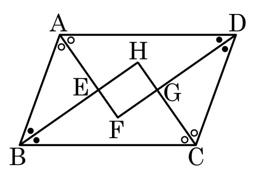
1. 평행사변형 ABCD 에서 $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$, $\angle D$ 의 이등분선을 그어 그 교점을 각각 E, F, G, H 라 하면 $\angle HEF$ 의 크기는?



① 100°　② 90°　③ 80°

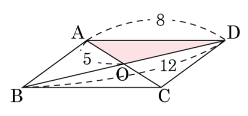
④ 45°　⑤ 30°

해설

$\angle A + \angle B = 180°$

$\angle HEF = \frac{1}{2} \times (\angle A + \angle B) = 90°$

2. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{AD} = 8$, $\overline{AO} = 5$, $\overline{BD} = 12$ 일 때, $\triangle$OAD 의 둘레의 길이는?

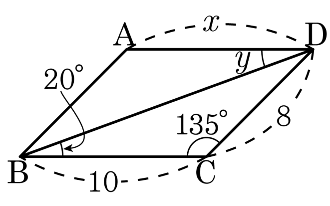


① 15 ② 16 ③ 17 ④ 18 ⑤ 19

해설

$\overline{OB} = \overline{OD} = 6$ 이므로 $\triangle OAD = 5 + 6 + 8 = 19$ 이다.

3. 다음 그림과 같은 □ABCD가 평행사변형이 되도록 하는 x, y의 값은?



① $x=8,\ y=20^{\circ}$

② $x=10,\ y=20^{\circ}$

③ $x=10,\ y=135^{\circ}$

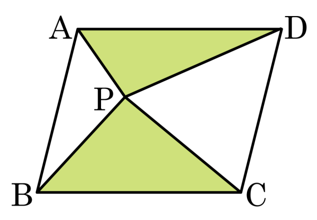
④ $x=8,\ y=135^{\circ}$

⑤ $x=10,\ y=25^{\circ}$

해설

$x=10,\ y=20^{\circ}$

4. 다음 그림와 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\square\mathrm{ABCD} = 20\mathrm{cm}^2$ 일 때, 어두운 부분의 넓이의 합은?



① $3\mathrm{cm}^2$ ② $4\mathrm{cm}^2$ ③ $6\mathrm{cm}^2$
④ $8\mathrm{cm}^2$ ⑤ $10\mathrm{cm}^2$

해설
내부의 한 점 P 에 대하여 $\frac{1}{2}\square\mathrm{ABCD} = \triangle\mathrm{PAB} + \triangle\mathrm{PCD} = \triangle\mathrm{PAD} + \triangle\mathrm{PBC}$ 이므로
$\triangle\mathrm{PAD} + \triangle\mathrm{PBC} = \frac{1}{2} \times 20 = 10(\mathrm{cm}^2)$

5. 다음 보기 중에서 직사각형의 성질이 옳게 짝지어진 것은?

보기

㉠ 이웃하는 두 변의 길이가 같다.
㉡ 내각의 크기가 모두 $90°$ 이다.
㉢ 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다.
㉣ 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.
㉤ 두 대각선이 수직으로 만난다.

① ㉠, ㉢ ② ㉣, ㉤ ③ ㉡, ㉢
④ ㉡, ㉢, ㉣ ⑤ ㉡, ㉣, ㉤, ㉥

해설

직사각형은 이웃하는 두 내각의 크기가 같으며.
두 대각선이 수직으로 만나는 것은 마름모이다.

6. 다음 보기 중에서 평행사변형이 직사각형이 되기 위한 조건을 모두 몇 개인가?

보기

㉠ 이웃하는 두 변의 길이가 같다.

㉡ 이웃하는 두 각의 크기가 같다.

㉢ 한 내각의 크기가 90° 이다.

㉣ 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.

㉤ 두 대각선의 길이가 같다.

