1. 다음은 분수 $\frac{15}{20}$ 를 소수로 나타내는 과정이다. (가)~(마)에 들어갈 수로 옳지 <u>않은</u> 것은?

$$\frac{15}{20} = \frac{3}{4} = \frac{3}{2^{(가)}} = \frac{3 \times (다)}{2^2 \times 5^{(나)}} = \frac{75}{(라)} = (마)$$

① (가) 2 ② (나) 2 ③ (다) 5

④ (라) 100 ⑤ (마) 0.75

해설

$$\frac{15}{20} = \frac{3}{4} = \frac{3}{2^2} = \frac{3 \times 5^2}{2^2 \times 5^2} = \frac{75}{100} = 0.75$$

③ (다)에 알맞은 수는 5^2 이다.

2. 순환소수 $0.\dot{7}$에 A를 곱하면 그 결과는 자연수가 된다고 한다. 이때, A의 값이 될 수 <u>없는</u> 것은?

① 7 ② 9 ③ 18 ④ 90 ⑤ 99

해설

$0.\dot{7} = \frac{7}{9}$

따라서 A는 9의 배수이어야 하므로 A의 값이 될 수 없는 것은 7이다.

3. $(a^4 \times a^2)^{\square} = a^{24}$ 일 때, $\square$안에 알맞은 수는?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$a^4 \times a^2 = a^6$ 이므로

$(a^6)^{\square} = a^{24}$

$6 \times \square = 24$

$\therefore \square = 4$

4. $3^2 = a$ 일 때, 3^{12} 을 a 에 관한 식으로 나타낸 것은?

① a^6 ② $2a^6$ ③ a^8 ④ $2a^8$ ⑤ $3a^8$

해설

$3^{12} = (3^2)^6$ 이므로 a^6 이다.

5. $2^3 = \frac{1}{x}$ 이라고 할 때, $\left(\frac{1}{64}\right)^2$ 을 x에 관하여 나타내면?

① $\frac{1}{x^{12}}$ ② $\frac{1}{x^6}$ ③ x^4 ④ x^6 ⑤ x^{12}

해설

$$\left(\frac{1}{64}\right)^2 = \left\{\left(\frac{1}{2}\right)^6\right\}^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^{12} = \frac{1}{2^{12}}$$

$x = \frac{1}{2^3}$ 이므로

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{12} = \frac{1}{2^{12}} = \frac{1}{(2^3)^4} = \left(\frac{1}{2^3}\right)^4 = x^4$$

6. $(-3x^2+y+4)-(\quad)=2x^2-y+3$ 에서 ( ) 안에 알맞은 식은?

① $-5x^2+2y+1$ ② $-5x^2-2y-3$ ③ x^2-7

④ $5x^2-2y-1$ ⑤ $5x^2+y+7$

해설

$$\begin{aligned}(\quad)&=-3x^2+y+4-(2x^2-y+3)\\&=-3x^2+y+4-2x^2+y-3\\&=-5x^2+2y+1\end{aligned}$$

7. 다음 식 $\dfrac{2a^2b+3ab^2}{ab}-\dfrac{4ab-5b^2}{b}$ 을 간단히 하면?

① $-2a+8b$ ② $-2a-8b$ ③ $6a-8b$

④ $6a-2b$ ⑤ $2a+8b$

해설

$$\frac{2a^2b+3ab^2}{ab}-\frac{4ab-5b^2}{b}=2a+3b-4a+5b$$
$$=-2a+8b$$

8. 비례식 $(x+2y):(2x-y+1)=2:5$ 일 때, 이 식을 x 에 관해 풀면?

① $x=-12y+2$ ② $y=\dfrac{-x+2}{12}$ ③ $x=-4y+2$

④ $y=\dfrac{-x-2}{4}$ ⑤ $x=-3y+1$

해설

$5(x+2y)=2(2x-y+1)$

$5x+10y=4x-2y+2$

$5x-4x=-2y+2-10y$

$\therefore x=-12y+2$

9. 다음 순환소수 중 정수인 것을 모두 구하면?

① $0.\dot{9}$ ② $2.\dot{1}$ ③ $4.\dot{0}\dot{9}$ ④ $0.\dot{9}$ ⑤ $2.\dot{8}$

해설

① $0.\dot{9} = \dfrac{9-0}{9} = \dfrac{9}{9} = 1$ (정수)

② $2.\dot{1} = \dfrac{21-2}{9} = \dfrac{19}{9}$

③ $4.\dot{0}\dot{9} = \dfrac{409-4}{99} = \dfrac{405}{99} = \dfrac{45}{11}$

④ $-0.\dot{9} = -\dfrac{9-0}{9} = -\dfrac{9}{9} = -1$ (정수)

⑤ $2.\dot{8} = \dfrac{28-2}{9} = \dfrac{26}{9}$

10. 다음 순환소수 $0.7\dot{4}\dot{2}$ 를 분수로 고치는 과정이다. 빈칸의 수가 옳게 된 것은?

