

1. $x = 1998, y = 4331$ 일 때, $\frac{x + yi}{y - xi} + \frac{y - xi}{x + yi}$ 의 값은?

① 0

② 1

③ -1

④ i

⑤ $-i$

해설

$$\frac{x + yi}{y - xi} + \frac{y - xi}{x + yi}$$

$$= \frac{(x + yi)^2 + (y - xi)^2}{(y - xi)(x + yi)}$$

$$= \frac{x^2 + 2xyi - y^2 + y^2 - 2xyi - x^2}{(y - xi)(x + yi)} = 0$$

2. $z_1 = 1 - i, z_2 = 1 + i$ 일 때, $z_1^3 + z_2^3$ 의 값은? (단, $i = \sqrt{-1}$)

① $4 - 2i$

② 0

③ 20

④ $-2 + 4i$

⑤ -4

해설

$$z_1 + z_2 = 2, z_1 z_2 = 2$$

$$z_1^3 + z_2^3 = (z_1 + z_2)^3 - 3z_1 z_2 (z_1 + z_2)$$

$$= 8 - 12$$

$$= -4$$

3. 다음 중 옳지 않은 것은?

① $\overline{i-2} = i+2$

② $\overline{2i} = -2i$

③ $\overline{\sqrt{2}+i} = \sqrt{2}-i$

④ $\overline{1+\sqrt{3}} = 1+\sqrt{3}$

⑤ $\overline{3-2i} = 3+2i$

해설

켈레복소수는 허수부분의 부호가 바뀐다.

실수의 켈레복소수는 자기자신이다.

① $\overline{i-2} = -i-2$

4. 복소수 z 에 대하여 $z\bar{z} = 13$, $z + \bar{z} = 4$ 일 때, 복소수 z 는? (단, $\bar{z}$ 는 z 의 켤레복소수이다.)

① $2 - 2i$

② $2 \pm 3i$

③ $2 \pm \sqrt{3}i$

④ $3 \pm 2i$

⑤ $4 \pm 3i$

해설

$z = a + bi$ (a, b 는 실수) 로 놓으면 $\bar{z} = a - bi$ 이므로

$z\bar{z} = 13$, $z + \bar{z} = 4$ 에서

$$(a + bi)(a - bi) = 13, (a + bi) + (a - bi) = 4$$

$$a^2 + b^2 = 13, 2a = 4$$

$$\therefore a = 2, b = \pm 3$$

$$z = 2 \pm 3i$$

5. 실수 x 에 대하여 $|x-2|^2 - |3-x|^2 - \sqrt{-9} + \sqrt{-16}$ 을 $a+bi$ 꼴로 나타낼 때 $a+b$ 의 값을 구하면?

① -5

② $2x-4$

③ $2x$

④ $2x-5$

⑤ 0

해설

$$(\text{준식}) = (x-2)^2 - (3-x)^2 - 3i + 4i$$

$$= 2x - 5 + i$$

$$\therefore a = 2x - 5, b = 1$$

$$\therefore a + b = 2x - 4$$

6. 실수가 아닌 복소수 z 에 대하여 $\frac{z}{1+z^2}$ 가 실수이기 위한 조건은?
(단, $z \neq \pm i$ 이고 $\bar{z}$ 는 z 의 켤레복소수이다.)

① $z \cdot \bar{z} = 1$

② $z + \bar{z} = 0$

③ $z + \bar{z} = 1$

④ $z + \bar{z} = -1$

⑤ $(z+1)(\bar{z}+1) = 1$

해설

$\frac{z}{1+z^2}$ 가 실수이면

$$\frac{z}{1+z^2} = \overline{\left(\frac{z}{1+z^2}\right)} = \frac{\bar{z}}{1+\bar{z}^2}$$

