

1. 다음 중 옳지 않게 연결된 것은?

① $\{x \mid x \text{는 } 5 \text{보다 작은 자연수}\} = \{1, 3, 5\}$

② $\{x \mid x \text{는 } 10 \text{이하의 홀수}\} = \{1, 3, 5, 7, 9\}$

③ $\{x \mid x \text{는 } 12 \text{의 약수}\} = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$

④ $\{x \mid x \text{는 } 20 \text{미만의 } 4 \text{의 배수}\} = \{4, 8, 12, 16\}$

⑤ $\{x \mid x = 2 \times n + 1, 1 \leq n \leq 3, n \text{은 자연수}\} = \{3, 5, 7\}$

해설

① $\{x \mid x \text{는 } 5 \text{보다 작은 자연수}\} = \{1, 2, 3, 4\}$ 이다.

2. 다음 중 원소의 개수가 0 이 아닌 유한집합은?

① $\{x \mid x \text{는 일의 자리의 숫자가 1인 짝수}\}$

② $\{x \mid x \text{는 2로 나누었을 때 나머지가 1 인 자연수}\}$

③ $\{x \mid x \text{는 8보다 큰 8의 약수}\}$

④ $\{x \mid x \text{는 두 자리의 2의 배수}\}$

⑤ $\{x \mid x \text{는 } 1 < x < 2 \text{인 분수}\}$

해설

① $\emptyset$

② $\{1, 3, 5, \dots\}$

③ $\emptyset$

④ $\{10, 12, 14, 16, \dots, 98\}$

⑤ $\left\{\frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{5}{4}, \dots\right\}$

3. 세 집합

$$A = \{w, x, y, z\},$$

$$B = \{x \mid x \text{는 } 30 \text{ 미만의 } 30 \text{의 약수}\},$$

$$C = \{x \mid x \text{는 } 25 \text{ 이하의 소수}\} \text{ 일 때,}$$

$n(A) + n(B) + n(C)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 20

해설

$$B = \{1, 2, 3, 5, 6, 10, 15\}$$

$$C = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23\}$$

$$\therefore n(A) + n(B) + n(C) = 4 + 7 + 9 = 20$$

4. 두 집합 A, B 에 대하여

$A \subset B$ 이고 $B \subset A$ 이다. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 3 \text{보다 크고 } 10 \text{보다 작은 짝수}\}$ 일 때, 집합 B 의 원소의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 3 개

해설

$A \subset B$ 이고, $B \subset A$ 이면 $A = B$ 이다.

$A = \{4, 6, 8\}$ 이므로 $B = \{4, 6, 8\}$

따라서 $n(B) = 3$ 이다.

5. 집합 $A = \{x \mid |x - 1| = 1\}$, $B = \{x \mid 2x - 1 < 9\}$, $C = \{x \mid -3 < x < 3\}$ 일 때, 세 집합 A, B, C 의 포함 관계를 바르게 나타낸 것은?

① $A \subset B \subset C$

② $A \subset C \subset B$

③ $B \subset A \subset C$

④ $B \subset C \subset A$

⑤ $C \subset A \subset B$

해설

$$|x - 1| = 1, x - 1 = \pm 1 \text{ 이므로 } x = 0, 2$$

$$\therefore A = \{0, 2\}$$

$$B = \{x \mid 2x - 1 < 9\} = \{x \mid 2x < 10\} = \{x \mid x < 5\}$$

$$C = \{x \mid -3 < x < 3\}$$

$$\therefore A \subset C \subset B$$

6. 두 집합 A, B 에 대하여 $B = \{2, 3, 4, 5, 7\}$, $A \cap B = \{3, 7\}$, $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ 일 때, 집합 A 는?

① $\{2, 3, 4, 7\}$

② $\{2, 3, 6, 7\}$

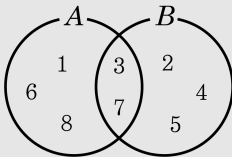
③ $\{1, 3, 6, 7\}$

④ $\{1, 3, 6, 7, 8\}$

⑤ $\{1, 2, 3, 6, 7, 8\}$

해설

벤 다이어그램을 이용하면 다음과 같다.



