

1. 집합 $X = \{x | x \text{는 자연수}\}$ 에 대하여 X 에서 X 로의 함수 f 는 상수 함수이다. $f(2) = 2$ 일 때, $f(1) + f(3) + f(5) + \cdots + f(19)$ 의 값은 얼마인가?

① 100

② 50

③ 38

④ 20

⑤ 10

해설

$f(x)$ 가 상수함수이므로,

$$f(1) = f(3) = \cdots = f(19) = 2$$

$$\therefore f(1) + f(3) + \cdots + f(19) = 2 \cdot 10 = 20$$

2. 두 집합 $X = \{1, 2, 3\}$, $Y = \{a, b, c\}$ 에 대하여 X 에서 Y 로의 상수함수의 개수를 구하여라.

▶ 답: 3가지

▷ 정답: 3가지

해설

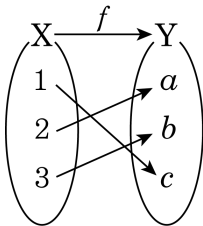
함수 f 가 상수함수인 경우는

$$f(1) = f(2) = f(3) = a$$

$$f(1) = f(2) = f(3) = b$$

$$f(1) = f(2) = f(3) = c \text{ 의 3가지이다}$$

3. 두 집합 $X = \{1, 2, 3\}$, $Y = \{a, b, c\}$ 에 대하여 함수 $f : X \rightarrow Y$ 가 그림과 같이 주어질 때, $f^{-1}(a) + f^{-1}(c)$ 의 값은 얼마인가?



① 2

② 3

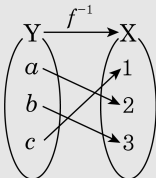
③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

역함수 f^{-1} 는 그림과 같으므로



$$f^{-1}(a) + f^{-1}(c) = 2 + 1 = 3$$

4. 함수 $f(x) = 2ax - a + 2$ 에 대하여 $f^{-1}(-7) = 2$ 일 때, 상수 a 의 값은 얼마인가?

① -5

② -3

③ -1

④ 1

⑤ 3

해설

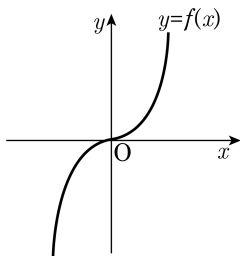
$f^{-1}(-7) = 2$ 이므로

역함수의 정의에 의해서

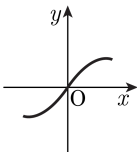
$$f(2) = -7, f(2) = 2a \times 2 - a + 2 = -7, 3a = -9$$

$$\therefore a = -3$$

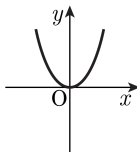
5. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같을 때,
다음 중 $y = f^{-1}(x)$ 의 그래프로 적당한 것은
무엇인가?



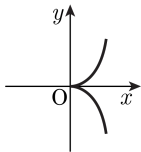
①



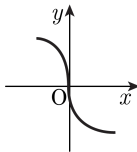
②



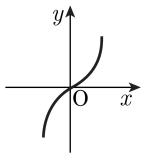
③



④



⑤

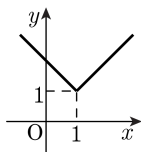


해설

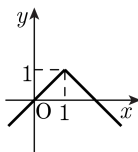
$y = f(x)$ 의 그래프와
그 역함수 $y = f^{-1}(x)$ 의 그래프는
직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이다.

6. 다음 중 함수 $y = |x - 1| + 1$ 의 그래프의 모양으로 가장 적당한 것은?

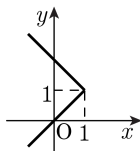
①



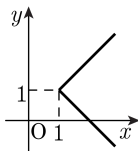
②



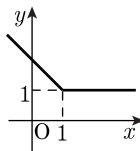
③



④



⑤

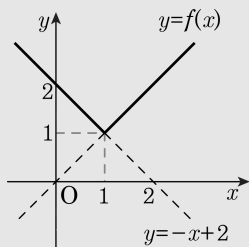


해설

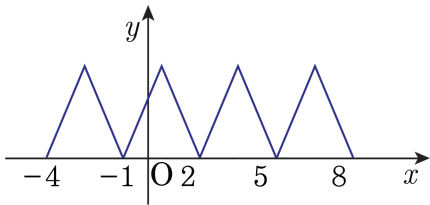
$$|x - 1| = \begin{cases} x - 1 & (x \geq 1) \\ 1 - x & (x < 1) \end{cases} \quad \text{이므로}$$

$$y = \begin{cases} (x - 1) + 1 = x & (x \geq 1) \\ 1 - x + 1 = -x + 2 & (x < 1) \end{cases}$$

따라서 이 함수의 그래프는 다음 그림과 같다.



