

1. $x = \frac{1 + \sqrt{2}i}{3}$ 일 때, $9x^2 - 6x + 5$ 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$x = \frac{1 + \sqrt{2}i}{3} \text{ 이므로}$$

$$3x = 1 + \sqrt{2}i$$

$$3x - 1 = \sqrt{2}i$$

$$\text{양변을 제곱하면 } 9x^2 - 6x + 1 = -2$$

$$\therefore 9x^2 - 6x = -3$$

$$9x^2 - 6x + 5 \text{ 에서 } 9x^2 - 6x \text{ 가 } -3 \text{ 이므로 } -3 + 5 = 2$$

2. 등식 $(x^2 - 3x + 1) + (y^2 - 1)i = -1 + 3i$ 을 만족하는 실수 x, y 에 대하여 xy 의 최댓값은?

① -4

② -2

③ -1

④ 2

⑤ 4

해설

실수부와 허수부로 나누어 생각한다.

$$\therefore x^2 - 3x + 1 = -1 \quad y^2 - 1 = 3$$

$$x = 1 \text{ 또는 } 2 \quad y = \pm 2$$

$$\therefore (xy \text{의 최댓값}) = 4$$

3. 방정식 $x^2 + 2(k+a)x + k^2 + k + b = 0$ 이 k 의 값에 관계없이 중근을 갖도록 실수 a, b 의 값을 정할 때, $a + 2b$ 의 값을 구하면?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$\text{준식에서 } \frac{D}{4} = (k+a)^2 - (k^2 + k + b)$$

$$= (2a-1)k + a^2 - b = 0$$

이것이 k 에 대한 항등식이 되어야 하므로

$$2a-1=0, \quad a^2-b=0$$

$$\therefore a = \frac{1}{2}, \quad b = \frac{1}{4}$$

$$\therefore a + 2b = 1$$

4. x 에 대한 일차방정식 $(a^2 + 3)x + 1 = a(4x + 1)$ 의 해가 무수히 많을 때, a 의 값은?

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

$$(a^2 + 3 - 4a)x = a - 1$$

모든 x 에 대해 성립하려면

$$a^2 - 4a + 3 = 0, \quad a - 1 = 0$$

공통근 : $a = 1$

5. 방정식 $|x| + |x - 1| = 2$ 의 해를 구하시오.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{1}{2}$ 또는 -0.5

▷ 정답 : $\frac{3}{2}$ 또는 1.5

해설

i) $x < 0$ 일 때,

$$-x - (x - 1) = 2 \text{ 이므로 } -2x + 1 = 2$$

$$\therefore x = -\frac{1}{2}$$

ii) $0 \leq x < 1$ 일 때,

$$x - (x - 1) = 2 \text{ 이므로 } 0 \cdot x = 1$$

$\therefore$ 해가 없다.

iii) $1 \leq x$ 일 때,

$$x + x - 1 = 2 \text{ 이므로 } 2x = 3$$

$$\therefore x = \frac{3}{2}$$

(i), (ii), (iii)에서 $x = -\frac{1}{2}$ 또는 $x = \frac{3}{2}$

6. x 에 대한 이차방정식 $kx^2 + (2k+1)x + 6 = 0$ 의 해가 2, α 일 때, $k + \alpha$ 의 값을 구하면?

① -1

② -2

③ -3

④ -4

⑤ -5

해설

해가 2, α 라면 방정식에 2를 대입하면 0이 된다.

$$k \cdot 2^2 + (2k+1)2 + 6 = 0$$

$$4k + 4k + 8 = 0 \text{에서 } k = -1$$

$k = -1$ 을 방정식에 대입하고 α 를 구한다.

