

1. $x = \frac{1 + \sqrt{2}i}{3}$ 일 때, $9x^2 - 6x + 5$ 의 값은?

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$x = \frac{1 + \sqrt{2}i}{3} \text{ 이므로}$$

$$3x = 1 + \sqrt{2}i$$

$$3x - 1 = \sqrt{2}i$$

$$\text{양변을 제곱하면 } 9x^2 - 6x + 1 = -2$$

$$\therefore 9x^2 - 6x = -3$$

$$9x^2 - 6x + 5 \text{ 에서 } 9x^2 - 6x \text{ 가 } -3 \text{ 이므로 } -3 + 5 = 2$$

2. $z = \frac{2}{1-i}$ 일 때, $2z^2 - 4z - 1$ 의 값을 구하면?

- ① -1 ② 2 ③ -3 ④ 4 ⑤ -5

해설

$$z = \frac{2}{1-i} = 1+i$$

$$\begin{aligned}\therefore 2z^2 - 4z - 1 &= 2(1+i)^2 - 4(1+i) - 1 \\ &= 4i - 4 - 4i - 1 \\ &= -5\end{aligned}$$

해설

$$z = 1+i, z-1 = i$$

양변을 제곱하고 정리하면

$$z^2 - 2z = -2$$

$$2z^2 - 4z - 1$$

$$= 2(z^2 - 2z)z - 1$$

$$= -4 - 1 = -5$$

3. 복소수 $z = a + bi$ 일 때, z 의 켤레 복소수 $\bar{z} = a - bi$ 로 나타낸다. 다음 중 옳지 않은 것은? (단, a, b 는 실수)

① $\overline{2+i} = 2-i$

② $\overline{-2-\sqrt{3}i} = -2+\sqrt{3}i$

③ $\overline{i-1} = i+1$

④ $\overline{0} = 0$

⑤ $\overline{-2} = -2$

해설

켤레복소수는 허수부분의 부호를 바꾼다.

③ $i-1$ 의 허수부분은 i 이므로 $\overline{i-1} = -i-1$ 이다.

실수의 켤레복소수는 자기 자신이므로 ④, ⑤는 옳다.

4. 제곱해서 $5 - 12i$ 가 되는 복소수는?

① $\pm(2 + 3i)$

② $\pm(2 - 3i)$

③ $\pm(3 - 2i)$

④ $\pm(3 + 3i)$

⑤ $\pm(3 + 3i)$

해설

구하려는 복소수를 $a + bi$ (a, b 는 실수)로 놓으면
 $(a + bi)^2 = a^2 - b^2 + 2abi$ 에서

$$a^2 - b^2 + 2abi = 5 - 12i$$

복소수가 서로 같을 조건에 의하여

$$a^2 - b^2 = 5, 2ab = -12 \text{ 에서}$$

$$ab = -6, b = -\frac{6}{a} \text{ 이므로}$$

$$a^2 - \left(-\frac{6}{a}\right)^2 = 5, a^2 - \frac{36}{a^2} = 5$$

양변에 a^2 을 곱하면

$$a^4 - 5a^2 - 36 = 0, (a^2 - 9)(a^2 + 4) = 0$$

따라서 $a^2 = 9$ 또는 $a^2 = -4$ 이므로

$$a = \pm 3 \text{ 또는 } a = \pm 2i$$

그런데 a 는 실수이므로 $a = \pm 3$ 이고, $b = \mp 2$ 이다.

따라서 구하는 복소수는 $\pm(3 - 2i)$ 이다.

5. 실수 x 에 대하여 $|x-2|^2 - |3-x|^2 - \sqrt{-9} + \sqrt{-16}$ 을 $a+bi$ 꼴로 나타낼 때 $a+b$ 의 값을 구하면?

① -5

② $2x-4$

③ $2x$

④ $2x-5$

⑤ 0

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (x-2)^2 - (3-x)^2 - 3i + 4i \\ &= 2x-5+i\end{aligned}$$

$$\therefore a=2x-5, b=1$$

$$\therefore a+b=2x-4$$

6. 임의의 두 실수 x, y 에 대하여 $(x+yi)(1+2i)+(xi-y)(-1-i)-(y+i)$ 가 실수일 때, 좌표평면에서 점 (x, y) 로 표현되는 도형과 x 축, y 축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하면?