7. 다음은 실수전체의 집합에서 정의된 주기함수 $y = f(x)$ 의 그래프이다.
이 함수의 주기를 구하면?



▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$2 - (-1) = 3$ 이므로, 모든 x 에 대하여

$f(x+3) = f(x)$ 이다.

또한, $f(x+p) = f(x)$ 를 만족시키는 p 는

$-3, 3, 6, 9 \dots$ 등 이지만

이 중에서 최소의 양수는 3 이므로

이 함수의 주기는 3 이다.

8. 다음 보기의 대응 중에서 함수인 것을 모두 고른 것은 무엇인가?

보기

- ㉠ 원의 반지름의 길이와 그 넓이의 대응
- ㉡ 이차방정식과 그 방정식의 실근의 대응
- ㉢ 선분과 그 길이의 대응
- ㉣ 함수와 그 함수의 정의역의 대응
- ㉤ 실수와 그 실수를 포함하는 집합의 대응

① ㉠, ㉡, ㉢

② ㉠, ㉡, ㉤

③ ㉠, ㉢, ㉣

④ ㉡, ㉢

⑤ ㉣, ㉤

해설

- ㉠ 모든 원의 반지름의 길이 r 는 오직 하나의 넓이 πr^2 에 대응되므로 함수가 될 수 있다.
- ㉡ 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 에서 $b^2 - 4ac < 0$ 이면 대응을 갖지 못하고(허근), $b^2 - 4ac > 0$ 이면 두 개의 대응을 가지므로 (서로 다른 두 실근) 함수가 될 수 없다.
- ㉢ 모든 선분은 오직 하나의 길이에 대응되므로 함수가 될 수 있다.
- ㉣ 모든 함수는 반드시 정의역을 갖고 그 정의역은 유일하므로 함수가 될 수 있다.
- ㉤ 특정한 실수 a 를 포함하는 집합은 $\{a\}$, $\{a, b\}$, $\{a, b, c\}$, $\dots$ 등 무수히 많다. 즉, 실수 a 에 a 를 포함하는 무수히 많은 집합들이 대응되므로 함수가 될 수 없다. 따라서 함수인 것은 ㉠, ㉢, ㉣이다.

9. 함수 $f(x)$ 는 임의의 두 실수 a, b 에 대하여 $f(a+b) = f(a) + f(b)$ 를 만족시킨다. 이러한 함수를 다음에서 고르면?

① $f(x) = |x|$

② $f(x) = -x^2$

③ $f(x) = 3x$

④ $f(x) = 2x + 3$

⑤ $f(x) = x^3 + 3x$

해설

① $f(a+b) = |a+b|$

$$f(a) + f(b) = |a| + |b|$$

이 때 $|a+b| \leq |a| + |b|$

② $f(a+b) = -(a+b)^2 = -a^2 - 2ab - b^2$

$$f(a) + f(b) = -a^2 - b^2$$

③ $f(a+b) = 3(a+b) = 3a + 3b = f(a) + f(b)$

④ $f(a+b) = 2(a+b) + 3$

$$f(a) + f(b) = 2a + 3 + 2b + 3 = 2(a+b) + 6$$

⑤ $f(a+b) = (a+b)^3 + 3(a+b)$

$$= (a+b)(a^2 + 2ab + b^2 + 3)$$

$$f(a) + f(b) = a^3 + 3a + b^3 + 3b$$

$$= a^3 + b^3 + 3(a+b)$$

$$= (a+b)(a^2 - ab + b^2 + 3)$$

10. $f : X \rightarrow Y$, $x \rightarrow f(x)$ 라 한다. X 의 임의의 두 원소를 a, b 라 할 때, 다음 중에서 f 가 일대일 함수일 조건은?