$$-x^2 - x + 6 = 0, x^2 + x - 6 = 0$$

$$(x+3)(x-2) = 0, x = 2, -3$$

$$\therefore k = -1, \alpha = -3$$

$$\therefore k + \alpha = -4$$

7. x 에 대한 이차방정식 $(k^2 - 1)x^2 - 2(k - 1)x + 1 = 0$ 이 허근을 가질 때, $k > m$ 이다. m 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$(k^2 - 1)x^2 - 2(k - 1)x + 1 = 0$ 이
허근을 가지려면

$$\frac{D}{4} = (k - 1)^2 - (k^2 - 1) < 0$$

$$(k^2 - 2k + 1) - (k^2 - 1) < 0$$
$$-2k + 2 < 0, k > 1$$

$$\therefore m = 1$$

8. 계수가 실수인 x 에 대한 이차방정식 $x^2 + 2(a-m-1)x + a^2 - b + m^2 = 0$ 의 근이 m 의 값에 관계없이 항상 중근을 갖도록 하는 a, b 값의 합은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$\frac{D}{4} = (a-m-1)^2 - (a^2 - b + m^2) = 0$$

m 의 값에 관계없이

$$2(-a+1)m + (-2a+b+1) = 0$$

이어야 하므로

$$2(-a+1) = 0, -2a+b+1 = 0$$

$$\therefore a = 1, b = 1$$

$$\therefore a + b = 2$$

9. x 에 대한 이차식 $2x^2 + (k+1)x + k - 1$ 이 완전제곱식이 될 때, k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$2x^2 + (k+1)x + k - 1$ 이 완전제곱식이므로

$$D = (k+1)^2 - 8(k-1) = 0$$

$$(k-3)^2 = 0$$

$$\therefore k = 3$$

10. 다음 방정식을 풀면?

$$(2 - \sqrt{3})x^2 + (1 - \sqrt{3})x - 1 = 0$$

① $x = -1$ 또는 $-\sqrt{3}$

② $x = -1$ 또는 $-2 + \sqrt{3}$

③ $x = -1$ 또는 $2 + \sqrt{3}$

④ $x = 1$ 또는 $2 - \sqrt{3}$

⑤ $x = 1$ 또는 $2 + \sqrt{3}$

해설

주어진 식의 양변에 $2 + \sqrt{3}$ 을 곱하면

$$(2 + \sqrt{3})(2 - \sqrt{3})x^2 + (2 + \sqrt{3})(1 - \sqrt{3})x - (2 + \sqrt{3}) = 0$$

$$x^2 - (1 + \sqrt{3})x - (2 + \sqrt{3}) = 0$$

$$(x + 1) \{x - (2 + \sqrt{3})\} = 0$$

$$\therefore x = -1 \text{ 또는 } x = 2 + \sqrt{3}$$

11. 방정식 $x^2 - [x] - 4 = 0$ ($0 < x < 4$)의 모든 근의 합은?

① $2\sqrt{6}$

② $\sqrt{10}$

③ 3

④ $\sqrt{7}$

⑤ $\sqrt{6}$

해설

이차방정식 $x^2 - [x] - 4 = 0$ 에서

(i) $0 < x < 1$ 일 때, $[x] = 0$ 이므로

$$x^2 - 4 = 0, (x+2)(x-2) = 0$$

$$\therefore x = -2 \text{ 또는 } x = 2$$

그런데 $0 < x < 1$ 이므로 해가 없다.

(ii) $1 \leq x < 2$ 일 때, $[x] = 1$ 이므로

$$x^2 - 5 = 0, (x + \sqrt{5})(x - \sqrt{5}) = 0$$

$$\therefore x = -\sqrt{5} \text{ 또는 } x = \sqrt{5}$$

그런데 $1 \leq x < 2$ 이므로 해가 없다.

(iii) $2 \leq x < 3$ 일 때, $[x] = 2$ 이므로

$$x^2 - 6 = 0, (x + \sqrt{6})(x - \sqrt{6}) = 0$$

$$\therefore x = -\sqrt{6} \text{ 또는 } x = \sqrt{6}$$

그런데 $2 \leq x < 3$ 이므로 $x = \sqrt{6}$

(iv) $3 \leq x < 4$ 일 때, $[x] = 3$ 이므로

$$x^2 - 7 = 0, (x + \sqrt{7})(x - \sqrt{7}) = 0$$

$$\therefore x = -\sqrt{7} \text{ 또는 } x = \sqrt{7}$$

그런데 $3 \leq x < 4$ 이므로 해가 없다.

