 $\overline{QC}$ 의 길이는?

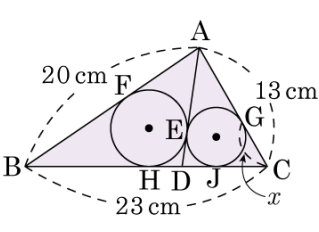


- ① 4cm ② 5cm ③ 6cm ④ 7cm ⑤ 8cm

해설

$\overline{AC}$ 와 $\overline{PQ}$ 는 원 O 의 접선이므로
 $\angle APC = 90^\circ$ 이고, $\overline{AQ} = \overline{PQ}$
 그런데 $\angle QPC = 90^\circ - \angle QPA = 90^\circ - \angle QAP = \angle QCP$
 따라서, $\triangle QPC$ 는 이등변삼각형이므로 $\overline{PQ} = \overline{QC}$ 이다.
 따라서 $\overline{AQ} = \overline{QC} = 8(\text{cm})$

10. 그림과 같이 $\overline{AB} = 20\text{cm}$, $\overline{BC} = 23\text{cm}$, $\overline{AC} = 13\text{cm}$, $\overline{DE} = 3\text{cm}$ 인 $\triangle ABD$, $\triangle ADC$ 의 내접원을 그리면 이 두 원이 한 점 E 에서 접할 때, $\overline{CG}$ 의 길이는?

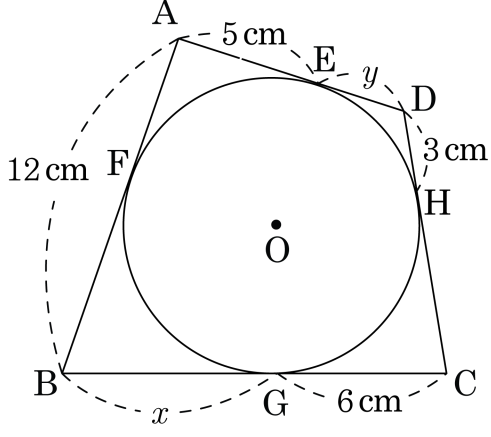


- ① 2cm ② 2.3cm ③ 3.8cm
 ④ 4cm ⑤ 5cm

해설

$\overline{CG} = x\text{cm}$ 라 하면
 $\overline{AG} = 13 - x = \overline{AE} = \overline{AF}$,
 $\overline{BF} = 20 - (13 - x) = 7 + x = \overline{BH}$,
 $\overline{DE} = \overline{DH} = \overline{DJ} = 3(\text{cm})$
 따라서, $\overline{BC} = (7 + x) + 3 + 3 + x = 23(\text{cm})$
 $\therefore x = 5(\text{cm})$

11. 다음 그림과 같이 □ABCD가 원 O에 외접할 때, $x+y$ 의 값은?

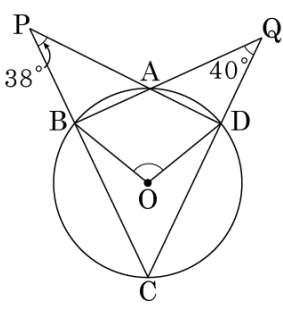


- ① 10 ② 11 ③ 12 ④ 13 ⑤ 14

해설

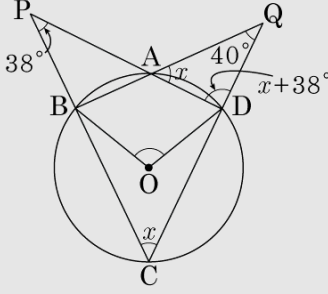
$\overline{AF} = \overline{AE} = 5(\text{cm})$
 $\overline{DH} = \overline{ED} = 3(\text{cm})$
 $\overline{BF} = \overline{BG} = 7(\text{cm})$
따라서 $x = 7(\text{cm})$, $y = 3(\text{cm})$

12. 다음 그림에서 $\square ABCD$ 는 원 O 에 내접하고 $\angle DPC = 38^\circ$, $\angle BQC = 40^\circ$ 일 때, $\angle BOD$ 의 크기는?