- ① 2
- ② 1
- ③ $\frac{1}{2}$
- ④ $\frac{1}{4}$
- ⑤ $\frac{1}{6}$

해설

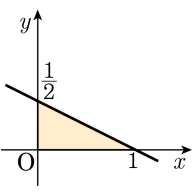
$(\text{준식}) = (2x - 2y) + (x + 2y - 1)i = 0$

$\therefore x + 2y - 1 = 0,$

$y = -\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$

$S = \frac{1}{2} \times 1 \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$

$\therefore \text{넓이} = \frac{1}{4}$



7. 실수 k 에 대하여 복소수 $z = 3(k + 2i) - k(1 - i)^2$ 의 값이 순허수가 되도록 k 의 값을 정하면?

① -2 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

$$\begin{aligned} z &= 3(k + 2i) - k(-2i) \\ &= 3k + (6 + 2k)i \Rightarrow \text{순허수} \\ \therefore 3k &= 0, k = 0 \end{aligned}$$

8. 등식 $\frac{x}{1+2i} + \frac{y}{1-2i} = 1 - \frac{i}{5}$ 를 만족하는 실수 x, y 에 대하여 $16xy$ 의 값은?

① 97 ② 98 ③ 99 ④ 100 ⑤ 101

해설

$$\begin{aligned}(\text{좌변}) &= \frac{x}{1+2i} + \frac{y}{1-2i} \\&= \frac{x(1-2i)}{(1+2i)(1-2i)} + \frac{y(1+2i)}{(1+2i)(1-2i)}\end{aligned}$$

$$\frac{(x+y) + 2(y-x)i}{5} \text{ 이므로}$$

$$\frac{x+y}{5} + \frac{2(y-x)i}{5} = 1 - \frac{i}{5}$$

복소수가 서로 같을 조건에 의하여

$$\frac{x+y}{5} = 1, \quad \frac{2(y-x)}{5} = -\frac{1}{5}$$

위의 두 식을 연립하여 풀면

$$x = \frac{11}{4}, \quad y = \frac{9}{4}$$

$$\therefore 16xy = 16 \cdot \frac{11}{4} \cdot \frac{9}{4} = 99$$

9. x, y 가 실수일 때, $(1+i)x + (1-i)y = \frac{2-i}{1+i}$ 을 만족하는 x, y 의 값은?

- ① $x = -\frac{1}{2}, y = 1$ ② $x = \frac{1}{2}, y = 1$ ③ $x = 1, y = -\frac{1}{2}$
④ $x = 1, y = 1$ ⑤ $x = 1, y = \frac{1}{2}$

해설

$$(x+y) + (x-y)i = \frac{2-i}{1+i} = \frac{1}{2} - \frac{3}{2}i$$

$$\Rightarrow x+y = \frac{1}{2}, \quad x-y = -\frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow x = -\frac{1}{2}, \quad y = 1$$

10. n 이 홀수일 때, $\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{2n+1} + \left(\frac{1-i}{1+i}\right)^{4n+1}$ 을 간단히 하면?

- ① $-2i$ ② $-i$ ③ $2i$ ④ i ⑤ 0

해설

$$\frac{1+i}{1-i} = \frac{2i}{2} = i$$

$$\frac{1-i}{1+i} = \frac{-2i}{2} = -i$$

$$i^{2n+1} + (-i)^{4n+1} \quad (n = 2k - 1 \text{ 대입})$$

$$i^{2(2k-1)+1} + (-i)^{4(2k-1)+1}$$

$$= i^{4k-1} - i$$

$$= -i - i = -2i$$

11. $\omega = \frac{-1 + \sqrt{3}i}{2}$ 일 때, $\frac{1}{3\omega^2 + 4\omega + 2} = a + b\omega$ 를 만족하는 실수 a, b 의 값에 대하여 $a + b$ 의 값을 구하면?

- ① 1 ② -1 ③ 2 ④ -2 ⑤ $-\frac{4}{3}$

해설

$$\omega = \frac{-1 + \sqrt{3}i}{2} \text{ 에서}$$

$$2\omega + 1 = \sqrt{3}i$$

양변을 제곱하면,

$$4\omega^2 + 4\omega + 4 = 0$$

$$\therefore \omega^2 + \omega + 1 = 0$$

$$3\omega^2 + 4\omega + 2 = 3(\omega^2 + \omega + 1) + \omega - 1$$

$$= \omega - 1$$

$$\frac{1}{\omega - 1} = a + b\omega \text{ 에서}$$

$$(a + b\omega)(\omega - 1) = 1$$

$$(a - 2b)\omega - (a + b) = 1 \leftarrow \omega^2 = -\omega - 1$$

$$\therefore a - 2b = 0, a + b = -1 \text{ 에서}$$

$$a = -\frac{2}{3}, b = -\frac{1}{3}$$

$$\therefore a + b = -1$$

12. 복소수 $z = x + yi$ 를 좌표평면 위에 점 $p(x, y)$ 에 대응시킬 때, $(3 - 4i)z$ 가 실수가 되게 하는 점 p 의 자취가 나타내는 도형은?