그러므로 집합 $A = \{1, 3, 6, 7, 8\}$ 이다.

7. 다음 중에서 명제 ‘자연수 n 의 각 자리 숫자의 합이 6 의 배수이면, n 은 6 의 배수이다.’가 거짓임을 보여주는 n 의 값은?

① 30

② 33

③ 40

④ 42

⑤ 답 없음

해설

실제로 주어진 명제는 참이 아니다. 33 의 경우 $3+3=6$ 이지만, 33 은 6 의 배수가 아니다.

8. 전체집합 $U = \{a, e, i, o, u\}$ 의 두 부분집합 $A = \{a, e, u\}$, $B = \{e, i\}$ 에 대하여 다음 중 옳은 것을 모두 골라라.

㉠ $A^c = \{i, o, u\}$

㉡ $A - B = \{a, u\}$

㉢ $A - B^c = \{a, i, u\}$

㉣ $B^c - A = \{a, i, u\}$

㉤ $B - A = \{i\}$

㉥ $B^c = \{a, i, o, u\}$

▶ 답 :

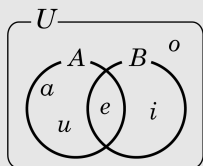
▶ 답 :

▶ 정답 : ㉡

▶ 정답 : ㉤

해설

주어진 집합을 벤 다이어그램으로 나타내면 다음과 같다.



㉠ $A^c = \{i, o\}$

㉡ $A - B = \{a, u\}$

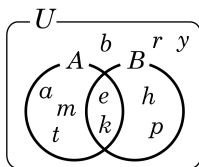
㉢ $A - B^c = \{e\}$

㉣ $B^c - A = \{o\}$

㉤ $B - A = \{i\}$

㉥ $B^c = \{a, o, u\}$

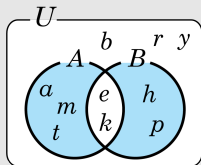
9. 아래 벤 다이어그램에 대하여 다음 중 옳지 않은 것은?



- ① $A - B = \{a, t, m\}$
- ② $B - A = \{h, p\}$
- ③ $(A - B)^c = \{b, e, h, k, p, r, y\}$
- ④ $(A \cup B) - (A \cap B) = \{a, e, h, m, p, t\}$
- ⑤ $A - B^c = \{e, k\}$

해설

④ $(A \cup B) - (A \cap B) = \{a, h, m, p, t\}$



10. 자연수의 집합 N 에서 자연수 k 의 배수의 집합을 N_k 로 나타낼 때, $(N_{18} \cup N_{12}) \subset N_k$ 를 만족하는 k 의 최댓값을 구하라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$$N_{18} \cup N_{12}$$

$$= \{18, 36, 54, 72, \dots\}$$

$$\cup \{12, 24, 36, 48, 60, 72, \dots\}$$

$$= \{12, 18, 24, 36, 48, 54, 60, \dots\} \subset N_k$$

$\therefore k$ 의 최댓값은 6

11. x, y, z 가 실수일 때, 조건 $(x-y)^2 + (y-z)^2 = 0$ 의 부정과 동치인 것은?

① $(x-y)(y-z)(z-x) \neq 0$

② x, y, z 는 서로 다르다.

③ $x \neq y$ 이고 $y \neq z$

④ $(x-y)(y-z)(z-x) > 0$

⑤ x, y, z 중에 적어도 서로 다른 것이 있다.

해설

$(x-y)^2 + (y-z)^2 = 0$ 이면 $x = y = z$ 이므로 이것의 부정은
 $x \neq y$ 또는 $y \neq z$ 또는 $z \neq x$

즉, x, y, z 중에 적어도 서로 다른 것이 있다.

12. 명제 ' $|x - 3| < a$ 이면 $1 < x < 7$ 이다.'가 참이 되기 위한 양수 a 의 최댓값은?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$$-a < x - 3 < a \Rightarrow 3 - a < x < 3 + a$$

$$\{x | 3 - a < x < 3 + a\} \subset \{x | 1 < x < 7\}$$

$\therefore 1 \leq 3 - a$ 과 $3 + a \leq 7$ 을 동시에 만족해야 한다.

$$\therefore a \leq 2$$

13. 명제 ' $x^2 + 2x + a \neq 0$ 이면 $x + 1 \neq 0$ 이다' 가 참이 되도록 하는 상수 a 의 값은?