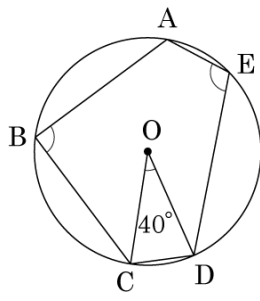
- ① 78° ② 82° ③ 90° ④ 98° ⑤ 102°

해설



$\angle BCD = \angle x$ 라 하면 $\angle ADQ = \angle x + 38^\circ$,
 $\angle DAQ = \angle BCD = x$
 $\triangle ADQ$ 의 세 내각의 크기의 합은
 $\angle x + (\angle x + 38^\circ) + 40^\circ = 180^\circ$
 $\therefore \angle x = 51^\circ$ 이다.
따라서 $\angle BOD = 2\angle BCD = 2 \times 51^\circ = 102^\circ$

13. 다음 그림에서 오각형 ABCDE는 원 O에 내접하고 $\angle COD = 40^\circ$ 일 때, $\angle B + \angle E$ 의 크기는?



- ① 180° ② 185° ③ 190° ④ 195° ⑤ 200°

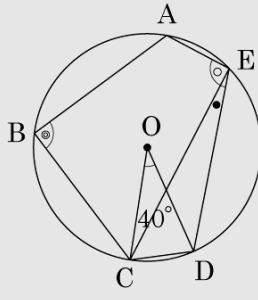
해설

점 C와 점 E에 보조선을 그으면

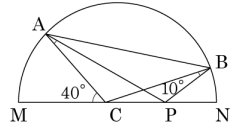
$$\angle B + \angle AEC = 180^\circ, \angle CED = 40^\circ \times$$

$$\frac{1}{2} = 20^\circ$$

$$\therefore \angle B + \angle E = 180^\circ + 20^\circ = 200^\circ$$



14. A, B 는 지름이 $\overline{MN}$, 중심이 C 인 반원 위의 점이고, P 는 반지름 $\overline{CN}$ 위의 점이다. $\square ACPB$ 가 반원에 내접할 때, $\angle CAP = \angle CBP = 10^\circ$, $\angle APC = 30^\circ$ 일 때, $\angle BCN$ 는?



- ① 10° ② 15° ③ 20° ④ 25° ⑤ 30°

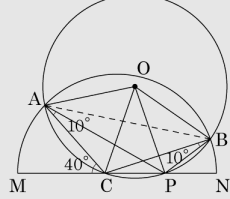
해설

네 점 A, C, P, B 는 한 원 O 위에 있고,
 $\angle APC = 30^\circ$,
 $\angle AOC = 2\angle APC = 60^\circ$ (원주각과 중심각),
 $\angle COP = 2\angle CAP = 20^\circ$ (원주각과 중심각)
 $\overline{CA} = \overline{CB}$ (반지름) 이므로 현의 길이가 같으면 중심각의 크기도 같고,

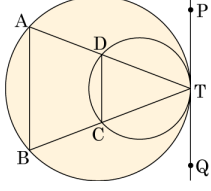
$$\therefore \angle AOC = \angle COB = 60^\circ ,$$

$$\therefore \angle BOP = 60 - 20 = 40^\circ$$

$$\therefore \angle BCN = \angle BCP = \frac{1}{2}\angle BOP = \frac{1}{2} \times 40^\circ = 20^\circ$$

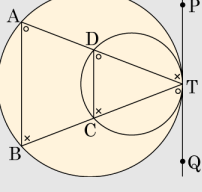


15. 다음 그림과 같이 점 T 는 두 원의 공통 접점이고 $\overleftrightarrow{PQ}$ 는 두 원의 공통인 접선이다. 다음 중 옳지 않은 것은?



