**1.** $x = 1 + \sqrt{2}i,\ y = 1 - \sqrt{2}i$ 일 때, $x^2 + y^2$ 의 값을 구하면?

① $-1$　② $1$　③ $-2$　④ $2$　⑤ $-3$

해설

$x + y = 2,\ xy = 3$

$x^2 + y^2 = (x+y)^2 - 2xy = 4 - 6 = -2$

**2.** $\alpha = 1 + i, \beta = 1 - i$ 일 때, $\dfrac{\beta}{\alpha} + \dfrac{\alpha}{\beta}$ 의 값은?

① $i$ ② $-i$ ③ $-1$ ④ $0$ ⑤ $1$

해설

$$\frac{\beta}{\alpha} + \frac{\alpha}{\beta} = \frac{1-i}{1+i} + \frac{1+i}{1-i} = \frac{(1-i)^2 + (1+i)^2}{(1+i)(1-i)}$$

$$= \frac{(1-2i+i^2) + (1+2i+i^2)}{1-i^2}$$

$$= \frac{2+2i^2}{1-(-1)} = \frac{2-2}{2} = 0$$

**3.** 다음 복소수에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?

① $-5$의 제곱근은 $\pm\sqrt{5}i$이다.

② $2+3i$의 실수부분은 2, 허수부분은 3 이다.

③ $-3i$는 순허수이다.

④ $1-2i$의 켤레 복소수는 $-1+2i$이다.

⑤ 두 실수 $a,\ b$에 대하여 복소수 $a+bi$가 실수가 되려면 $b=0$ 이어야 한다.

해설

④ $1-2i$의 켤레 복소수는 $1+2i$이다.

**4.** 복소수 $z$의 켤레복소수 $\bar{z}$라 할 때 $(1+2i)z+3(2-\bar{z})=0$을 만족하는 복소수 $z$를 구하면?

① $z=2-3i$ ② $z=4-3i$ ③ $z=6-3i$

④ $z=2+3i$ ⑤ $z=4+3i$

해설

$z=a+bi, \bar{z}=a-bi$라 하면

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (1+2i)(a+bi)+3(2-a+bi) \\ &= (6-2a-2b)+(2a+4b)i\end{aligned}$$

$\therefore 6-2a-2b=0, 2a+4b=0$

$\therefore a=6, b=-3$

$\therefore z=6-3i$

**5.** 다음 보기의 복소수 중 실수인 것의 개수는?

**보기**

$2i$, $1+\sqrt{-4}$, $3+4i$, $9$, $i^2+1$

① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

**해설**

$a+bi$ 에서 $b=0$ 인 경우, 즉 허수 부분이 0이면 실수이다.
$2i$ 의 허수 부분은 2, $1+\sqrt{-4}=1+2i$ 에서 허수 부분은 2이고, $3+4i$ 의 허수 부분은 4이다.
9와 $i^2+1=-1+1=0$ 의 허수 부분은 0이다.
따라서 실수인 것은 9와 $i^2+1$ 로 두 개다.

**6.** $\sqrt{-x^2(x^2-1)^2}$이 실수가 되는 서로 다른 실수 $x$들의 총합은?

① $-1$ ② $0$ ③ $1$ ④ $2$ ⑤ $3$

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{-x^2(x^2-1)^2} &= \sqrt{x^2(x^2-1)^2}\,i \\ &= \sqrt{x^2}\sqrt{(x^2-1)^2}\,i \\ &= |x|\cdot|x^2-1|\,i \\ &= |x|\cdot|x+1||x-1|\,i\end{aligned}$$

그러므로 $x=0,\ 1,\ -1$일 때 총합은 $0$이 된다.