① 3

② -3

③ -1

④ 1

⑤ 0

해설

대우인 ' $x + 1 = 0$ 이면 $x^2 + 2x + a = 0$ 이다.'가 참이 되어야 한다.

$$(-1)^2 + 2 \cdot (-1) + a = 0$$

$$\therefore a = 1$$

14. 다음 중에서 p 는 q 이기 위한 충분조건이 아닌 것은? (단 a, b, c 는 실수)

① $p : a = b, q : ac = bc$

② $p : a^2 + b^2 = 0, q : a = 0$ 또는 $b = 0$

③ $p : \triangle ABC$ 는 이등변삼각형, $q : \angle B = \angle C$

④ $p : a = 1, q : a^2 - 3a + 2 = 0$

⑤ $p : 0 < a < b, q : a^2 < b^2$

해설

① $q : ac = bc \rightarrow a = b$ 또는 $c = 0$ (참)

② $a \neq 0$ 그리고 $b \neq 0 \rightarrow a^2 + b^2 \neq 0$ (참)

③ $\angle B \neq \angle C \rightarrow \triangle ABC$ 는 이등변 삼각형이 아니다. (거짓)

반례 : $\angle C = \angle A$ 인 이등변 삼각형

④ $q : a = 1, 2$ (참)

⑤ $(0 < a < b) \subset (a^2 < b^2 \Leftrightarrow 0 < a < b$ 또는 $b < a < 0)$

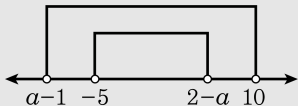
15. 다음 두 조건 $p : a - 1 < x \leq 10$, $q : -5 < x \leq 2 - a$ 에 대하여 p 가 q 이기 위한 필요조건이 되도록 하는 a 의 값으로 알맞지 않은 것은?

- ① -9 ② -8 ③ -7 ④ -6 ⑤ -5

해설

p 가 q 이기 위한 필요조건이 되기 위해서는

$\{x \mid -5 < x \leq 2 - a\} \subset \{x \mid a - 1 < x \leq 10\}$ 이어야 하므로 다음 그림에서



$$a - 1 \leq -5, 2 - a \leq 10$$

$$\therefore -8 \leq a \leq -4$$

16. 임의의 실수 a, b, c 에 대하여 다음 중 옳지 않은 것은?

① $|a| = -a$

② $a > b > 0$ 일 때, $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$ 이다.

③ $|a| \geq 0$, $|a| \geq a$, $|a| = |-a|$ 이다.

④ $|a + b + c| \leq |a| + |b| + |c|$

⑤ $|a - b| \geq |a| - |b|$

해설

① $|a| = a(a \geq 0)$

$-a(a < 0)$

② 참

③ 참

④ $(|a + b + c|)^2$

$= a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ca)$

$(|a| + |b| + |c|)^2$

$= a^2 + b^2 + c^2 + 2(|a||b| + |b||c| + |c||a|)$

$|a||b| \geq ab$, $|b||c| \geq bc$, $|c||a| \geq ca$

$\therefore |a + b + c| \leq |a| + |b| + |c|$

⑤ $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

$(|a| - |b|)^2 = a^2 - 2|a||b| + b^2$ ($\because |a||b| \geq ab$)

$\therefore |a - b| \geq |a| - |b|$

17. 부등식 $x^2 + (a+1)x + (a+1) \geq 0$ 이 절대부등식이 되기 위한 정수 a 의 개수는?