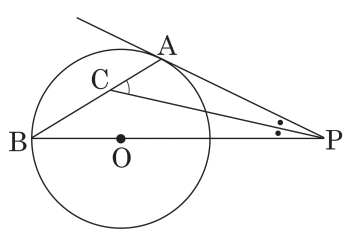
- ① $\overline{AB} // \overline{CD}$
- ② $\angle BAT = \angle CDT$
- ③ $\overline{TA} : \overline{TB} = \overline{TC} : \overline{TD}$
- ④ $\angle ABT = \angle ATP$
- ⑤ $\triangle ATB \sim \triangle DTC$

해설



직선 PQ 가 두 원의 공통접선이고, 접선과 현이 이루는 각의 성질에 따라 그림처럼 같은 각의 관계가 성립한다.
따라서, 동위각이 같으므로 $\overline{AB} // \overline{CD}$ 이고 $\triangle ATB \sim \triangle DTC$ 이므로 $\overline{TA} : \overline{TB} = \overline{TD} : \overline{TC}$ 이다.

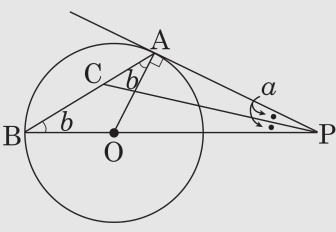
16. 다음 그림에서 $\overline{PA}$ 는 원 O 와 점 A 에서 접하고, 선분 PO 의 연장선과 원 O 가 만나는 점을 B 라 한다. 또, $\angle APB$ 의 이등분선이 $\overline{AB}$ 와 만나는 점을 C 라 할 때, $\angle PCA$ 의 크기를 구하면?



- ① 25° ② 30° ③ 45° ④ 50° ⑤ 60°

해설

점 A 와 점 O 를 연결하면
 $\angle OAP = 90^\circ$



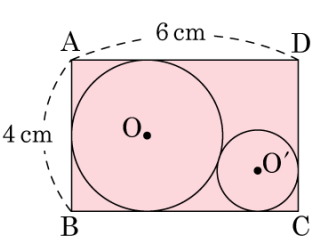
$\angle APC = \angle OPC = a$, $\angle OAB = \angle OBA = b$ 라 하면, $\triangle ABP$ 에서 $90^\circ + 2(a + b) = 180^\circ$

$$\therefore a + b = 45^\circ$$

$\triangle CBP$ 에서 $\angle PCA = \angle CPB + \angle CBP$

$$\therefore \angle PCA = a + b = 45^\circ$$

17. 가로 세로 길이가 6cm, 4cm 인 직사각형에서 가능한 한 큰 원을 올려내고, 남은 부분에서 또 가능한 한 큰 원을 올려낼 때 두 번째 원의 반지름의 길이는?



- ① $(6 - 4\sqrt{3})\text{cm}$ ② $(4 - 4\sqrt{3})\text{cm}$ ③ $(8 - 4\sqrt{3})\text{cm}$
 ④ $(6 - \sqrt{3})\text{cm}$ ⑤ $(8 - \sqrt{3})\text{cm}$

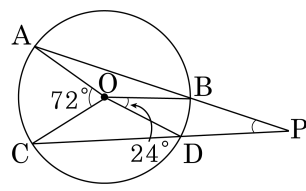
해설

작은 원의 반지름을 $r\text{cm}$ 라고 하면 큰 원의 반지름은 2cm 이므로

$$(2-r)^2 + (4-r)^2 = (2+r)^2$$

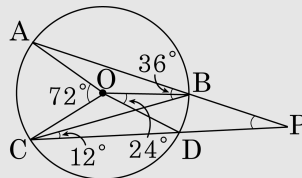
$$\therefore r = 8 - 4\sqrt{3} (\because 0 < r < 2)$$

18. 다음 그림에서 점 P 는 원 O 의 두 현 AB, CD 의 연장선의 교점이다. $\angle AOC = 72^\circ$, $\angle BOD = 24^\circ$ 일 때, $\angle BPD$ 의 크기는?