$$\frac{z}{1+z^2} - \frac{\bar{z}}{1+\bar{z}^2} = 0$$

$$\frac{z(1+\bar{z}^2) - \bar{z}(1+z^2)}{(1+z^2)(1+\bar{z}^2)} = 0$$

$$\frac{(z-\bar{z}) - z\bar{z}(z-\bar{z})}{(1+z^2)(1+\bar{z}^2)} = 0$$

$$\frac{(z-\bar{z})(1-z\bar{z})}{(1+z)(1+\bar{z}^2)} = 0$$

(분모) $\neq 0$ 이므로

$$(분자) = (z-\bar{z})(1-z\bar{z}) = 0$$

z 가 실수가 아니므로 $z \neq \bar{z}$

$$\therefore z\bar{z} = 1$$

7. $(1+i)x^2 + (1-i)x - 6 - 2i$ 가 순허수가 되는 실수 x 의 값을 구하면?

① -3

② -2

③ -1

④ 2

⑤ 3

해설

주어진 식을 정리하면 $(x^2 + x - 6) + (x^2 - x - 2)i$ 이고
순허수가 되기 위해선 $x^2 + x - 6 = (x + 3)(x - 2) = 0$ 이어야
하므로 $x = -3$ 또는 $x = 2$ 이다.

그런데 $x^2 - x - 2 \neq 0$ 이어야 하므로 $x \neq 2$

따라서 $x = -3$

8. 집합 $A = \{z \mid z = p(1-i) + q(1+i)\}$ 에 대하여 다음 중 집합 A 의 원소인 것은? (단, p, q 는 양의 실수)

① $-4 - 2i$

② $-3 + i$

③ $-2 + i$

④ $2 + 3i$

⑤ $5 - 2i$

해설

$z = p(1-i) + q(1+i)$ 에서 $z = p + q + (-p + q)i$

① $p + q = -4$, $-p + q = -2$ 이므로

$p = -1, q = -3$

$\therefore -4 - 2i \notin A$

② $p + q = -3$, $-p + q = 1$ 이므로

$p = -2, q = -1$

$\therefore -3 + i \notin A$

③ $p + q = -2$, $-p + q = 1$ 이므로

$p = -\frac{3}{2}, q = -\frac{1}{2}$

$\therefore -2 + i \notin A$

④ $p + q = 2$, $-p + q = 3$ 이므로

$p = -\frac{1}{2}, q = \frac{3}{2}$

$\therefore 2 + 3i \notin A$

⑤ $p + q = 5$, $-p + q = -2$ 이므로

$p = \frac{7}{2}, q = \frac{3}{2}$

$\therefore 5 - 2i \in A$

9. $(3 + i)(a + bi) = 1 - 3i$ 를 만족하는 실수 a, b 에 대하여 $a + b$ 를 구하면?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$(3 + i)(a + bi) = 1 - 3i$$

$$(3a - b) + (a + 3b)i = 1 - 3i$$

$$\therefore 3a - b = 1, \quad a + 3b = -3$$

$$\Rightarrow a = 0, \quad b = -1$$

$$\therefore a + b = -1$$

10. $(1+i)^{10}$ 의 값은?

① $10-i$

② $4i$

③ $8i$

④ $16i$

⑤ $32i$

해설

$$\begin{aligned}(1+i)^{10} &= \{(1+i)^2\}^5 = (1+2i+i^2)^5 \\ &= (2i)^5 = 2^5 \cdot i^5 = 32i\end{aligned}$$

11. $x = -2 + i$ 일때, $x^3 + 4x^2 - 3x + 2$ 의 값은?

① $-15 + 5i$

② $-12 + 2i$

③ $14 - 4i$

④ $16 - 6i$

⑤ $18 - 8i$

해설

$x = -2 + i$ 에서 $x + 2 = i$ 의 양변을 제곱하면

$x^2 + 4x + 5 = 0$ 즉 $x^2 + 4x = -5$ 이므로

$$x^3 + 4x^2 - 3x + 2$$

$$= x(x^2 + 4x) - 3x + 2$$

$$= -5x - 3x + 2$$

$$= -8x + 2$$

$$= -8(-2 + i) + 2$$

$$= 18 - 8i$$

12. $\sqrt{-x^2(x^2-1)^2}$ 이 실수가 되는 서로 다른 실수 x 들의 총합은?