① 3개

② 4개

③ 5개

④ 6개

⑤ 7개

해설

$D = (a+1)^2 - 4(a+1) \leq 0$ 이어야 하므로

$$a^2 + 2a + 1 - 4a - 4$$

$$= a^2 - 2a - 3 = (a-3)(a+1) \leq 0$$

$$\therefore -1 \leq a \leq 3$$

따라서 정수 a 의 개수는 $-1, 0, 1, 2, 3$ 으로 5개

18. 양수 x, y 에 대하여 $\left(x + \frac{3}{y}\right) \left(3y + \frac{1}{x}\right)$ 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$x > 0, y > 0$ 이므로 산술기하평균의 관계에 의해

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= 3xy + 1 + 9 + \frac{3}{xy} \geq 2 \cdot \sqrt{3xy \cdot \frac{3}{xy}} + 10 \\ &= 2 \cdot 3 + 10 = 16\end{aligned}$$

19. 두 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 9 \text{의 배수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } \square \text{의 배수}\}$ 에 대하여 $A \subset B$ 일 때, $\square$ 안에 들어갈 수 있는 수를 모두 골라라.

2, 3, 9, 11, 15, 18

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

▷ 정답 : 9

해설

$A \subset B$ 이면 $\square$ 는 9 의 약수이어야 한다. 따라서, $\square$ 안에 들어갈 수 있는 수는 1, 3, 9 중 하나이며 보기 중에는 3, 9 이다.

20. 집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ 의 부분집합 중에서 적어도 한 개의 홀수를 포함하는 것의 개수를 구하면?

① 32

② 56

③ 64

④ 72

⑤ 120

해설

‘적어도~’문제에서는 반대의 경우의 수를 구하여 모든 경우의 수에서 빼준다.

모든 부분집합의 수 : $2^6 = 128$ 짝수로만 만들 수 있는 부분집합의 수 : $2^3 = 8$

$$\therefore 128 - 8 = 120$$

21. 두 집합 A, B 에 대하여 다음 중 옳지 않은 것은?

① $A \cup B = B \cup A$

② $B \subset A$ 이면 $A \cap B = B$

③ $A \cap A = \emptyset$

④ $B \cap \emptyset = \emptyset$

⑤ $A \subset (A \cup B)$

해설

③ $A \cap A = A$

22. 두 집합 $A = \{a, 5, a+6\}$, $B = \{x|x \text{는 } 14 \text{의 약수}\}$ 에서 $A \cap B = \{1, 7\}$ 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 1

해설

$1 \in A$ 이므로 $a = 1$ 또는 $a+6 = 1$ 이다.

(i) $a = 1$ 이면 $A = \{1, 5, 7\}$, $A \cap B = \{1, 7\}$ 이다.

$\therefore a = 1$

(ii) $a+6 = 1$ 즉, $a = -5$ 이면 $A = \{-5, 1, 5\}$, $A \cap B = \{1\}$
이므로 조건에 맞지 않는다.

그러므로 $a = 1$ 이다.

23. 두 집합 A, B 에 대하여 다음 보기 중 옳은 것을 골라라.

① $A \subset B$ 이면 $A \cap B = B$

② $B \subset A$ 이면 $A \cup B = B$

③ $A \cup \emptyset = \emptyset$

④ $A \subset B, B \not\subset A$ 이면 $A \cap B = A$

⑤ $A \subset (A \cap B) \subset (A \cup B)$

해설

① $A \subset B$ 이면 $A \cap B = A$

② $B \subset A$ 이면 $A \cup B = A$

③ $A \cup \emptyset = A$

⑤ $(A \cap B) \subset A \subset (A \cup B)$

24. 집합 $A = \{2, 3 \times a, a + 3\}$, $B = \{a, 2 \times a + 1, 3 \times a - 2\}$ 이고 $A - B = \{6\}$ 일 때, $C = \{1, 2, 3\}$ 에 대하여 $(A - C) \cup (B \cap C)$ 는?

① $\{2, 4\}$

② $\{2, 5\}$

③ $\{2, 6\}$

④ $\{2, 5, 6\}$

⑤ $\{2, 6, 7\}$

해설

$A - B = \{6\}$ 이므로

(1) $3 \times a = 6$ 일 때, $a = 2$ 이다.

따라서 $A = \{2, 5, 6\}$, $B = \{2, 4, 5\}$ 이고 $C = \{1, 2, 3\}$ 이므로

$(A - C) \cup (B \cap C) = \{5, 6\} \cup \{2\} = \{2, 5, 6\}$ 이다.

(2) $a + 3 = 6$ 일 때, $a = 3$ 이다.