**7.** 실수 $x$ 에 대하여 복소수 $(1+i)x^2-(1+3i)x-(2-2i)$ 가 순허수가 되도록 하는 $x$ 의 값은?

① $-2$　② $-1$　③ $0$　④ $1$　⑤ $2$

해설

$(1+i)x^2-(1+3i)x-(2-2i)$
$=(x^2-x-2)+(x^2-3x+2)i$
순허수가 되려면 (실수 부분)=0, (허수 부분)$\neq 0$이어야 하므로
$x^2-x-2=0$ , $x^2-3x+2\neq 0$
(i) $x^2-x-2=0$ 에서 $(x+1)(x-2)=0$
$\therefore\ x=-1$ 또는 $x=2$
(ii) $x^2-3x+2\neq 0$ 에서 $(x-1)(x-2)\neq 0$
$\therefore\ x\neq 1$ 또는 $x\neq 2$
따라서 (i), (ii) 에 의하여 $x=-1$

**8.** $\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i=\frac{x+i}{x-i}$ 를 만족하는 실수 $x$의 값은 ?

① 1　　② $\sqrt{2}$　　③ $\sqrt{3}$　　④ 2　　⑤ $-5$

해설

$(1+\sqrt{3}i)(x-i)=2(x+i)$

$(x+\sqrt{3})+(\sqrt{3}x-1)i=2x+2i$

복소수가 서로 같을 조건에 의하여

$x+\sqrt{3}=2x,\quad \sqrt{3}x-1=2$

$\therefore\ x=\sqrt{3}$

**9.** 등식 $x+y+(x-2y)i=1+7i$을 만족하는 두 실수 $x$, $y$에 대하여 $xy$의 값은? (단, $i=\sqrt{-1}$ )

① $3$ ② $-3$ ③ $6$ ④ $-6$ ⑤ $8$

해설

복소수의 상등에 의하여

$x+y=1,\ x-2y=7$

$x=3,\ y=-2$

$\therefore\ xy=-6$

**10.** $\left(\frac{1+i}{\sqrt{2}}\right)^{50}+\left(\frac{1-i}{\sqrt{2}}\right)^{50}$ 의 값은? (단, $i=\sqrt{-1}$ )

① $-i$ ② $0$ ③ $i$ ④ $\frac{1+i}{\sqrt{2}}$ ⑤ $\frac{1-i}{\sqrt{2}}$

해설

$$\left(\frac{1+i}{\sqrt{2}}\right)^{2}=i$$

$$\therefore\ \left(\frac{1+i}{\sqrt{2}}\right)^{50}=(i)^{25}$$

$$\left(\frac{1-i}{\sqrt{2}}\right)^{2}=-i$$

$$\therefore\ \left(\frac{1-i}{\sqrt{2}}\right)^{50}=(-i)^{25}=-(i)^{25}$$

$$\therefore\ i^{25}+(-i^{25})=0$$

**11.** $w = \dfrac{-1+\sqrt{3}i}{2}$ 일 때, $1 + w + w^2 + \cdots + w^{100}$ 의 값은?

① $\dfrac{-1+\sqrt{3}i}{2}$　② $\dfrac{-1-\sqrt{3}i}{2}$　③ $0$
④ $\dfrac{1+\sqrt{3}i}{2}$　⑤ $\dfrac{1-\sqrt{3}i}{2}$

**해설**

$w = \dfrac{-1+\sqrt{3}i}{2}$ 에서

$$w^2 = \left(\frac{-1+\sqrt{3}i}{2}\right)^2 = \frac{1-2\sqrt{3}i+3i^2}{4}$$

$$= \frac{-2-2\sqrt{3}i}{4} = \frac{-1-\sqrt{3}i}{2}$$

$$w^3 = w \cdot w^2 = \frac{-1+\sqrt{3}i}{2} \cdot \frac{-1-\sqrt{3}}{2} = \frac{1-3i^2}{4} = 1$$

$1 + w + w^2 = 1 + \dfrac{-1+\sqrt{3}i}{2} + \dfrac{-1-\sqrt{3}i}{2} = 0$ 이므로

$$\therefore 1 + w + w^2 + w^3 + w^4 + \cdots + w^{100}$$

$$= 1 + w + w^2 + w^3(1 + w + w^2) + \cdots$$

$$+ w^{96}(1 + w + w^2) + w^{99}(1 + w)$$

$$= 0 + 0 + \cdots + 0 + w^{99}(1 + w) = (w^3)^{33} \cdot (1 + w)$$

$$= 1 + w = 1 + \frac{-1+\sqrt{3}i}{2} = \frac{1+\sqrt{3}i}{2}$$

**12.** 실수가 아닌 복소수 $z$ 에 대하여 $\dfrac{z}{1+z^2}$ 가 실수이기 위한 조건은? (단, $z \neq \pm i$ 이고 $\overline{z}$ 는 $z$ 의 켤레복소수이다.)

① $z \cdot \overline{z} = 1$

② $z + \overline{z} = 0$

③ $z + \overline{z} = 1$

④ $z + \overline{z} = -1$

⑤ $(z+1)(\overline{z}+1) = 1$

해설

$\dfrac{z}{1+z^2}$ 가 실수이면

$$\frac{z}{1+z^2} = \overline{\left(\frac{z}{1+z^2}\right)} = \frac{\overline{z}}{1+\overline{z}^2}$$