따라서 모든 근의 합은 $\sqrt{6}$

12. $x^2 - 2x + 3 = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, $(\alpha^2 - 2\alpha)(\beta^2 - 2\beta)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$x^2 - 2x + 3 = 0$ 에서 근과 계수의 관계에 의해

$$\alpha + \beta = 2, \alpha\beta = 3$$

$$(\alpha^2 - 2\alpha)(\beta^2 - 2\beta)$$

$$= \alpha^2\beta^2 - 2\alpha^2\beta - 2\alpha\beta^2 + 4\alpha\beta$$

$$= (\alpha\beta)^2 - 2\alpha\beta(\alpha + \beta) + 4\alpha\beta$$

$$= 9 - 6 \cdot 2 + 12 = 9$$

13. x 에 대한 다항식 $(x^2 + 2x)^2 + 3(x^2 + 2x) - 4$ 를 계수가 복소수인 범위에서 인수분해 한 것은?

① $(x^2 + 2x + 4)(x^2 + 2x - 1)$

② $(x^2 + 2x + 4)(x + 1 - \sqrt{2})(x + 1 + \sqrt{2})$

③ $(x + 1 - \sqrt{3}i)(x + 1 + \sqrt{3}i)(x + 1 - \sqrt{2})(x + 1 + \sqrt{2})$

④ $(x^2 - 2x + 4)(x - 1 - \sqrt{2})(x - 1 + \sqrt{2})$

⑤ $(x - 1 - \sqrt{3}i)(x - 1 + \sqrt{3}i)(x - 1 - \sqrt{2})(x - 1 + \sqrt{2})$

해설

$x^2 + 2x = Y$ 라 하면,

(준식)

$$= Y^2 + 3Y - 4 = (Y - 1)(Y + 4)$$

$$= (x^2 + 2x - 1)(x^2 + 2x + 4)$$

$$= (x + 1 - \sqrt{2})(x + 1 + \sqrt{2})(x + 1 - \sqrt{3}i)(x + 1 + \sqrt{3}i)$$

14. x 에 대한 실수 계수의 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 에서 근의 공식을 $\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - ac}}{a}$ 로 잘못 기억하고 풀어 두 근이 $-1, 2$ 를 얻었다. 이 방정식을 바르게 풀 때, 두 근의 합은?

- ① 0 ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{2}{3}$ ④ 2 ⑤ 3

해설

잘못 기억한 근의 공식에서
두 근을 합하면 $-\frac{2b}{a}$ 이므로

$$-\frac{2b}{a} = -1 + 2 = 1 \text{ 이다.}$$

따라서 준 식은 $-2bx^2 + bx + c = 0$ 이 되고

$$\text{따라서 (두근의 합)} = -\left(-\frac{b}{2b}\right) = \frac{1}{2}$$

15. 이차방정식 $x^2 + 4x + a = 0$ 의 한 근이 $b + \sqrt{2}i$ 일 때, ab 의 값은?
(단, a, b 는 실수, $i = \sqrt{-1}$)

① -14

② -13

③ -12

④ -11

⑤ -10

해설

한 근이 $b + \sqrt{2}i$ 이면 다른 한 근은 $b - \sqrt{2}i$ 이다.

근과 계수와의 관계를 이용하면

$$2b = -4, b^2 + 2 = a$$

$$\therefore a = 6, b = -2, ab = -12$$

16. $\alpha = \frac{-1 + \sqrt{3}i}{2}$ 일 때, $\alpha^3 + 2\alpha^2 + 2\alpha + 5$ 의 값을 구하면?