① $a = b$ 이면 $f(a) = f(b)$

② $f(a) = f(b)$ 이면 $a = b$

③ $f(a) \neq f(b)$ 이면 $a \neq b$

④ $a \neq b$ 이면 $f(a) = f(b)$

⑤ $a = b$ 이면 $f(a) \neq f(b)$

해설

일대일함수의 정의

「 $a \neq b$ 이면, $f(a) \neq f(b)$ 」의 대우

11. 두 함수 $f(x) = x^2$, $g(x) = x + 2$ 에 대하여 $(f \circ g)(x)$ 를 구하면?

① $(f \circ g)(x) = (x + 2)^2$

② $(f \circ g)(x) = x^2 + 2$

③ $(f \circ g)(x) = (x - 2)^2$

④ $(f \circ g)(x) = x^2 - 2$

⑤ $(f \circ g)(x) = -x^2 + 2$

해설

두 함수 $f(x) = x^2$, $g(x) = x + 2$ 에 대하여

$$(f \circ g)(x) = f(g(x)) = f(x + 2) = (x + 2)^2$$

12. 실수 전체의 집합 R 에서 R 로의 세 함수 f, g, h 에 대하여 $(h \circ g)(x) = 3x + 4$, $f(x) = x^2$ 일 때, $(h \circ (g \circ f))(2)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$$\begin{aligned}(h \circ (g \circ f))(2) &= ((h \circ g) \circ f)(2) \\ &= (h \circ g)(f(2)) \\ &= (h \circ g)(4) \\ &= 3 \times 4 + 4 = 16\end{aligned}$$

13. 두 함수 $f(x) = ax + b$, $g(x) = ax + c$ 에 대하여 $f \circ g = g \circ f$ 가 성립하기 위한 필요충분조건은 무엇인가?

① $a = 1$ 또는 $b = c$

② $a = 1$

③ $b = c$

④ $a = 0$ 또는 $b = c$

⑤ $a = 0$

해설

$$\begin{aligned}(f \circ g)(x) &= f(g(x)) = f(ax + c) \\ &= a(ax + c) + b \\ &= a^2x + ac + b\end{aligned}$$

마찬가지로 $(g \circ f)(x) = a^2x + ab + c$

$$\therefore ac + b = ab + c$$

$$\text{즉, } (a - 1)(b - c) = 0$$

$$\therefore a = 1 \text{ 또는 } b = c$$

14. 함수 $f(x)$ 가 $f(2x+1) = 3x+2$ 를 만족할 때, $f(3)$ 의 값을 구하면?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$f(2x+1) = 3x+2$ 에서 $2x+1 = 3$ 이므로

$x = 1$ 을 대입하면

$$f(2 \cdot 1 + 1) = f(3) = 3 \cdot 1 + 2 = 5$$

15. 함수 $f(x) = ax - 1$ 과 그 역함수 $f^{-1}(x)$ 가 같도록 상수 a 의 값을 정하면?

①

-1

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 5

해설

$y = f(x)$ 라 하면 $y = ax - 1$

이것을 x 에 대하여 정리하면 $ax = y + 1$

$$\therefore f^{-1}(x) = \frac{1}{a}x + \frac{1}{a}$$

그런데 $f(x) = f^{-1}(x)$ 이고 모든 실수에 대하여 성립해야 하므로

$$\frac{1}{a}x + \frac{1}{a} = ax - 1$$

$$\therefore \frac{1}{a} = a \text{ 이고 } \frac{1}{a} = -1 \text{ 이어야 하므로}$$

$$\therefore a = -1$$

16. 함수 $f(x) = ||x - 1| - a|$ 에서 $f(2) = 4$ 를 만족시키는 양의 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$f(2) = 4$ 이므로

$$f(2) = ||2 - 1| - a| = 4 \rightarrow |1 - a| = 4$$

따라서 $a = -3, 5$ 이므로 양수 $a = 5$

17. 집합 $X = \{x \mid -1 \leq x \leq 3\}$ 에 대하여 X 에서 X 로의 일차함수 $f(x) = ax + b$ 의 정의역과 치역이 일치할 때, 두 실수 a 와 b 의 합 $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : 1

해설

1) $a > 0$ 일 때 $f(-1) = -1$, $f(3) = 3$ 을 만족

$$-a + b = -1, 3a + b = 3$$

따라서 $a = 1$, $b = 0$

2) $a < 0$ 일 때 $f(-1) = 3$, $f(3) = -1$

$$-a + b = 3, 3a + b = -1$$

따라서 $a = -1$, $b = 2$

1), 2)에서 $a > 0$ 일 때 $a + b = 1 + 0 = 1$

$$a < 0 \text{일 때 } a + b = -1 + 2 = 1$$

즉 $a + b = 1$

18. 정의역이 X 인 두 함수 $f(x) = x^3$, $g(x) = 3x^2 - 2x$ 가 서로 같은 함수일 때, 집합 X 로 적당한 것은?