따라서 $A = \{2, 6, 9\}$, $B = \{3, 7\}$ 이므로 $A - B = \{2, 6, 9\} \neq \{6\}$
이므로 조건에 맞지 않다.

따라서 (1), (2) 에서 $(A - C) \cup (B \cap C) = \{2, 5, 6\}$ 이다.

25. 전체집합 U 의 세 부분집합 A, B, C 에 대하여 집합연산이 옳지 않은 것은?

① $(A - B) \cup (A - C) = A - (B \cap C)$

② $(A - B) \cup (B - A) = (A \cup B) \cap (A \cap B)^c$

③ $(A - C) \cup (B - C) = (A \cup B) - C$

④ $(A \cup C) - (B \cup C) = A - (B \cup C)$

⑤ $A - (B - C) = (A - B) \cup (A \cup C)$

해설

① (좌변)

$$= (A - B) \cup (A - C)$$

$$= (A \cap B^c) \cup (A \cap C^c) \quad (\because \text{차집합의 성질})$$

$$= A \cap (B^c \cup C^c)$$

$$= A \cap (B \cap C)^c \quad (\because \text{분배법칙과 드 모르간의 법칙})$$

$$= A - (B \cap C)$$

$$= \text{우변} \quad (\because \text{차집합의 성질})$$

② (우변)

$$= (A \cup B) \cap (A \cap B)^c$$

$$= (A \cup B) - (A \cap B) \quad (\because \text{차집합의 성질})$$

벤다이어그램을 그려보면 좌변과 같음을 확인할 수 있다.

③ (좌변)

$$= (A - C) \cup (B - C)$$

$$= (A \cap C^c) \cup (B \cap C^c) \quad (\because \text{차집합의 성질})$$

$$= (A \cup B) \cap C^c$$

$$= (A \cup B) - C \quad (\text{우변}) \quad (\because \text{분배법칙과 차집합의 성질})$$

④ 좌변

$$= (A \cup C) - (B \cup C)$$

$$= (A \cup C) \cap (B \cup C)^c \quad (\because \text{차집합의 성질})$$

$$= [A \cap (B \cup C)^c] \cup [C \cap (B \cup C)^c] \quad (\because \text{분배법칙})$$

$$= [A \cap (B \cup C)^c] \cup [C \cap (B^c \cap C^c)] \quad (\because \text{드 모르간의 법칙})$$

$$= [A \cap (B \cup C)^c] \cup \emptyset$$

$$= A \cap (B \cup C)^c$$

$$= A - (B \cup C) \quad (\text{우변})$$

⑤ 좌변

$$= A - (B - C) = A \cap (B \cap C^c)^c$$

$$= A \cap (B^c \cup C) \quad (\because \text{차집합의 성질과 드 모르간의 법칙})$$

$$= (A \cap B^c) \cup (A \cap C)$$

$= (A - B) \cup (A \cap C) \neq \text{우변} \rightarrow \text{모두를 벤다이어그램을 그려서 비교할 수 있다.}$

26. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 연산 Δ 를 $A\Delta B = (A - B) \cup (B - A)$ 로 정의할 때, 다음 중에서 $(A\Delta B)\Delta A$ 와 같은 집합은?

① A

② B

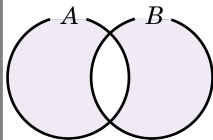
③ $A \cap B$

④ $A \cup B$

⑤ $A - B$

해설

$A\Delta B = (A - B) \cup (B - A)$ 를 벤다이어그램으로 나타내면 다음과 같다. $(A\Delta B)\Delta A = [(A\Delta B) - A] \cup [A - (A\Delta B)] = (B - A) \cup (A \cap B) = B$



27. 집합 $S = \left\{ \frac{1}{4}, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}, 1, 2, 3, 4 \right\}$ 의 공집합이 아닌 부분집합 A 가 다음과 같은 조건을 만족할 때, 집합 A 의 개수를 구하여라.

$$\bullet x \in A \text{ 이면 } \frac{1}{x} \in A$$

▶ 답 : 개

▶ 정답 : 15 개

해설

주어진 집합은 원소의 역수가 반드시 A 의 원소가 되어야 하는 조건을 가진다.

