

1. x 가 자연수일 때, 이차방정식 $x^2 + 2x - 3 = 0$ 의 해를 구하면?

① $x = 1$

② $x = 1$ 또는 $x = -3$

③ $x = 3$

④ $x = 1$ 또는 $x = 3$

⑤ $x = -1$ 또는 $x = 3$

해설

$$x^2 + 2x - 3 = 0, (x + 3)(x - 1) = 0$$

$$\therefore x = 1 \text{ 또는 } x = -3$$

x 는 자연수이므로 $x = 1$

2. 다음 이차방정식 중에서 해가 중근이 아닌 것은?

① $x^2 = 0$

② $x(x-6) + 9 = 0$

③ $\frac{1}{2}x^2 + 4x + 8 = 0$

④ $x^2 - 1 = 0$

⑤ $x^2 + 6x + 11 = -(4x + 14)$

해설

(완전제곱식) = 0 의 꼴이어야 중근을 갖는다.

④ $x^2 = 1$ 이므로 $x = \pm 1$

따라서 서로 다른 두 개의 근을 갖는다.

3. $x^2 + 6x + 9 = 0$ 을 풀면?

① $x = -2$ (중근)

② $x = -3$ (중근)

③ $x = 5$ (중근)

④ $x = 1$ (중근)

⑤ $x = 3$ (중근)

해설

$$(x + 3)^2 = 0$$

$$\therefore x = -3(\text{중근})$$

4. 다음 이차방정식의 근을 모두 고르면?

$$(x - 3)^2 = 25$$

① 8

② -8

③ 2

④ -2

⑤ 5

해설

$$x - 3 = \pm \sqrt{25}, x = 3 \pm 5$$

$$\therefore x = 8 \text{ 또는 } x = -2$$

5. 이차방정식 $(x-5)^2 = a$ 의 한 근이 $x = 5 - \sqrt{3}$ 일 때, 다른 한 근은?
(단, $a \geq 0$)

① 5

② $3 + \sqrt{5}$

③ $3 - \sqrt{5}$

④ $5 + \sqrt{3}$

⑤ 3

해설

$$x - 5 = \pm \sqrt{a}$$

$$\therefore x = 5 \pm \sqrt{a}$$

$a = 3$ 이므로 다른 한 근은 $5 + \sqrt{3}$ 이다.

6. 다음의 이차방정식에서 양의 근들의 합은?

$$\textcircled{㉠} (2x + 1)(3x - 1) = 0$$

$$\textcircled{㉡} 2x(x - 1) = 0$$

$$\textcircled{㉢} 4\left(x - \frac{1}{2}\right)\left(x - \frac{2}{3}\right) = 0$$

$$\textcircled{1} \frac{3}{4}$$

$$\textcircled{2} \frac{1}{3}$$

$$\textcircled{3} \frac{5}{4}$$

$$\textcircled{4} \frac{5}{2}$$

$$\textcircled{5} 3$$

해설

$$\textcircled{㉠} 2x + 1 = 0 \text{ 또는 } 3x - 1 = 0 \quad \therefore x = -\frac{1}{2} \text{ 또는 } x = \frac{1}{3}$$

$$\textcircled{㉡} 2x = 0 \text{ 또는 } x - 1 = 0 \quad \therefore x = 0 \text{ 또는 } x = 1$$

$$\textcircled{㉢} x - \frac{1}{2} = 0 \text{ 또는 } x - \frac{2}{3} = 0 \quad \therefore x = \frac{1}{2} \text{ 또는 } x = \frac{2}{3}$$

$$\text{따라서 양의 근만 모두 더하면 } \frac{1}{3} + 1 + \frac{1}{2} + \frac{2}{3} = \frac{5}{2}$$

7. 이차방정식 $3x^2 - 4x - 4 = 0$ 의 두 근을 a, b 라 할 때, $a + b - ab$ 의 값을 구하면?

- ① 0 ② 1 ③ $-\frac{8}{3}$ ④ -1 ⑤ $\frac{8}{3}$

해설

$$3x^2 - 4x - 4 = 0$$

$$(3x + 2)(x - 2) = 0$$

$$x = -\frac{2}{3} \text{ 또는 } x = 2$$

$$a + b - ab = -\frac{2}{3} + 2 - \left(-\frac{2}{3} \times 2\right) = \frac{8}{3}$$

8. 두 이차방정식 $2x^2 - 2x - 12 = 0$, $3x^2 - 11x + 6 = 0$ 을 동시에 만족하는 x 의 값은?

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

$$2x^2 - 2x - 12 = 0$$

$$2(x - 3)(x + 2) = 0$$

$$\therefore x = 3 \text{ 또는 } x = -2$$

$$3x^2 - 11x + 6 = (3x - 2)(x - 3) = 0$$

$$\therefore x = \frac{2}{3} \text{ 또는 } x = 3$$

9. 이차방정식 $x^2 - 6x + a = -3$ 이 중근으로 b 를 가질 때, ab 의 값은?