① 3

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 7

해설

$$\alpha = \frac{-1 + \sqrt{3}i}{2}$$

$$2\alpha = -1 + \sqrt{3}i$$

$$2\alpha + 1 = \sqrt{3}i$$

양변을 제곱하여 정리하면

$$\alpha^2 + \alpha + 1 = 0$$

$$\alpha^3 + 2\alpha^2 + 2\alpha + 5$$

$$= \alpha(\alpha^2 + \alpha + 1) + (\alpha^2 + \alpha + 1) + 4$$

$$= 4$$

해설

$\alpha^2 + \alpha + 1 = 0$ 을 얻은 후 $\alpha^3 + 2\alpha^2 + 2\alpha + 5$ 를 $\alpha^2 + \alpha + 1$ 로 나누면

$$\alpha^3 + 2\alpha^2 + 2\alpha + 5$$

$$= (\alpha^2 + \alpha + 1)(\alpha + 1) + 4$$

$$= 4 (\because \alpha^2 + \alpha + 1 = 0)$$

17. 이차방정식 $f(x) = 0$ 의 두 근 α, β 에 대하여 $\alpha + \beta = 2$, $\alpha\beta = 4$ 일 때, 이차방정식 $f(2x - 2) = 0$ 의 두 근의 곱은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$f(x) = x^2 - 2x + 4$$

$$f(2x - 2) = 4(x - 1)^2 - 4(x - 1) + 4 = 0$$

$$(x - 1)^2 - (x - 1) + 1 = x^2 - 3x + 3 = 0$$

따라서 두 근의 곱은 3이다.

18. 이차방정식 $x^2 + 3x + 1 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha + \frac{1}{\beta}, \beta + \frac{1}{\alpha}$ 를 두 근으로 하는 이차항의 계수가 1인 이차방정식을 구하면?

① $x^2 + 6x + 4 = 0$

② $x^2 + 6x - 4 = 0$

③ $x^2 + 4 = 0$

④ $x^2 - 6x + 4 = 0$

⑤ $x^2 - 6x - 4 = 0$

해설

근과 계수와의 관계에 의해서

두 근 α, β 에 대해 $\alpha + \beta = -3, \alpha\beta = 1$

두 근을 $\alpha + \frac{1}{\beta}, \beta + \frac{1}{\alpha}$ 로 하는

방정식에서

$$\text{두 근의 합} \Rightarrow \left(\alpha + \frac{1}{\beta}\right) + \left(\beta + \frac{1}{\alpha}\right)$$

$$= (\alpha + \beta) + \left(\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}\right)$$

$$= (\alpha + \beta) + \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta}$$

$$= (-3) + \frac{-3}{1} = -6$$

$$\text{두 근의 곱} \Rightarrow \left(\alpha + \frac{1}{\beta}\right) \left(\beta + \frac{1}{\alpha}\right)$$

$$= \alpha\beta + 2 + \frac{1}{\alpha\beta} = 4$$

$$\therefore x^2 - (-6)x + 4 = x^2 + 6x + 4 = 0$$

19. 실수 k 에 대하여 $\frac{\sqrt{k-1}}{\sqrt{k-2}} = -\sqrt{\frac{k-1}{k-2}}$ 이 성립할 때, $|k-3| + |k-1|$ 을 간단히 하면?

① -2

② 4

③ 2

④ $|2k-4|$

⑤ $|-2k-2|$

해설

$$k-1 \geq 0, k-2 < 0$$

$$1 \leq k < 2$$

$$|k-3| + |k-1| = -(k-3) + (k-1) = 2$$

20. 복소수 $(1 + 2i)x - (2 + i)y + i$ 를 제공하였더니 -9 가 되었다. 이 때, $x + y$ 의 값은? (단, $i = \sqrt{-1}$ 이고 x, y 는 실수이다.)

- ① 2 또는 -4 ② 2 또는 -3 ③ -1 또는 3
 ④ -1 또는 -3 ⑤ -1 또는 -2

해설

$$z = (x - 2y) + (2x - y + 1)i$$

$$z^2 = -9$$

즉, z 는 순허수이다.

$$\therefore x - 2y = 0, (2x - y + 1)^2 = 9$$

$x = 2y$ 와 $2x - y + 1 = \pm 3$ 을 연립하여 풀면

$$y = \frac{2}{3} \rightarrow x = \frac{4}{3}$$

$$y = -\frac{4}{3} \rightarrow x = -\frac{8}{3}$$

$\therefore x + y = 2$ 또는 -4 이다.