① -1

② 0

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{-x^2(x^2-1)^2} &= \sqrt{x^2(x^2-1)^2}i \\ &= \sqrt{x^2} \sqrt{(x^2-1)^2}i \\ &= |x| \cdot |x^2-1| i \\ &= |x| \cdot |x+1| |x-1| i\end{aligned}$$

그러므로 $x = 0, 1, -1$ 일 때 총합은 0이 된다.

13. $\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i = \frac{x+i}{x-i}$ 를 만족하는 실수 x 의 값은 ?

① 1

② $\sqrt{2}$

③ $\sqrt{3}$

④ 2

⑤ -5

해설

$$(1 + \sqrt{3}i)(x - i) = 2(x + i)$$

$$(x + \sqrt{3}) + (\sqrt{3}x - 1)i = 2x + 2i$$

복소수가 서로 같을 조건에 의하여

$$x + \sqrt{3} = 2x, \quad \sqrt{3}x - 1 = 2$$

$$\therefore x = \sqrt{3}$$

14. $f(x) = \left(\frac{1-x}{1+x}\right)^{101}$ 일 때, $f\left(\frac{1+i}{1-i}\right) - f\left(\frac{1-i}{1+i}\right)$ 의 값을 구하면?

① $-i$

② $-2i$

③ $-3i$

④ i

⑤ $2i$

해설

$$\frac{1+i}{1-i} = \frac{(1+i)^2}{(1-i)(1+i)} = \frac{1+i^2+2i}{1-i^2} = i$$

$$\frac{1-i}{1+i} = \frac{(1-i)^2}{(1+i)(1-i)} = \frac{1+i^2-2i}{1-i^2} = -i$$

$$\begin{aligned} f(i) - f(-i) &= \left(\frac{1-i}{1+i}\right)^{101} - \left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{101} \\ &= (-i)^{101} - (i)^{101} \\ &= -2i^{101} \\ &= -2i(\because i^4 = 1) \end{aligned}$$

15. $z = 1 - i$ 일 때, $\frac{\bar{z} - 1}{z} - \frac{z - 1}{\bar{z}}$ 의 값은?

① $-i$

② i

③ $-2i$

④ $2i$

⑤ 1

해설

$$z = 1 - i, \bar{z} = 1 + i$$

$$\therefore (\text{준식}) = \frac{i}{1 - i} - \frac{-i}{1 + i} = \frac{2i}{2} = i$$

16. 다음 보기 중 옳은 것은 모두 몇 개인가?

$$\textcircled{\text{㉠}} \sqrt{-2} \sqrt{-5} = \sqrt{10}$$

$$\textcircled{\text{㉡}} \sqrt{-3} \sqrt{12} = -6$$

$$\textcircled{\text{㉢}} (-\sqrt{-2})^2 = -2$$

$$\textcircled{\text{㉣}} (\sqrt{-3})^3 = -3\sqrt{3}i$$

$$\textcircled{\text{㉤}} \frac{\sqrt{8}}{\sqrt{-2}} = -2i$$

$$\textcircled{\text{㉥}} \frac{\sqrt{-8}}{\sqrt{2}} = -2$$

① 2 개

② 3 개

③ 4 개

④ 5 개

⑤ 6 개

해설

㉢, ㉣, ㉤이 옳다.

$$\textcircled{\text{㉠}} \sqrt{-2} \sqrt{-5} = -\sqrt{10}$$

$$\textcircled{\text{㉡}} \sqrt{-3} \sqrt{12} = 6i$$

$$\textcircled{\text{㉥}} \frac{\sqrt{-8}}{\sqrt{2}} = 2i$$

17. 복소수 $x = a + bi$ (a, b 는 실수)가 $x^2 = 3 + 4i$, $x^3 = 2 + 11i$ 를 만족할 때 $a + b$ 의 값은? (단, $i = \sqrt{-1}$)