- ① 기울기가 양인 직선 ② 기울기가 음인 직선
③ 위로 볼록한 포물선 ④ 아래로 볼록한 포물선
⑤ 원

해설

$$\begin{aligned}(3 - 4i)z &= (3 - 4i)(x + yi) \\ &= (3x + 4y) + (-4x + 3y)i\end{aligned}$$

실수가 되려면 허수부 $-4x + 3y = 0$ 이다.

$$\therefore y = \frac{4}{3}x \quad (\Rightarrow \text{기울기가 양인 직선})$$

13. 실수 x, y 에 대하여 $\frac{x}{1+i} + \frac{y}{1-i} = 2-i$ 가 성립할 때, $2x+y$ 의 값은?

① 8 ② 7 ③ 5 ④ 4 ⑤ 2

해설

$$\begin{aligned}\frac{x}{1+i} + \frac{y}{1-i} &= \frac{x(1-i) + y(1+i)}{(1+i)(1-i)} \\ &= \frac{(x+y) + (-x+y)i}{2}\end{aligned}$$

$$\therefore \frac{(x+y) + (-x+y)i}{2} = 2-i \text{ 이므로,}$$

복소수의 상등에서 $x+y=4, -x+y=-2$

이것을 풀면 $x=3, y=1$

따라서, $2x+y=2 \times 3 + 1 = 7$

14. 정수 n 에 대하여, $z = i^n + \frac{1}{i^n}$ 을 만족하는 실수의 개수는?

- ① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

$$z = i^n + \frac{1}{i^n} \text{에서}$$

$$n = 1 \text{ 일 때, } i + \frac{1}{i} = i - i = 0$$

$$n = 2 \text{ 일 때, } -1 + \frac{1}{-1} = -1 - 1 = -2$$

$$n = 3 \text{ 일 때, } -i + \frac{1}{-i} = 0$$

$$n = 4 \text{ 일 때, } 1 + \frac{1}{1} = 2$$

따라서, $z = -2, 0, 2$ 이므로 3개이다.

15. $\alpha = 1 - i$ 일 때, $\alpha\bar{\alpha}^2 + \alpha^2\bar{\alpha}$ 의 값은?
(단, $\bar{\alpha}$ 는 α 의 켤레복소수이고, $i = \sqrt{-1}$ 이다.)

① $-2i$

② 2

③ $2i$

④ 4

⑤ $2 + 3i$

해설

$$\alpha = 1 - i, \bar{\alpha} = 1 + i$$

$$\alpha + \bar{\alpha} = 2, \alpha\bar{\alpha} = 2$$

$$\begin{aligned}\alpha\bar{\alpha}^2 + \alpha^2\bar{\alpha} &= \alpha\bar{\alpha}(\alpha + \bar{\alpha}) \\ &= 2 \cdot 2 \\ &= 4\end{aligned}$$

16. 다음 식에서 등호가 처음 잘못 사용된 부분을 고르면?

$$i = \sqrt{-1} = \sqrt{\frac{1}{-1}} = \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{-1}} = \frac{1}{i} = \frac{i^2}{i} = -i$$

- ① $\sqrt{-1} = \sqrt{\frac{1}{-1}}$

② $\sqrt{\frac{1}{-1}} = \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{-1}}$

③ $\frac{\sqrt{1}}{\sqrt{-1}} = \frac{1}{i}$
- ④ $\frac{1}{i} = \frac{i^2}{i}$

⑤ $\frac{i^2}{i} = -i$

해설

$a > 0, b < 0$ 일 때 $\sqrt{\frac{a}{b}} \neq \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$

예를들면, $i = \sqrt{\frac{1}{-1}} \neq \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{-1}} = -i$

17. $x = 2007$, $y = 4331$ 일 때, $\frac{x+yi}{y-xi} + \frac{y-xi}{x+yi}$ 의 값은?