① 1 개　② 2 개　③ 3 개　④ 4 개　⑤ 5 개

해설

㉠ 마름모가 될 조건
㉡ 직사각형이 될 조건
㉢ 직사각형이 될 조건
㉣ 평행사변형이 될 조건
㉤ 직사각형이 될 조건
∴ ㉡, ㉢, ㉤의 3 개

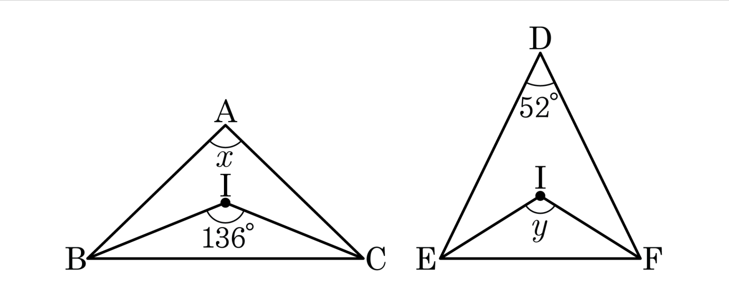
7. 민혁이는 친구들과 삼각형 모양의 종이를 가지고 최대한 큰 원으로 오려내려고 한다. 다음 중 틀린 말을 한 학생은 누구인가?

① 민호 : 삼각형 종이로 가장 큰 원을 만들려면 내심을 이용해야지.
② 지훈 : 그럼 먼저 삼각형의 세 내각의 이등분선을 그어야겠군.
③ 창교 : 그런 다음 세 내각의 이등분선이 만나는 한 점을 찾아야 해.
④ 지민 : 세 내각의 이등분선이 만나는 한 점을 원의 중심으로 하고 꼭짓점까지의 거리를 반지름으로 하는 원을 그려야해.
⑤ 장수 : 원의 반지름을 찾았으면 원을 그려야해.

해설

④ 세 내각의 이등분선이 만나는 한 점은 내심으로 원의 중심이 맞지만, 원의 반지름은 내심에서 한 변까지의 거리로 하여야 한다.

8. 다음 그림에서 점 I가 내심일 때, $\angle x + \angle y$ 의 값은 얼마인가?



① 178° ② 188° ③ 198° ④ 208° ⑤ 218°

해설

점 I가 $\triangle$ABC의 내심일 때, $\angle\mathrm{BIC} = 90° + \frac{1}{2}\angle\mathrm{A}$ 이다.

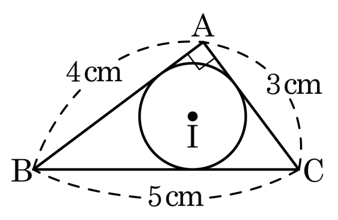
$\angle\mathrm{BIC} = 136° = 90° + \frac{1}{2}\angle\mathrm{A} \quad \therefore \ \angle x = \angle\mathrm{A} = 92°$

또, 점 I′ 이 삼각형의 내심일 때, $\angle\mathrm{EI'F} = 90° + \frac{1}{2}\angle\mathrm{D}$ 이다.

$\angle y = \angle\mathrm{EI'F} = 90° + \frac{1}{2}\angle\mathrm{D} = 90° + \frac{1}{2} \times 52 = 116°$

$\therefore \ \angle x + \angle y = 92° + 116° = 208°$

9. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 의 넓이가 $6cm^2$ 일 때, 내접원의 반지름의 길이는?



① 1cm ② 2cm ③ 3cm ④ 4cm ⑤ 5cm

해설

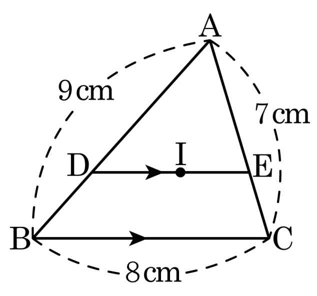
내접원의 반지름을 r 이라고 하면

$(\triangle ABC\text{의 넓이}) = \frac{1}{2} \times r \times \triangle ABC\text{의 둘레의 길이이므로}$

$6 = \frac{1}{2} \times r \times (3 + 4 + 5)$

$\therefore\ r = 1cm$

10. 다음 그림과 같은 △ABC 에서 $\overline{AB} = 9\text{cm}$, $\overline{BC} = 8\text{cm}$, $\overline{AC} = 7\text{cm}$ 이고 $\overline{DE} // \overline{BC}$ 이다. 점 I 가 △ABC 의 내심일 때, △ADE 의 둘레의 길이는?



