

1. 다항식 $x^5\left(x+\frac{1}{x}\right)\left(1+\frac{2}{x}+\frac{3}{x^2}\right)$ 의 차수는?

① 2차

② 3차

③ 6차

④ 7차

⑤ 8차

해설

$$\begin{aligned} & x^5\left(x+\frac{1}{x}\right)\left(1+\frac{2}{x}+\frac{3}{x^2}\right) \\ &= x^2(x^2+1)(x^2+2x+3) \\ &\therefore 6\text{차 다항식} \end{aligned}$$

2. x 에 대한 다항식 $x^3 - 2x^2 - px + 2$ 가 $x - 2$ 로 나누어떨어지도록 상수 p 의 값을 정하면?

① 1 ② -1 ③ 2 ④ -2 ⑤ 3

해설

$x^3 - 2x^2 - px + 2 = f(x)$ 로 놓으면 $f(x)$ 가 $x - 2$ 로 나누어떨어지려면

$f(2) = 0$ 이므로,

$$f(2) = 8 - 8 - 2p + 2 = 0$$

$$\therefore p = 1$$

3. 다음 중 $(x+y)^3 - 8y^3$ 의 인수인 것은?

- ① $x^2 - 2xy - 4y^2$ ② $x^2 - 2xy + 4y^2$ ③ $x^2 + 2xy + 4y^2$
④ $x^2 - 4xy - 7y^2$ ⑤ $x^2 + 4xy + 7y^2$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (x+y)^3 - (2y)^3 \\&= \{(x+y) - 2y\} \{(x+y)^2 + (x+y)2y + (2y)^2\} \\&= (x-y)(x^2 + 2xy + y^2 + 2xy + 2y^2 + 4y^2) \\&= (x-y)(x^2 + 4xy + 7y^2)\end{aligned}$$

4. $1 - 4x^2 - y^2 + 4xy = (1 + ax + by)(1 + cx + dy)$ 일 때, $ac + bd$ 의 값을 구하면?

① -6

② -5

③ -4

④ -3

⑤ -2

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= 1 - (4x^2 - 4xy + y^2) \\&= 1^2 - (2x - y)^2 \\&= (1 + 2x - y)(1 - 2x + y) \\ \therefore a &= 2, b = -1, c = -2, d = 1 \\ \therefore ac + bd &= 2 \times (-2) + (-1) \times 1 = -5\end{aligned}$$

5. $x^2 + xy - 2y^2 - 2x - y + 1$ 을 인수분해하면?

① $(x + y - 1)(x + 2y - 1)$

② $(x - y - 1)(x + 2y - 1)$

③ $(x - y + 1)(x + 2y - 1)$

④ $(x - y - 1)(x + 2y + 1)$

⑤ $(x + y + 1)(x + 2y - 1)$

해설

x 에 대한 내림차순으로 정리한 뒤 인수분해한다.

$$x^2 + (y - 2)x - 2y^2 - y + 1$$

$$= \{x - (y + 1)\}\{x + (2y - 1)\}$$

$$= (x - y - 1)(x + 2y - 1)$$

6. 다항식 $x^2 + 3xy + 2y^2 - x - 3y - 2$ 를 일차식의 곱으로 인수분해 하였을 때, 그 인수들의 합을 구하면?

① $x + 2y + 1$

② $x + y - 3$

③ $2x + 3y + 2$

④ $x + y - 2$

⑤ $2x + 3y - 1$

해설

$$\begin{aligned} & x^2 + 3xy + 2y^2 - x - 3y - 2 \\ &= x^2 + (3y - 1)x + 2y^2 - 3y - 2 \\ &= x^2 + (3y - 1)x + (y - 2)(2y + 1) \\ &= (x + y - 2)(x + 2y + 1) \end{aligned}$$

7. 삼각형의 세 변의 길이 a, b, c 에 대하여 $a^2 + b^2 + c^2 = ab + bc + ca$ 가 성립할 때, 이 삼각형은 어떤 삼각형인가?