$$\frac{z}{1+z^2} - \frac{\overline{z}}{1+\overline{z}^2} = 0$$

$$\frac{z(1+\overline{z}^2) - \overline{z}(1+z^2)}{(1+z^2)(1+\overline{z}^2)} = 0$$

$$\frac{(z-\overline{z}) - z\overline{z}(z-\overline{z})}{(1+z^2)(1+\overline{z}^2)} = 0$$

$$\frac{(z-\overline{z})(1-z\overline{z})}{(1+z)(1+\overline{z}^2)} = 0$$

(분모)$\neq 0$ 이므로

(분자)$= (z-\overline{z})(1-z\overline{z}) = 0$

$z$ 가 실수가 아니므로 $z \neq \overline{z}$

$\therefore z\overline{z} = 1$

**13.** 등식 $3x-2yi=(2+i)^2$ 이 성립하는 $x$, $y$에 대하여 두 수를 곱하면?

① $-2$ ② $-1$ ③ $1$ ④ $2$ ⑤ $3$

해설

$3x-2yi=(2+i)^2=3+4i$

$x=1, \quad y=-2$

$\therefore \; xy=-2$

**14.** $i + 2i^2 + 3i^3 + 4i^4 + \cdots + 99i^{99} + 100i^{100}$ 을 간단히 하면? (단, $i = \sqrt{-1}$ )

① $0$ ② $5050$ ③ $50 + 50i$

④ $50 - 50i$ ⑤ $-50 + 50i$

해설

$i^2 = -1, i^3 = -i, i^4 = 1, i^5 = i, i^6 = -1 \cdots\cdots$

$i + 2i^2 + 3i^3 + 4i^4 + \cdots + 99i^{99} + 100i^{100}$

$= i - 2 - 3i + \cdots\cdots - 99i + 100$

$= (1-3) + (5-7) + \cdots + (97-99)\} i +$

$(-2+4) + (-6+8) + \cdots + (-98+100)\}$

$= (-2 \times 25)i + (2 \times 25)$

$= 50 - 50i$

**15.** 복소수 $z = 1 - i$ 라고 할 때, $wz + 1 = \overline{w}$ 를 만족하는 복소수 $w$ 의 실수부분을 구하면? (단, $\overline{w}$ 는 $w$ 의 켤레복소수이다.)

① $-2$ ② $-1$ ③ $1$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $2$

**해설**

$w = a + bi$ 라 하면

$$
\begin{aligned}
(a+bi)(1-i)+1 &= a - ai + bi + b + 1 \\
&= (a+b+1)-(a-b)i \\
&= a - bi \text{ 에서}
\end{aligned}
$$

$a + b + 1 = a$ , $\therefore\ b + 1 = 0$ 이므로 $b = -1$

$a - b = b$ 이므로 $a + 1 = -1$ 에서 $a = -2$

따라서 $w$ 의 실수부분은 $-2$

**16.** 실수 $a, b, c, d$ 에 대하여 $\sqrt{a}\sqrt{b} = -\sqrt{ab}$, $\dfrac{\sqrt{c}}{\sqrt{d}} = -\sqrt{\dfrac{c}{d}}$ 을 만족할 때, 다음 중 옳은 것은? (단, $ab \neq 0, cd \neq 0$ )

① $ab < 0$ ② $ad > 0$ ③ $bc > 0$

④ $bd < 0$ ⑤ $cd > 0$

해설

$\sqrt{a}\sqrt{b} = -\sqrt{ab}$, $(a < 0, b < 0)$

$\dfrac{\sqrt{c}}{\sqrt{d}} = -\sqrt{\dfrac{c}{d}}$, $(c > 0, d < 0)$

① $ab > 0$

② $ad > 0$

③ $bc < 0$

④ $bd > 0$

⑤ $cd < 0$

**17.** 두 실수 $a, b$ 에 대하여 $\sqrt{-32} - \sqrt{-8}\sqrt{-3} + \dfrac{\sqrt{24}}{\sqrt{-3}} = a + bi$ 일 때, $\dfrac{1}{2}ab$ 의 값은?
(단, $i = \sqrt{-1}$ )