① $\{-1, 0, 1\}$

② $\{0, 1, 2\}$

③ $\{1, 2, 3\}$

④ $\{-2, 0, 2\}$

⑤ $\{0, 1, 4\}$

해설

$f(x) = g(x)$ 에서

$$x^3 = 3x^2 - 2x, x^3 - 3x^2 + 2x = 0$$

$$x(x^2 - 3x + 2) = 0, x(x-2)(x-1) = 0$$

$$\therefore x = 0, 2, 1$$

따라서 집합 X 로 적당한 것은 $\{0, 1, 2\}$ 이다.

19. 실수를 원소로 갖는 집합 X 가 정의역인 두 함수 $f(x) = x^2$ 과 $g(x) = x^3 - 2x$ 가 같을 때, X 의 개수는 몇 개인가?

① 3개

② 4개

③ 7개

④ 8개

⑤ 16개

해설

두 함수의 정의역은 같으므로 $f(x) = g(x)$ 에서

$$x^2 = x^3 - 2x, x^3 - x^2 - 2x = 0$$

$$x(x+1)(x-2) = 0, x = -1, 0, 2$$

$$\therefore X = \{-1, 0, 2\}$$

따라서 X 의 공집합을 제외한

부분집합이 되므로 7개

20. 세 함수 f, g, h 가 $(g \circ f)(x) = x$, $(h \circ f)(x) = -x + 3$ 일 때, $k \circ g = h$ 를 만족시키는 함수 $k(x)$ 를 구하면?

① $k(x) = -x + 1$

② $k(x) = -x + 2$

③ $k(x) = -x + 3$

④ $k(x) = -x + 4$

⑤ $k(x) = -x + 5$

해설

$$k \circ g = h \text{ 이므로 } (k \circ g) \circ f = h \circ f$$

$$k \circ (g \circ f) = h \circ f$$

$$k \circ I = h \circ f (\because g \circ f = I, I \text{는 항등함수})$$

$$\therefore k = h \circ f (\because k \circ I = I \circ k = k)$$

$$\therefore k(x) = (h \circ f)(x) = -x + 3$$

21. $x \neq -1$ 인 실수에서 정의된 분수함수 $f(x) = \frac{1-x}{1+x}$ 에 대하여 $f^2 = f \circ f$, $\dots$, $f^{n+1} = f^n \circ f$ 이 성립할 때, $f^{2005} \left(-\frac{1}{2} \right)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : 3

해설

$$f^2(x) = f\left(\frac{1-x}{1+x}\right) = \frac{1 - \frac{1-x}{1+x}}{1 + \frac{1-x}{1+x}} = x \text{ 이므로}$$

따라서, $f^{2n}(x) = x$ 이다. (단, n 은 자연수)

$$\therefore f^{2005} \left(-\frac{1}{2} \right) = f^{2004} \left(f \left(-\frac{1}{2} \right) \right) = f \left(-\frac{1}{2} \right) = 3$$

22. 함수 $f(x) = \sqrt{7-3x}$ 의 역함수를 $f^{-1}(x)$ 라 할 때, $(f^{-1} \circ f^{-1})(1)$ 의 값은?

①

1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$f^{-1}(1) = a \text{라 하면 } f(a) = \sqrt{7-3a} = 1$$

$$7-3a = 1, a = 2$$

$$\therefore f^{-1}(1) = 2$$

$$\text{이때, } (f^{-1} \circ f^{-1})(1) = f^{-1}(f^{-1}(1)) \\ = f^{-1}(2) \text{ 이므로}$$

$$f^{-1}(2) = b \text{라 하면 } f(b) = \sqrt{7-3b} = 2$$

$$7-3b = 4, b = 1$$

$$\therefore f^{-1}(2) = 1$$

$$\therefore (f^{-1} \circ f^{-1})(1) = f^{-1}(2) = 1$$

23. $f(x) = \begin{cases} 2x + 1 & (x \geq 0) \\ 1 - x^2 & (x < 0) \end{cases}$ 으로 정의된 함수 f 에 대하여 $f^{-1}(3) +$