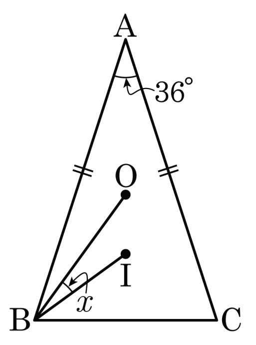
① 14cm ② 15cm ③ 16cm ④ 18cm ⑤ 21cm

해설

점 I 가 내심이고 $\overline{DE}//\overline{BC}$ 일 때 △ADE 의 둘레의 길이 = $\overline{AB} + \overline{AC}$

따라서 △ADE 의 둘레의 길이 = $\overline{AB} + \overline{AC} = 9 + 7 = 16(\text{cm})$ 이다.

11. 다음 그림에서 점 I 와 점 O 는 $\overline{AB}=\overline{AC}$ 인 이등변삼각형의 내심과 외심일 때 $\angle x$ 의 크기는?



① $14°$　② $18°$　③ $20°$　④ $22°$　⑤ $24°$

해설

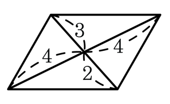
$\triangle ABC$ 의 외심이 점 O 일 때, $\frac{1}{2}\angle BOC=\angle A$ 이므로 $\angle A=36°$, $\angle BOC=72°$ 이다.

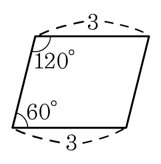
$\triangle ABC$ 의 내심이 점 I 일 때, $\frac{1}{2}\angle A+90°=\angle BIC$ 이므로 $\angle BIC=\frac{1}{2}\times 36°+90°=108°$ 이다.

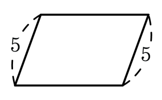
$\triangle OBC$ 도 이등변삼각형이므로 $\angle OBC=54°$ 이다.

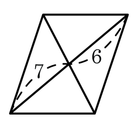
또, $\angle IBC=\frac{1}{2}\angle ABC=\frac{1}{2}\times 72°=36°$ 이다. 따라서 $\angle OBI=\angle OBC-\angle IBC=54°-36°=18°$ 이다.

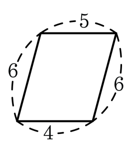
12. 다음 중 평행사변형인 것을 고르면?

①


②


③


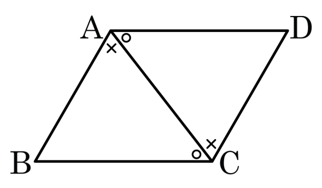
④


⑤


해설

평행사변형은 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같다.

13. 다음은 '평행사변형에서 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.' 를 증명한 것이다. ㄱ ~ ㅁ에 들어갈 것으로 옳지 <u>않은</u> 것은?



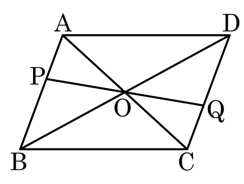
[가정] □ABCD 에서 $\overline{AB} \,/\!/\, \overline{DC}$, $\overline{AD} \,/\!/\, \overline{BC}$
[결론] $\boxed{\;ㄱ\;}$ $= \angle C$, $\angle B = \angle D$
[증명] 점 A와 점 C를 이으면 △ABD와 △CDB에서 $\boxed{\;ㄴ\;}$ 는 공통 ⋯㉠
$\overline{AB} \,/\!/$ $\boxed{\;ㄷ\;}$ 이므로 $\angle BAC = \angle DCA$ ⋯㉡
$\overline{AD} \,/\!/\, \overline{BC}$ 이므로 $\boxed{\;ㄹ\;}$ $= \angle DAC$ ⋯㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의해서 △ABC ≡ △CDA
($\boxed{\;ㅁ\;}$ 합동)
∴ $\angle A = \angle C$, $\angle B = \angle D$