① $-\sqrt{3}$ ② $2\sqrt{3}$ ③ $-3\sqrt{3}$
④ $4\sqrt{3}$ ⑤ $-4\sqrt{3}$

해설

$$\sqrt{-32} - \sqrt{-8}\sqrt{-3} + \frac{\sqrt{24}}{\sqrt{-3}}$$
$$= 4\sqrt{2}i + \sqrt{24} - \sqrt{8}i$$
$$= 4\sqrt{2}i + 2\sqrt{6} - 2\sqrt{2}i$$
$$= 2\sqrt{6} + 2\sqrt{2}i$$
$$a = 2\sqrt{6}, b = 2\sqrt{2}$$
$$\therefore \frac{1}{2}ab = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{6} \times 2\sqrt{2} = 4\sqrt{3}$$

**18.** 모든 복소수 $z$ 에 대하여 다음 중 실수인 것을 모두 고르면? ( 단 $\bar{z}$ 는 $z$ 의 켤레복소수이다.)

ㄱ $(z+1)^2$

ㄴ $(2z+1)(\bar{z}+1)-z$

ㄷ $(z^2+z+1)(\bar{z}+1)+\left((\bar{z})^2+\bar{z}+1\right)(z+1)$

① ㄱ　② ㄴ　③ ㄷ

④ ㄱ, ㄴ　⑤ ㄴ, ㄷ

해설

ㄱ (반례) $z=i$ 이면 $(z+1)^2=(i+1)^2=2i$
(허수)

ㄴ $(2z+1)(\bar{z}+1)-z=2z\bar{z}+(z+\bar{z})+1$ (실수)
($\because z\bar{z}, z+\bar{z}$ 모두 실수이다.)

ㄷ $(z^2+z+1)(\bar{z}+1)=Z$ 라 하면
(준식)$=Z+\overline{Z}$ 이므로 실수

따라서 실수인 것은 ㄴ, ㄷ이다.

**19.** 복소수 $z$가 $z^2 = \bar{z}$일 때, $z$이 될 수 있는 수들의 합을 구하여라.(단, $\bar{z}$는 $z$ 의 켤레복소수이다.)

① $-2$　　② $0$　　③ $1$　　④ $2$　　⑤ $3$

해설

$z = a + bi$ (단, $a, b$ 는 실수)라 하면

$z^2 = \bar{z}$ 에서$(a + bi)^2 = a - bi$

$\therefore a^2 - b^2 + 2abi = a - bi$

$a^2 - b^2 = a, 2ab = -b$

$\therefore b = 0$ 또는 $a = -\dfrac{1}{2}$

i) $b = 0$ 일 때 : $a^2 = a \therefore a = 0$ 또는 $a = 1$

ii) $a = -\dfrac{1}{2}$일때 : $\dfrac{1}{4} - b^2 = -\dfrac{1}{2}$　　$\therefore b = \pm\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$\therefore\ z = 0,\ 1,\ -\dfrac{1}{2} + \dfrac{\sqrt{3}}{2}i,\ -\dfrac{1}{2} - \dfrac{\sqrt{3}}{2}i$

따라서 모든 $z$의 합은 $0$이다.

**20.** $x = -2 + i$ 일때, $x^3 + 4x^2 - 3x + 2$의 값은?

① $-15 + 5i$ ② $-12 + 2i$ ③ $14 - 4i$

④ $16 - 6i$ ⑤ $18 - 8i$

해설

$x = -2 + i$ 에서 $x + 2 = i$ 의 양변을 제곱하면

$x^2 + 4x + 5 = 0$ 즉$x^2 + 4x = -5$ 이므로

$x^3 + 4x^2 - 3x + 2$

$= x(x^2 + 4x) - 3x + 2$

$= -5x - 3x + 2$

$= -8x + 2$

$= -8(-2 + i) + 2$

$= 18 - 8i$