- ① 0 ② 1 ③ -1 ④ i ⑤ $-i$

해설

$$\begin{aligned} & \frac{x+yi}{y-xi} + \frac{y-xi}{x+yi} \\ &= \frac{(x+yi)^2 + (y-xi)^2}{(y-xi)(x+yi)} \\ &= \frac{x^2 + 2xyi - y^2 + y^2 - 2xyi - x^2}{(y-xi)(x+yi)} \\ &= 0 \end{aligned}$$

해설

$$\begin{aligned} & \frac{x+yi}{y-xi} + \frac{y-xi}{x+yi} \\ &= \frac{i(y-xi)}{y-xi} + \frac{-i(x+yi)}{x+yi} \\ &= i + (-i) \\ &= 0 \end{aligned}$$

18. a, b 가 실수일 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

- I n 이 양의 홀수일 때, $\sqrt[n]{-3^n}$ 은 실수이다.
- II $-1 < a < 1$ 일 때, $\sqrt{(a+1)^2} - \sqrt{(a-2)^2} = 3$
- III $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = -\sqrt{\frac{a}{b}}$ 이면 $\sqrt{a}\sqrt{b} = \sqrt{ab}$ 이다.
- IV $0 < a < b$ 일 때, $\sqrt{(\sqrt{a} - \sqrt{b})^2} = \sqrt{a} - \sqrt{b}$

- ① I, II
- ② I, III
- ③ II, III
- ④ I, IV
- ⑤ II, III, IV

해설

- I. $\sqrt[n]{-3^n} = -\sqrt[n]{3^n} = -3 \in R$ (참)
- II. $\sqrt{(a+1)^2} - \sqrt{(a-2)^2} = |a+1| - |a-2|$
 $= a+1 - (2-a)$
 $= 2a-1 \neq 3$
- III. $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = -\sqrt{\frac{a}{b}}$ 이면 $b < 0, a \geq 0$ 이다.
 $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{-(-b)} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{(-b)i}$
 $= \sqrt{a(-b)i} = \sqrt{-a(-b)} = \sqrt{ab}$
 $\therefore \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{ab}$ (참)
- IV. $0 < a < b$ 이면 $\sqrt{a} < \sqrt{b}$ 이다.
 $\sqrt{(\sqrt{a} - \sqrt{b})^2} = |\sqrt{a} - \sqrt{b}| = \sqrt{b} - \sqrt{a}$

19. 복소수 z 의 실수 부분이 음수일 때 $z^2 = 4i$ 를 만족하는 z 에 대하여 $\left(\frac{z}{\bar{z}}\right)^{4k+1}$ 의 값을 구하면? (단, k 는 양의 정수)

① 1

② -1

③ i

④ $-i$

⑤ $\frac{1}{2}i$

해설

$z = a + bi$ (단, a, b : 실수)라 하면

$$z^2 = a^2 + 2abi - b^2 = 4i$$

$$\therefore a^2 - b^2 = 0, ab = 2 \rightarrow (a+b)(a-b) = 0, ab = 2$$

i) $a+b=0$ 이면 $ab=2$ 에서 $-a^2=2$

$$\therefore a = \pm \sqrt{2}i \text{ (부적합)}$$

ii) $a-b=0$ 이면 $ab=2$ 에서 $a^2=2$

$$\therefore a = \pm \sqrt{2}, a < 0 \text{이므로}$$

$$a = -\sqrt{2} \therefore b = -\sqrt{2}$$

$$\therefore z = a + bi = -\sqrt{2}(1+i), \bar{z} = -\sqrt{2}(1-i)$$

$$\therefore \frac{z}{\bar{z}} = \frac{1+i}{1-i} = i$$

$$\therefore \left(\frac{z}{\bar{z}}\right)^{4k+1} = i^{4k+1} = (i^{4k}) \cdot i = i$$

20. $a = \frac{-1 - \sqrt{3}i}{2}$ 일 때, $a^5 + a^3 - 1$ 의 값을 구하면? (단, $i = \sqrt{-1}$)

① $\frac{1 - \sqrt{3}i}{2}$

② 0

③ 1

④ $\frac{-1 + \sqrt{3}i}{2}$

⑤ $-1 + \sqrt{3}i$

해설

$$a = \frac{-1 - \sqrt{3}i}{2}$$

$2a + 1 = -\sqrt{3}i$ 의 양변을 제곱하면,

$$4a^2 + 4a + 1 = -3 \Rightarrow a^2 + a + 1 = 0$$

양변에 $a - 1$ 를 곱하면

$$(a - 1)(a^2 + a + 1) = 0 \Leftrightarrow a^3 - 1 = 0$$

$$\therefore a^3 = 1$$

$$(\text{준식}) = a^3 a^2 + a^3 - 1$$

$$= a^2$$

$$= -a - 1 (\because a^2 + a + 1 = 0)$$

$$= \frac{-1 + \sqrt{3}i}{2}$$