$x = 0.7424242\cdots$ 이므로
(①) $x = 7.424242\cdots$ ㉠
(②) $x = 742.4242\cdots$ ㉡
㉡ 에서 ㉠을 변끼리 빼면
(③) $x =$ (④)
$\therefore \quad x =$ (⑤)

① 100 ② 100 ③ 999 ④ 735 ⑤ $\frac{66}{49}$

해설

$x = 0.7424242\cdots$ 이므로
(10) $x = 7.424242\cdots$ ㉠
(1000) $x = 742.4242\cdots$ ㉡
㉡ 에서 ㉠을 변끼리 빼면
(990) $x =$ (735)
$\therefore \quad x = \left(\frac{49}{66}\right)$

11. 다음 순환소수를 분수로 나타낸 것 중 옳지 <u>않은</u> 것을 모두 고르면?

① $0.\dot{1} = \frac{1}{10}$ ② $0.3\dot{1} = \frac{14}{45}$ ③ $0.\dot{6}\dot{3} = \frac{7}{11}$

④ $0.\dot{7}2\dot{5} = \frac{725}{999}$ ⑤ $0.3\dot{7}\dot{6} = \frac{373}{999}$

해설

① $0.\dot{1} = \frac{1}{9}$

⑤ $0.3\dot{7}\dot{6} = \frac{373}{990}$

12. $(x^2)^a \div (-x)^2 = x^4$, $y^3 \div (y^b)^2 = \frac{1}{y}$, $(z^2)^5 \div z^2 \div (-z^c)^3 = -\frac{1}{z^4}$ 을 만족할 때, $a+b+c$ 의 값은?

① 3 ② 6 ③ 9 ④ 12 ⑤ 15

해설

$(x^2)^a \div (-x)^2 = x^{2a} \div x^2 = x^4$

$2a-2=4$

$\therefore\ a=3$

$y^3 \div (y^b)^2 = y^3 \div y^{2b} = \frac{1}{y} = y^{-1},\ 3-2b=-1$

$\therefore\ b=2$

$(z^2)^5 \div z^2 \div (-z^c)^3 = z^{10} \div z^2 \div (-z^{3c}) = -\frac{1}{z^4} = -z^{-4}$

$10-2-3c=-4$

$\therefore\ c=4$

$a=3$, $b=2$, $c=4$

$\therefore a+b+c=9$

13. $(3x^a)^b = 81x^{24}$ 일 때, $a+b$ 의 값은?

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

$(3x^a)^b = 3^b x^{ab} = 81x^{24}$ 이므로 $b=4,\ ab=24$ 이다.
따라서 $a=6$ 이므로 $a+b=6+4=10$ 이다.

14. $(2x^A y)^3 \times Bx \div (2y^2)^2 = \dfrac{6x^{10}}{y^C}$ 에서 A, B, C 의 값을 각각 구하면?

① $A=1, B=3, C=2$

② $A=1, B=3, C=-2$

③ $A=2, B=3, C=2$

④ $A=2, B=3, C=3$

⑤ $A=3, B=3, C=1$

해설

$$(2x^A y)^3 \times Bx \div (2y^2)^2 = \frac{6x^{10}}{y^C}$$

$$\frac{8Bx^{3A+1}y^3}{4y^4} = \frac{2Bx^{3A+1}}{y} = \frac{6x^{10}}{y^C}$$

$3A+1=10,\ A=3$

$\therefore A=3, B=3, C=1$

15. $(-24xy^2) \div 12xy \times A = -8x^2y$, $-8x^2y^2 \div B \times x^2y^3 = 2x^3y$ 일 때, $A \times B$, $A \div B$ 의 값을 차례대로 구하면?

① $4x^2$, $-4xy^4$ ② $-\frac{x}{y^4}$, $-16x^3y^4$ ③ $-16x^3y^4$, $-\frac{x}{y^4}$

④ $16x^3y^4$, $\frac{x}{y^4}$ ⑤ $-16x^3y^4$, $-xy^4$

해설

$\frac{-24xy^2}{12xy} \times A = -8x^2y$ 에서

$-2y \times A = -8x^2y$ $\therefore A = 4x^2$

$\frac{-8x^2y^2 \times x^2y^3}{B} = 2x^3y$ 에서

$\frac{-8x^4y^5}{B} = 2x^3y$ $\therefore B = -4xy^4$

$\therefore A \times B = 4x^2 \times (-4xy^4) = -16x^3y^4$

$\therefore A \div B = 4x^2 \div (-4xy^4) = -\frac{x}{y^4}$

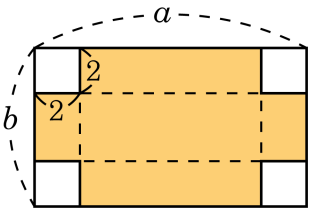
16. $2x^2+\frac{3}{2}-4\left[\frac{1}{2}x^2-\left\{\frac{5}{2}x-\left(3x^2-1\right)\right\}\right]=ax^2+bx+c$ 에서 상수 $a,\ b,\ c$ 에 대하여 $a+b+2c$ 의 값은?