① 3

② 6

③ 15

④ 18

⑤ 21

해설

주어진 방정식이 중근 $x = b$ 를 가지면

$$x^2 - 6x + a = -3 \leftrightarrow (x - b)^2 = 0$$

$$x^2 - 6x + a + 3 = 0 \leftrightarrow x^2 - 2bx + b^2 = 0$$

$$-6 = -2b, a + 3 = b^2$$

$$b = 3, a = 6$$

$$\therefore ab = 18$$

10. 이차방정식 $2x^2 - 12x + 13 = 0$ 을 $(x + a)^2 = b$ 의 꼴로 나타낼 때, $a - 2b$ 의 값을 구하면?

① 4

② 0

③ -4

④ -6

⑤ -8

해설

$$2x^2 - 12x + 13 = 0$$

$$2(x^2 - 6x + 9) = -13 + 18$$

$$(x - 3)^2 = \frac{5}{2}$$

$$\therefore a = -3, b = \frac{5}{2}$$

$$\therefore a - 2b = -8$$

11. 완전제곱식을 이용하여 다음 이차방정식을 풀 때, 그 근으로 알맞은 것은?

$$3x^2 - 8x + 1 = 0$$

① $\frac{2 \pm \sqrt{13}}{3}$

② $\frac{4 \pm \sqrt{13}}{2}$

③ $\frac{4 \pm \sqrt{13}}{3}$

④ $\frac{2 \pm \sqrt{13}}{2}$

⑤ $\frac{-4 \pm \sqrt{13}}{3}$

해설

양변에 3 을 나누면

$$x^2 - \frac{8}{3}x + \frac{1}{3} = 0,$$

$$x^2 - \frac{8}{3}x = -\frac{1}{3},$$

$$x^2 - \frac{8}{3}x + \frac{16}{9} = -\frac{1}{3} + \frac{16}{9}$$

$$\left(x - \frac{4}{3}\right)^2 = \frac{13}{9}, x = \frac{4 \pm \sqrt{13}}{3} \text{ 이다.}$$

12. x 에 관한 이차방정식 $(x - p)^2 = k$ 가 서로 다른 두 개의 근을 가질 조건은?

① $p \geq 0$

② $p < 0$

③ $k > 0$

④ $k < 0$

⑤ $k \geq 0$

해설

$$(x - p)^2 = k, \quad x - p = \pm \sqrt{k}, \quad x = p \pm \sqrt{k}$$

서로 다른 두 근을 가지려면 근호 안의 수가 양수여야 한다.

$$\therefore k > 0$$

13. 이차방정식 $(x-1)^2 = 3-k$ 의 근에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?

- ① $k = -6$ 이면 근이 2 개이다.
- ② $k = -1$ 이면 정수인 근을 갖는다.
- ③ $k = 0$ 이면 무리수인 근을 갖는다.
- ④ $k = 2$ 이면 근이 1 개이다.
- ⑤ $k = 4$ 이면 근이 없다.

해설

$$(x-1)^2 = 3-k, \quad x-1 = \pm\sqrt{3-k}$$

$$\therefore x = 1 \pm \sqrt{3-k}$$

음수의 제곱근은 존재하지 않으므로 근호 안에 있는 수는 음수가 될 수 없다.

$3 > k$: 근이 0 개

$k = 3$: 근이 1 개

$3 < k$: 근이 2 개

14. 두 개의 이차방정식 $x^2 + ax + 2 = 0$ 과 $x^2 - 2x - a = 0$ 은 단 한 개의 공통 해를 갖는다고 한다. 이 때, 공통 해와 양의 실수 a 의 값을 구하면?

① $x = 2, a = -3$

② $x = 2, a = 3$

③ $x = 1, a = 3$

④ $x = -1, a = -3$

⑤ $x = -1, a = 3$

해설

두 방정식의 공통인 해를 α 라 하고 $x = \alpha$ 를 두 방정식에 각각 대입하면

$$\alpha^2 + a\alpha + 2 = 0 \cdots \textcircled{㉠}, \alpha^2 - 2\alpha - a = 0 \cdots \textcircled{㉡}$$

$\textcircled{㉠} - \textcircled{㉡}$ 하면

$$(a+2)\alpha + (a+2) = 0, (a+2)(\alpha+1) = 0$$

$a = -2$ 또는 $\alpha = -1$ 에서 $a > 0$ 이므로 $\alpha = -1$

$\alpha = -1$ 을 $\textcircled{㉠}$ 에 대입하면

$$1 - a + 2 = 0 \quad \therefore a = 3$$

15. $x^2 + ax + b = 0$ 에서 계수 a, b 를 정하기 위하여 주사위를 던져서 나오는 첫 번째의 수를 a , 두 번째의 수를 b 라 한다. 이 때, 이 이차 방정식이 중근을 가지는 확률은?

① $\frac{1}{2}$

② $\frac{1}{3}$

③ $\frac{1}{6}$

④ $\frac{1}{9}$

⑤ $\frac{1}{18}$

해설

중근을 가지려면 $x^2 + ax + b = 0$ 이 완전제곱식이 되어야 하므로

$$\left(a \times \frac{1}{2}\right)^2 = b \text{ 이다.}$$

$a^2 = 4b$ 를 만족하는 (a, b) 를 구하면 $(a, b) = (2, 1), (4, 4)$ 의 두 가지이고 모든 경우의 수는 36 가지이다.

따라서 구하는 확률은 $\frac{2}{36} = \frac{1}{18}$ 이다.