$\left(\frac{1}{4}, 4\right), \left(\frac{1}{3}, 3\right), \left(\frac{1}{2}, 2\right), (1, 1)$ 은 역수 관계에 있는 두 수의 쌍이다.

(1) 원소의 개수가 1 개인 집합 : $\{1\} \Rightarrow 1$ 개

(2) 원소의 개수가 2 개인 집합 : $\left\{\frac{1}{4}, 4\right\}, \left\{\frac{1}{3}, 3\right\}, \left\{\frac{1}{2}, 2\right\} \Rightarrow 3$ 개

(3) 원소의 개수가 3 개인 집합 : $\left\{\frac{1}{4}, 1, 4\right\}, \left\{\frac{1}{3}, 1, 3\right\}, \left\{\frac{1}{2}, 1, 2\right\} \Rightarrow 3$ 개

(4) 원 소 의 개 수 가 4 개 인 집 합 : $\left\{\frac{1}{4}, \frac{1}{3}, 3, 4\right\}, \left\{\frac{1}{4}, \frac{1}{2}, 2, 4\right\}, \left\{\frac{1}{3}, \frac{1}{2}, 2, 3\right\} \Rightarrow 3$ 개

(5) 원 소 의 개 수 가 5 개 인 집 합 : $\left\{\frac{1}{4}, \frac{1}{3}, 1, 3, 4\right\}, \left\{\frac{1}{4}, \frac{1}{2}, 1, 2, 4\right\}, \left\{\frac{1}{3}, \frac{1}{2}, 1, 2, 3\right\} \Rightarrow 3$ 개

(6) 원소의 개수가 6 개인 집합 : $\left\{\frac{1}{4}, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}, 2, 3, 4\right\} \Rightarrow 1$ 개

(7) 원소의 개수가 7 개인 집합 : $\left\{\frac{1}{4}, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}, 1, 2, 3, 4\right\} \Rightarrow 1$ 개

따라서 집합 A 의 개수는 $1 + 3 + 3 + 3 + 3 + 1 + 1 = 15$ (개)

28. 집합 $P = \{2x + 1 | x \text{는 } 6 \text{보다 작은 자연수}\}$ 의 부분집합 $A = \{3, 5\}, B = \{5, 7, 9\}$ 에 대하여 $A \cup X = B \cup X$ 를 만족하는 집합 P 의 부분집합 X 의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 4 개

해설

$$P = \{2x + 1 | x \text{는 } 6 \text{보다 작은 자연수}\} = \{3, 5, 7, 9, 11\}$$

$$A = \{3, 5\}, B = \{5, 7, 9\}$$

$A \cup X = B \cup X$ 를 만족하는 X 는 원소 3, 7, 9를 반드시 포함하는 집합 P 의 부분집합이다.

따라서 부분집합 X 의 개수는 $2^{5-3} = 4$ (개)

29. 이차함수 $f(x) = x^2 + x - 2$ 에서 $X = \{n | 1 \leq n \leq 100, n \text{은 정수}\}$,
 $Y = \{y | y = f(n), n \in X\}$ 이고 집합 Y 의 원소가 3의 배수일 때
 $n(X \cap Y^c)$ 값을 구하면?

① 60

② 86

③ 98

④ 102

⑤ 126

해설

$$f(n) = n^2 + n - 2 = (n+2)(n-1)$$

$n+2$ 와 $n-1$ 의 차이가 3이므로 $n+2$ 가 3의 배수이면 당연히
 $n-1$ 도 3의 배수가 된 $n+2 = 3k, n = 3k-2$

$$n = 1 \text{일 때 : } f(1) = 0$$

$$n = 4 \text{일 때 : } f(4) = 18$$

$$n = 7 \text{일 때 : } f(7) = 54$$

$$n = 10 \text{일 때 : } f(10) = 108 \cdots \text{에서}$$

$$X = \{1, 2, 3, \cdots, 100\}, X \cap Y = \{18, 54\}$$

$$n(X \cap Y^c) = n(X - Y) = 98$$

30. 60명의 학생이 세 개의 클럽 중 적어도 한 클럽에 속해 있다. 그 학생들의 집합을 각각 A , B , C 라 할 때, $n(A) = 42$, $n(B) = 36$, $n(C) = 27$, $n(A \cap B \cap C) = 10$ 이다. $n((A \cap B) \cup (B \cap C) \cup (C \cap A))$ 를 구하면 ?