① 0 ② 3 ③ 5 ④ 9 ⑤ 15

해설

$$2x^2+\frac{3}{2}-4\left[\frac{1}{2}x^2-\left\{\frac{5}{2}x-\left(3x^2-1\right)\right\}\right]$$
$$=2x^2+\frac{3}{2}-4\left\{\frac{1}{2}x^2-\left(\frac{5}{2}x-3x^2+1\right)\right\}$$
$$=2x^2+\frac{3}{2}-4\left(\frac{1}{2}x^2-\frac{5}{2}x+3x^2-1\right)$$
$$=2x^2+\frac{3}{2}-2x^2+10x-12x^2+4$$
$$=-12x^2+10x+\frac{11}{2}$$
$$\therefore a+b+2c=-12+10+11=9$$

17. 다음 그림과 같이 가로의 길이가 a, 세로의 길이가 b인 직사각형 모양의 종이의 네 모퉁이에서 한 변의 길이가 2인 정사각형을 잘라내고 남은 부분으로 뚜껑이 없는 직육면체 모양의 상자를 만들었다. 이 상자의 부피를 V라 할 때, b를 a와 V에 관한 식으로 바르게 나타낸 것은?



① $b = \dfrac{V}{8ab}$

② $b = v + 32ab$

③ $b = V + \dfrac{V}{2a+8}$

④ $b = \dfrac{8V}{ab-32}$

⑤ $b = \dfrac{V+8a-32}{2a-8}$

해설

$V = (a-4)(b-4) \times 2 = 2ab - 8a - 8b + 32$이므로

$b(2a-8) = V + 8a - 32$

$\therefore b = \dfrac{V+8a-32}{2a-8}$

18. $\dfrac{1}{1-\dfrac{1}{1-\dfrac{1}{x}}} = \dfrac{1}{6}$ 을 만족하는 x의 값을 순환소수로 나타내면?

① 0.83 ② $0.8\dot{3}$ ③ $0.\dot{8}\dot{3}$ ④ 0.88 ⑤ 0.88

해설

$$\begin{aligned}\frac{1}{1-\dfrac{1}{1-\dfrac{1}{x}}} &= \frac{1}{1-\dfrac{1}{\dfrac{x-1}{x}}} \\ &= \frac{1}{1-\dfrac{x}{x-1}} \\ &= \frac{1}{\dfrac{x-1}{x-1}-\dfrac{x}{x-1}} \\ &= \frac{1}{\dfrac{-1}{x-1}} \\ &= -x+1\end{aligned}$$

이므로 주어진 방정식은 $-x+1=\dfrac{1}{6}$ 이다.

따라서 $x=\dfrac{5}{6}=0.83333\cdots$ 이므로 순환소수로 나타내면 $0.8\dot{3}$ 이다.

19. n 이 자연수일 때, 다음 보기 중 옳은 것을 모두 고르면?

보기

㉠ $(-1)^n + (-1)^{n+1} = 0$

㉡ $(-1)^n - (-1)^{n+1} = 1$ (단, n 은 짝수)

㉢ $(-1)^n \times (-1)^{n+1} = -1$

㉣ $(-1)^n \div (-1)^{n+1} = 1$

① ㉠ ② ㉠, ㉢ ③ ㉡, ㉢ ④ ㉡, ㉣ ⑤ ㉢, ㉣

해설

㉠ 모든 자연수에 대하여 $(-1)^n + (-1)^{n+1} = 0$ 이다.

㉡ $1 - (-1) = 1 + 1 = 2$

㉢ $(-1)^{n+n+1} = (-1)^{2n+1} = -1$

㉣ n 이 홀수일 때, $(-1) \div 1 = -1$ 이고, n 이 짝수일 때, $1 \div (-1) = -1$ 이므로 -1 이다.

이므로 옳은 것은 ㉠, ㉢이 답이다.

20. $\frac{3x^2-4x+1}{2}$에 어떤 식을 빼야 할 것을 잘못하여 더했더니 $\frac{2x^2-7x+3}{4}$이 되었다. 바르게 계산한 답을 구하면?