- ① 20° ② 22° ③ 23° ④ 24° ⑤ 25°

해설



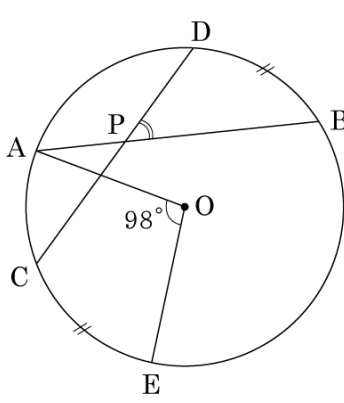
$$\angle ABC = \frac{1}{2} \times 72^\circ = 36^\circ, \angle BCD = \frac{1}{2} \times 24^\circ = 12^\circ$$

$\angle ABC = \angle BCP + \angle BPC$ 이므로

$$36^\circ = 12^\circ + \angle BPC$$

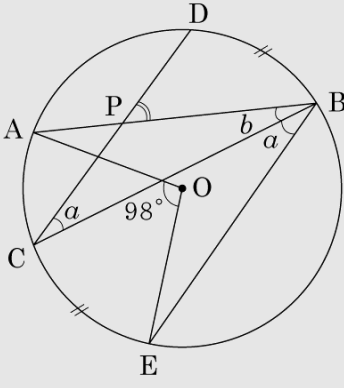
$$\therefore \angle BPC = 24^\circ$$

19. 다음 그림에서 $5.0\text{pt}\widehat{BD} = 5.0\text{pt}\widehat{CE}$ 이고, $\angle AOE = 98^\circ$ 일 때, $\angle DPB$ 의 크기는?



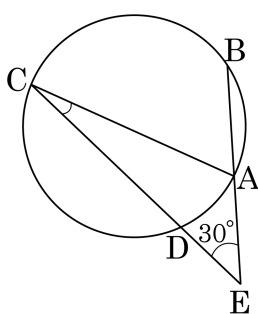
- ① 45° ② 46° ③ 47° ④ 48° ⑤ 49°

해설



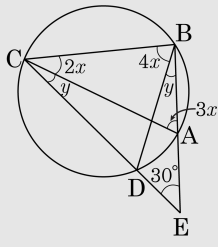
$\angle CBE = a$, $\angle ABC = b$ 라고 하면,
 $a + b = \angle ABE = \frac{1}{2}\angle AOE = 49^\circ$
 $\angle CBE = \angle BCD$ 이므로
 $\triangle BCP$ 에서 $\angle BPD = a + b = 49^\circ$

20. 다음 그림과 같이 원 위에 $5.0\text{pt}\widehat{AB} : 5.0\text{pt}\widehat{BC} : 5.0\text{pt}\widehat{CD} = 2 : 3 : 4$ 인 점 A, B, C, D 를 잡아 현 AB 와 현 CD 의 연장선과의 교점을 E 라고 하자. $\angle E = 30^\circ$ 일 때, $\angle ACD$ 의 크기는?



- ① 21° ② 21.5° ③ 22° ④ 22.5° ⑤ 23°

해설



$$5.0\text{pt}\widehat{AB} : 5.0\text{pt}\widehat{BC} : 5.0\text{pt}\widehat{CD} = \angle BCA : \angle BAC : \angle CBD$$

$$\angle BCA = 2x, \angle BAC = 3x, \angle CBD = 4x$$

$\angle DBA = \angle ACD = y$ 라 하면 $\angle BAC = \angle DCA + 30^\circ$ 이므로 $3x = y + 30^\circ$ 이다.

△ABC에서 $0 < x < y$

$\triangle ABC$ 에서 $9x + y = 180^\circ$, $3y + 90^\circ + y = 180^\circ$, $y = 22.5^\circ$

$$\therefore \angle ACD = 22.5^\circ$$