① ㄱ : $\angle A$　　② ㄴ : $\overline{AC}$　　③ ㄷ : $\overline{DC}$
④ ㄹ : $\angle BCA$　　⑤ ㅁ : SAS

해설

△ABC와 △CDA에서 $\overline{AC}$는 공통
$\overline{AB} \,/\!/\, \overline{CD}$ 이므로 $\angle BAC = \angle DCA$,
$\overline{AD} \,/\!/\, \overline{BC}$ 이므로
$\angle ACB = \angle DAC$ 이므로 △ABC ≡ △CDA (ASA 합동)이다.

14. 넓이가 30 인 평행사변형 ABCD 에서 점 O 가 두 대각선의 교점이다. 점 O 를 지나는 직선이 $\overline{AB}$, $\overline{CD}$ 를 만나는 점을 각각 P, Q 라고 할 때, 사각형 APQD 의 넓이는?



① 10　　② 15　　③ 20

④ 25　　⑤ 알 수 없다.

해설

$\overline{AO} = \overline{CO}$, $\angle AOP = \angle COQ$ (맞꼭지각)
$\angle OAP = \angle OCQ$(엇각) 이므로
$\triangle OAP \equiv \triangle OQC$ (ASA 합동)
따라서 색칠한 부분의 넓이는 $\triangle ACD$ 의 넓이와 같다.
$\therefore \frac{1}{2} \times 30 = 15$ 이다.

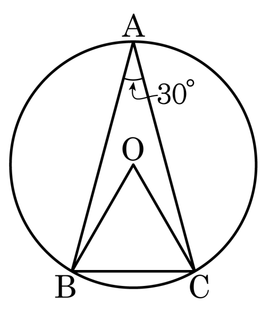
15. 어떤 직각삼각형 ABC 의 외접원의 원의 넓이가 $36\pi\ \text{cm}^2$ 이라고 할 때, 이 직각삼각형의 빗변의 길이는?

① 4cm ② 6 cm ③ 9cm ④ 12cm ⑤ 18cm

해설

직각삼각형의 외심은 빗변의 중심에 위치하므로
$\triangle$ABC 의 외접원의 중심은 빗변의 중점이다.
외접원의 넓이가 $36\pi\text{cm}^2$ 이므로 반지름의 길이는 6cm 이다.
따라서 이 삼각형의 빗변의 길이는 외접원의 지름의 길이와 같으므로 12cm 이다.

16. 점O 는 반지름의 길이가 3 cm 인 외접원의 중심이다. $\angle BAC = 30°$ 일 때, 부채꼴OBC 의 넓이는?

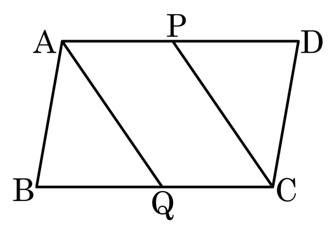


① $\frac{3}{2}\pi\,\mathrm{cm}^2$ ② $4\pi\,\mathrm{cm}^2$ ③ $\frac{5}{2}\pi\,\mathrm{cm}^2$
④ $\frac{3}{4}\pi\,\mathrm{cm}^2$ ⑤ $\frac{5}{4}\pi\,\mathrm{cm}^2$

해설

부채꼴의 중심각의 크기는 $\angle BOC = 2\angle A = 2\times 30° = 60°$ 이므로
부채꼴의 넓이는 $\pi\times 3^2\times\frac{60}{360} = \frac{3}{2}\pi(\mathrm{cm}^2)$

17. $\overline{AD} = 80$cm 인 평행사변형 ABCD 에서 점 P 는 3cm/s 의 속도로 꼭짓점 A 에서 꼭짓점 D 로 움직이고, 점 Q 는 7cm/s 의 속도로 꼭짓점 C 에서 꼭짓점 B 로 움직인다. 점 P 가 움직이기 시작하고 4 초 후에 점 Q 가 움직인다면 점 P 가 움직인지 몇 초 후에 □AQCP 가 평행사변형이 되겠는가?