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$\begin{aligned}x^3 &= x^2 \times x \\&= (3 + 4i)(a + bi) \\&= (3a - 4b) + (4a + 3b)i \\(3a - 4b) + (4a + 3b)i &= 2 + 11i \\3a - 4b &= 2, 4a + 3b = 11 \\ \therefore a = 2, b = 1 &\text{ 이므로 } a + b = 3\end{aligned}$$

해설

$$\begin{aligned}x &= \frac{x^3}{x^2} = a + bi \\ \frac{2 + 11i}{3 + 4i} &= \frac{(2 + 11i)(3 - 4i)}{(3 + 4i)(3 - 4i)} \\&= \frac{50 + 25i}{25} \\&= 2 + i \\ \therefore a = 2, b = 1\end{aligned}$$

18. 복소수 α, β 에 대하여 다음 중 옳지 않은 것은?

① $\overline{\alpha + \beta} = \bar{\alpha} + \bar{\beta}$

② $\overline{\alpha^n} = (\bar{\alpha})^n$

③ $\overline{\left(\frac{\beta}{\alpha}\right)} = \frac{\bar{\beta}}{\bar{\alpha}}$ (단, $\alpha \neq 0$)

④ $\overline{(\bar{\alpha})} = \alpha$

⑤ $\alpha + \bar{\alpha} = \alpha\bar{\alpha}$ 이면 α 는 허수이다.

해설

⑤ (반례) $\alpha = 2, \bar{\alpha} = 2$

19. 복소수 $\alpha = a + bi$ (a, b 는 실수) 에 대하여 $\alpha^* = b + ai$ 로 나타낸다. $\alpha = \frac{4+3i}{5}$ 일 때, $5\alpha^5(\alpha^*)^4$ 의 값을 구하면?

① $4 + 3i$

② $3 + 3i$

③ $2 + 3i$

④ $1 + 3i$

⑤ $-1 + 3i$

해설

$$\begin{aligned}\alpha\alpha^* &= (a + bi)(b + ai) \\ &= ab + a^2i + b^2i - ab = (a^2 + b^2)i\end{aligned}$$

$$\alpha = \frac{4+3i}{5} \text{ 이므로 } \alpha\alpha^* = \left\{ \left(\frac{4}{5}\right)^2 + \left(\frac{3}{5}\right)^2 \right\} i = i$$

$$\begin{aligned}\therefore 5\alpha^5(\alpha^*)^4 &= 5\alpha(\alpha \cdot \alpha^*)^4 \\ &= 5 \cdot \frac{4+3i}{5} \cdot i^4 \\ &= 4 + 3i\end{aligned}$$

20. $x = \frac{1}{2}(-1 + \sqrt{3}i)$ 일 때 $x + \frac{1}{x + \frac{1}{x + \frac{1}{x + \frac{1}{x}}}}$ 의 값은?

① 0

② 1

③ 2

④ $\frac{1 - \sqrt{3}i}{2}$

⑤ $\frac{-5 + \sqrt{3}i}{4}$

해설

$$x = \frac{1}{2}(-1 + \sqrt{3}i) \text{ 에서 } 2x + 1 = \sqrt{3}i$$

이 식의 양변을 제곱하여 정리하면

$$x^2 + x + 1 = 0 \therefore x + \frac{1}{x} = -1$$

$$\begin{aligned} \therefore (\text{준식}) &= x + \frac{1}{x + \frac{1}{x + \frac{1}{x - 1}}} \\ &= x + \frac{x^2 - x + 1}{x - 1} \\ &= x + \frac{-2x}{x - 1} \\ &= \frac{-2x^2 + x - 1}{x - 1} \\ &= \frac{-2(-x - 1) + x - 1}{x - 1} \\ &= \frac{3x + 1}{x - 1} \\ &= -\frac{2}{3} - \frac{1}{2x} \\ &= -\frac{2}{3} + \frac{1}{1 - \sqrt{3}i} \\ &= \frac{-5 + \sqrt{3}i}{4} \end{aligned}$$