- ① 직각삼각형 ② 이등변삼각형
③ 정삼각형 ④ 직각이등변삼각형
⑤ 둔각삼각형

해설

$$a^2 + b^2 + c^2 = ab + bc + ca \text{ 에서}$$

$$a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca = 0$$

$$\frac{1}{2}(2a^2 + 2b^2 + 2c^2 - 2ab - 2bc - 2ca) = 0$$

$$\frac{1}{2}(a^2 - 2ab + b^2 + b^2 - 2bc + c^2 + c^2 - 2ca + a^2) = 0$$

$$\frac{1}{2}\{(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2\} = 0$$

a, b, c 는 실수이므로

$$a - b = 0, b - c = 0, c - a = 0$$

$$\therefore a = b = c$$

따라서, 주어진 삼각형은 정삼각형이다.

8. $a = (3 + 1)(3^2 + 1)(3^4 + 1)(3^8 + 1) \cdots (3^{1024} + 1)$ 이라고 할 때 곱셈 공식을 이용하여 a 의 값을 지수의 형태로 나타내면 $\frac{1}{k}(3^l + m)$ 이다. 이 때, $k + l + m$ 의 값을 구하면?

- ① 2046 ② 2047 ③ 2048 ④ 2049 ⑤ 2050

해설

$$\begin{aligned} a &= (3 + 1)(3^2 + 1) \cdots (3^{1024} + 1) \\ \text{양변에 } (3 - 1) \text{ 을 곱하면} \\ (3 - 1)a &= (3 - 1)(3 + 1)(3^2 + 1)(3^4 + 1) \cdots (3^{1024} + 1) \\ 2a &= (3^2 - 1)(3^2 + 1)(3^4 + 1) \cdots (3^{1024} + 1) \\ &= (3^4 - 1)(3^4 + 1) \cdots (3^{1024} + 1) \\ &= (3^8 - 1) \cdots (3^{1024} + 1) \\ &\vdots \\ &= (3^{2048} - 1) \\ \text{양변을 2로 나누면} \\ a &= \frac{1}{2}(3^{2048} - 1) \\ \therefore k &= 2, l = 2048, m = -1 \\ \therefore k + l + m &= 2049 \end{aligned}$$

9. x 에 대한 다항식 $f(x)$ 를 $x+1$ 로 나눈 나머지는 -5 이고, $x-1$ 로 나눈 나머지는 -1 이다. 이때, $f(x)$ 를 $(x+1)(x-1)$ 로 나눈 나머지를 구하면?

① $2x+1$

② $2x+3$

③ $2x-1$

④ $2x$

⑤ $2x-3$

해설

$f(x)$ 를 $(x+1)(x-1)$ 로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$, 나머지를 $ax+b$ 라 하면

$$f(x) = (x+1)(x-1)Q(x) + ax + b$$

한편, $f(x)$ 를 $x+1$, $x-1$ 로 나눈 나머지가 각각 -5 , -1 이므로

$$f(-1) = -a + b = -5, \quad f(1) = a + b = -1$$

이것을 연립하여 풀면 $a=2$, $b=-3$

따라서 구하는 나머지는 $2x-3$ 이다.

10. $\frac{899^3 + 1}{899 \times 898 + 1}$ 의 양의 약수의 개수는?

- ① 27 개 ② 25 개 ③ 21 개 ④ 18 개 ⑤ 15 개

해설

$a = 899$ 라 치환하면

$$(\text{준 식}) = \frac{a^3 + 1}{a(a-1) + 1}$$

$$= \frac{(a+1)(a^2 - a + 1)}{a^2 - a + 1}$$

$$= a + 1 = 900$$

$$900 = 2^2 \times 3^2 \times 5^2$$

$$\therefore 900 \text{의 약수의 개수} = (2+1) \times (2+1) \times (2+1) \\ = 27$$

11. $ab(a-b) + bc(b-c) + ca(c-a)$ 을 인수분해하면?