① 5

② 15

③ 25

④ 35

⑤ 45

해설

$n(A \cup B \cup C) = 60$ 이므로,

$$60 = 42 + 36 + 27 - \{n(A \cap B) + n(B \cap C) + n(C \cap A)\} + 10$$

따라서, $n(A \cap B) + n(B \cap C) + n(C \cap B) = 55$

$$\begin{aligned} \therefore n((A \cap B) \cup (B \cap C) \cup (C \cap A)) &= n(A \cap B) + n(B \cap C) + n(C \cap A) \\ &\quad - 3n(A \cap B \cap C) + n(A \cap B \cap C) = 55 - 3 \times 10 + 10 = 35 \end{aligned}$$

31. 전체 50 명인 학급에서 감기에 걸리지 않은 남학생 수는 10 명, 감기에 걸린 남학생 수는 a 명, 감기에 걸린 여학생 수는 b 이다. 남학생과 여학생의 비율이 $3 : 2$ 일 때, 감기에 걸리지 않은 여학생의 수는 최대 몇 명인지 구하여라.



답 :

명



정답 : 20명

해설

남학생의 집합을 A , 여학생의 집합을 B , 감기에 걸린 학생의 집합을 C , 감기에 걸리지 않은 학생의 집합을 D 라 두고 표를 그려 보면,

감기에 걸리지 않은 여학생의 수는 $(40 - a - b)$ 명이고,

$2 \times (10 + a) = 3 \times (40 - a)$ 이다. $\rightarrow a = 20$

$\therefore$ 감기에 걸리지 않은 여학생의 수 = $40 - 20 - b$ 이므로, 최대 20 명이다.

32. $a > 0, b > 0, c > 0$ 일 때, 절대부등식 $\frac{a+b+c}{3} \geq \sqrt[3]{abc}$ (등호는 $a=b=c$ 일 때 성립) 을 이용할 때, $x > 0$ 이면 $8x^2 + \frac{2}{x}$ 의 최소값은?

① $2\sqrt{3}$

② $2^3\sqrt{3}$

③ 6

④ 8

⑤ 10

해설

$$\begin{aligned} 8x^2 + \frac{2}{x} &= 8x^2 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x} \geq \sqrt[3]{8x^2 \cdot \frac{1}{x} \cdot \frac{1}{x}} \\ &= 3\sqrt[3]{8} = 6 \end{aligned}$$

33. $x < 0$ 인 실수 x 에 대하여 $f(x)$ 가 $2f(x) = \frac{1}{x} + f\left(\frac{1}{x}\right)$ 를 만족할 때,
 $f(x)$ 의 최댓값은?

① $-\frac{2\sqrt{2}}{3}$
 ④ $\frac{2\sqrt{2}}{3}$

② $-\frac{\sqrt{2}}{3}$
 ⑤ $\frac{4\sqrt{2}}{3}$

③ $\frac{\sqrt{2}}{3}$

해설

$$2f(x) = \frac{1}{x} + f\left(\frac{1}{x}\right) \text{에서}$$

$$2f(x) - f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{1}{x} \cdots \text{㉠}$$

x 에 $\frac{1}{x}$ 을 대입하면

$$2f\left(\frac{1}{x}\right) - f(x) = x \cdots \text{㉡}$$

㉠ $\times 2 +$ ㉡ 하면

$$3f(x) = \frac{2}{x} + x = \frac{x^2 + 2}{x}$$

$$\therefore f(x) = \frac{x^2 + 2}{3x} = \frac{x}{3} + \frac{2}{3x}$$

$x < 0$ 이므로

$$\frac{x}{3} + \frac{2}{3x} \leq -2\sqrt{\frac{x}{3} \cdot \frac{2}{3x}} = -2 \times \frac{\sqrt{2}}{3}$$

$$\therefore f(x) \text{의 최댓값은 } -\frac{2\sqrt{2}}{3}$$