① $\frac{x^2-11x+4}{2}$
② $\frac{5x^2-3x+2}{4}$
③ $\frac{10x^2-9x+1}{4}$
④ $\frac{10x^2-21x+9}{4}$
⑤ $\frac{21x^2-9x+11}{4}$

해설

어떤 식을 A라 하면

$$\frac{3x^2-4x+1}{2}+A=\frac{2x^2-7x+3}{4}$$
$$\therefore A=\frac{2x^2-7x+3}{4}-\frac{3x^2-4x+1}{2}$$
$$=\frac{2x^2-7x+3}{4}-\frac{6x^2-8x+2}{4}$$
$$=\frac{-4x^2+x+1}{4}$$

따라서 바르게 계산하면

$$\frac{3x^2-4x+1}{2}-\frac{-4x^2+x+1}{4}$$
$$=\frac{6x^2-8x+2}{4}-\frac{-4x^2+x+1}{4}$$
$$=\frac{10x^2-9x+1}{4}$$

21. 다음 식에서 P의 값은? (단, $a \neq b \neq c$)

$$P = \frac{a}{(a-b)(a-c)} + \frac{b}{(b-c)(b-a)} + \frac{c}{(c-a)(c-b)}$$

① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$$P = \frac{a}{(a-b)(a-c)} + \frac{b}{(b-c)(b-a)} + \frac{c}{(c-a)(c-b)}$$

$$= \frac{-a}{(a-b)(c-a)} + \frac{-b}{(b-c)(a-b)} + \frac{-c}{(c-a)(b-c)}$$

$$= \frac{-a(b-c) - b(c-a) - c(a-b)}{(a-b)(b-c)(c-a)}$$

$$= \frac{-ab + ac - bc + ab - ac + bc}{(a-b)(b-c)(c-a)} = 0$$

22. $A = (12a^5b^5 - 8a^5b^4) \div (2a^2b)^2$, $B = (4a^3b^4 - a^2b^2) \div (-ab)^2$ 일 때, $A - (B + 2C) = 3ab^3 + 1$을 만족하는 식 C를 구하면?

① $C = ab$ ② $C = ab^2$ ③ $C = -3ab^2$

④ $C = 3ab^2$ ⑤ $C = -ab$

해설

주어진 식 A, B를 정리하면

$A = 3ab^3 - 2ab^2$, $B = 4ab^2 - 1$ 이다.

$A - (B + 2C) = 3ab^3 + 1$ 에서

$A - B - 2C = 3ab^3 + 1$ 이고,

$2C = A - B - 3ab^3 - 1$

$2C = 3ab^3 - 2ab^2 - (4ab^2 - 1) - 3ab^3 - 1$

$= -6ab^2$

양변을 2로 나누면

$C = -3ab^2$ 이다.

23. 분수 $\dfrac{21}{2^3 \times 5 \times 7 \times a}$ 를 소수로 나타내면 무한소수가 된다. 이때 가장 작은 a 는?

① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

해설

$\dfrac{3}{2^3 \times 5 \times a}$ 가 무한소수가 되기 위해서는 a 가 2 나 5 가 아닌 수를 소인수로 가져야 한다. a 가 3 이 될 경우에는 약분이 된다.

24. $\frac{a}{2^2 \times 3 \times 5}$ 를 소수로 나타내면 유한소수이고, 이 분수를 기약분수로 고치면 $\frac{3}{b}$ 이다. a가 10 미만인 홀수일 때, $a+b$의 값은?

① 28 ② 29 ③ 30 ④ 31 ⑤ 32

해설

$\frac{a}{2^2 \times 3 \times 5}$ 를 소수로 나타낼 때, 유한소수가 되려면 분모에 있는 3이 약분되어야 하므로 a의 값은 3의 배수가 되어야 한다. 그리고 a가 10 미만의 홀수이므로 a는 3 또는 9이다. 그런데 이 식을 기약분수로 고치면 $\frac{3}{b}$ 이어야 하므로 $a=9$이다.

또한 $\frac{9}{60} = \frac{3^2}{2^2 \times 3 \times 5} = \frac{3}{2^2 \times 5} = \frac{3}{20}$

$\therefore b = 20$

$\therefore a+b = 9+20 = 29$

25. $0.\dot{3}\dot{0} = a \times 0.\dot{0}\dot{1}$, $0.\dot{3}0\dot{0} = b \times 0.\dot{0}0\dot{1}$ 일 때, $|a-b|$ 의 값은?

① 150 ② 220 ③ 270 ④ 320 ⑤ 350

해설

$$0.\dot{3}\dot{0} = \frac{30}{99} = 30 \times \frac{1}{99} = 30 \times 0.\dot{0}\dot{1}$$

$\therefore\ a = 30$

$$0.\dot{3}0\dot{0} = \frac{300}{999} = 300 \times \frac{1}{999} = 300 \times 0.\dot{0}0\dot{1}$$

$\therefore\ b = 300$

$\therefore\ |a-b| = |30-300| = 270$