- ① $-(a-b)(b-c)(c-a)$ ② $-(a+b+c)(a-b-c)$
③ $-(a+b)(b+c)(c+a)$ ④ $(a+b)(b+c)(c+a)$
⑤ $(a-b)(b-c)(c-a)$

해설

전개하여 a 에 대한 내림차순으로 정리한 후, 인수분해 한다.

$$\begin{aligned} & ab(a-b) + bc(b-c) + ca(c-a) \\ &= (b-c)a^2 - (b^2 - c^2)a + bc(b-c) \\ &= (b-c)a^2 - (b+c)(b-c)a + bc(b-c) \\ &= (b-c)\{a^2 - (b+c)a + bc\} \\ &= (b-c)(a-b)(a-c) \\ &= -(a-b)(b-c)(c-a) \end{aligned}$$

12. x 에 대한 다항식 $f(x)$ 를 $(x-1)^2$ 으로 나누면 나누어 떨어지고, $x+1$ 로 나누면 나머지가 4이다. 이 때, $f(x)$ 를 $(x+1)(x-1)^2$ 으로 나눌 때, 나머지를 ax^2+bx+c 라 하면 $a+b+c$ 의 값은?

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$f(x)$ 를 $x+1$ 로 나눈 나머지가 4이므로
 $f(-1) = 4$
 $f(x) = (x-1)^2 Q(x) \cdots \textcircled{1}$
 $f(x) = (x+1)(x-1)^2 Q'(x) + ax^2 + bx + c$
 $\quad = (x+1)(x-1)^2 Q'(x) + a(x-1)^2 \quad (\because \textcircled{1})$
양변에 $x = -1$ 를 대입하면
 $f(-1) = 4a = 4 \therefore a = 1$
 $ax^2 + bx + c = a(x-1)^2 = x^2 - 2x + 1$
 $\therefore b = -2, c = 1$
 $\therefore a + b + c = 0$

해설

$ax^2 + bx + c$ 를 구하는 것이 아니라 $a + b + c$ 를 통째로 구할 때는 다음과 같이 풀 수 있다.
 $f(x)$ 를 $(x-1)^2$ 으로 나누어 떨어지므로 $f(1) = 0$
 $f(x) = (x+1)(x-1)^2 Q'(x) + ax^2 + bx + c$
양변에 $x = 1$ 를 대입하면
 $f(1) = 0 + (a + b + c) = 0$
 $\therefore a + b + c = 0$

13. $a + b + c = 4$, $ab + bc + ca = 3$, $abc = 1$ 일 때, $a^3 + b^3 + c^3$ 의 값을 구하면?

① 30

② 31

③ 32

④ 33

⑤ 34

해설

$$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ca)$$

$$\text{위 식에 따라 } a^2 + b^2 + c^2 + 6 = 16$$

$$\therefore a^2 + b^2 + c^2 = 10$$

$$a^3 + b^3 + c^3$$

$$= (a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca) + 3abc$$

$$= 4 \times (10 - 3) + 3 \times 1$$

$$= 31$$

14. $a - b = 3$, $b - c = 1$ 일 때, $ab^2 - a^2b + bc^2 - b^2c + ca^2 - c^2a$ 의 값은?

- ① -14 ② -12 ③ -8 ④ -4 ⑤ 0

해설

$$a - b = 3 \quad \dots \textcircled{A}, \quad b - c = 1 \quad \dots \textcircled{B}$$

$$\textcircled{A} + \textcircled{B} \text{에서 } a - c = 4$$

$$\therefore ab^2 - a^2b + bc^2 - b^2c + ca^2 - c^2a$$

$$= ab(b - a) + c^2(b - a) - c(b^2 - a^2)$$

$$ab(b - a) + (b - a)\{c^2 - c(b + a)\}$$

$$= (b - a)(ab + c^2 - bc - ca)$$

$$= (b - a)\{a(b - c) + c(c - b)\}$$

$$= (b - a)(b - c)(a - c)$$

$$= (a - b)(b - c)(c - a)$$

$$= 3 \times 1 \times (-4) = -12$$