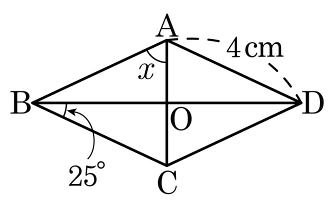


① 6 초 후　② 7 초 후　③ 8 초 후
④ 9 초 후　⑤ 10 초 후

해설

$\overline{AP} = \overline{QC}$ 가 될 때까지 점 P 가 움직인 시간을 x 라고 하면
$3x = 7(x - 4)$
$3x = 7x - 28,\ 4x = 28\ \therefore x = 7$(초)

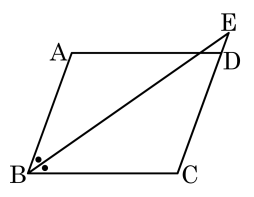
18. 다음 그림과 같은 마름모 ABCD 에서 $\angle x$ 의 크기를 구하면?



① 25°　② 45°　③ 50°　④ 65°　⑤ 75°

해설
대각선이 한 내각을 이등분하므로 $\angle ABO = 25°$ 이고, $\angle AOB = 90°$
따라서 $\angle x = 90° - 25° = 65°$ 이다.

19. 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{BE}$ 는 $\angle ABC$ 의 이등분선이다. $\overline{AB} = 6\text{cm}, \overline{AD} = 7\text{cm}$ 일 때, $\overline{CE}$ 의 길이는?

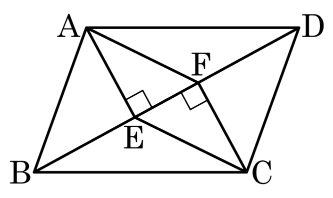


① 7cm ② 7.5cm ③ 8cm
④ 8.5cm ⑤ 9cm

해설

$\overline{AB} \,//\, \overline{DC}$ 이므로
$\angle ABE = \angle BEC$ (엇각)
$\angle EBC = \angle BEC$ 이므로 $\triangle BEC$ 는 이등변삼각형이다.
$\therefore \overline{CE} = \overline{BC} = \overline{AD} = 7(\text{cm})$

20. 다음은 평행사변형 ABCD의 두 꼭짓점 A, C에서 대각선 BD에 내린 수선의 발을 각각 E, F라 할 때, □AECF가 평행사변형임을 증명하는 과정이다. ㉠ ~ ㉤에 들어갈 것으로 옳지 <u>않은</u> 것은?



[가정] □ABCD 는 평행사변형, $\angle AED = \angle CFB = 90°$
[결론] □AECF는 평행사변형
[증명] $\angle AED = \boxed{㉠}$(엇각)
$\overline{AE} // \boxed{㉡} \cdots$ ⓐ
$\triangle AED$ 와 $\triangle CFB$ 에서
$\angle AED = \angle CFB = 90°$,
$\overline{AD} = \boxed{㉢}$, $\boxed{㉣} = \angle CBF$
따라서 $\triangle AED \equiv \triangle CFB$ (RHA 합동)
$\boxed{㉤} = \overline{CF} \cdots$ ⓑ
ⓐ,ⓑ에 의하여 □AECF는 평행사변형이다.

① ㉠ : $\angle CFB$　　② ㉡ : $\overline{CF}$　　③ ㉢ : $\overline{BC}$
④ ㉣ : $\angle CDB$　　⑤ ㉤ : $\overline{AE}$

해설
④ $\angle CBF = \angle ADB$ 이다.