$f^{-1}(a) = 0$ 을 만족시키는 a 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$f^{-1}(3) = b$ 라고 하면 $f(b) = 3$ 에서 $2b + 1 = 3$

$\therefore b = 1$

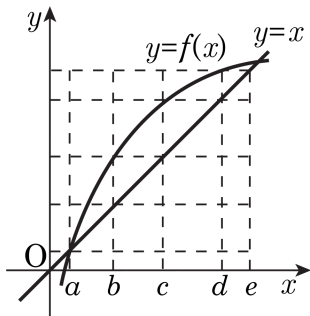
이 때, $f^{-1}(3) + f^{-1}(a) = 0$ 에서

$1 + f^{-1}(a) = 0, f^{-1}(a) = -1$

$\therefore f(-1) = a$

$\therefore a = 1 - (-1)^2 = 0$

24. 함수 $y = f(x)$ 의 역함수를 $y = g(x)$ 라 할 때, $y = f(x)$ 의 그래프를 이용하여 $g(a) + f(b) + f(c) - g(d) - g(e)$ 의 값을 구하면?



① a

② c

③ $a + b - c$

④ $a + c - e$

⑤ $a + b + c - d - e$

해설

$$f(d) = e, f(c) = d, f(b) = c, f(a) = a$$

$$\Rightarrow g(a) + f(b) + f(c) - g(d) - g(e)$$

$$\therefore a + c + d - c - d = a$$

25. $0 \leq x \leq 3$ 에서 함수 $y = 2|x - 1| + x$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, 상수 M, m 의 합 $M + m$ 의 값은?

① 9

② 8

③ 7

④ 6

⑤ 5

해설

$y = 2|x - 1| + x$ 에서

(i) $x \geq 1$ 일 때, $y = 2x - 2 + x = 3x - 2$

(ii) $x < 1$ 일 때, $y = -2(x - 1) + x = -x + 2$ 이므로

$0 \leq x \leq 3$ 에서 $y = 2|x - 1| + x$

따라서 $x = 3$ 일 때, 최댓값 7, $x = 1$ 일 때 최솟값 1 을 가지므로

$$M + m = 7 + 1 = 8$$

26. 함수 $y = |2x - 4| - 4$ 의 그래프와 x 축으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

절대값 기호 안을 0으로 하는 x 의 값은

$$2x - 4 = 0 \text{ 에서 } x = 2$$

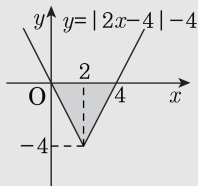
$$(i) \ x < 2 \text{ 일 때, } y = -(2x - 4) - 4 = -2x$$

$$(ii) \ x \geq 2 \text{ 일 때, } y = (2x - 4) - 4 = 2x - 8$$

따라서 (i), (ii)에 의하여

함수 $y = |2x - 4| - 4$ 의 그래프는 그림과 같으므로

$$\text{구하는 도형의 넓이는 } \frac{1}{2} \times 4 \times 4 = 8$$



27. 함수 $y = |2x - 4| - 4$ 의 그래프와 x 축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$y = |2x - 4| - 4 = |2(x - 2)| - 4$ 의 그래프는

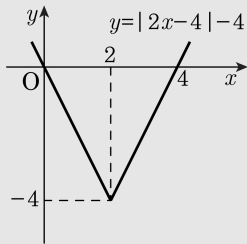
$y = |2x|$ 의 그래프를

x 축의 방향으로 2 만큼,

y 축의 방향으로 -4 만큼 평행이동한 것이므로

다음 그림과 같다.

따라서 주어진 함수의 그래프와 x 축으로 둘러싸인 부분의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 4 \times 4 = 8$



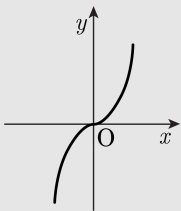
28. 삼차함수 $y = ax^3$ 의 그래프의 설명 중 틀린 것은?

- ① x 축에 대하여 대칭이다.
- ② 원점에 대하여 대칭이다.
- ③ $a > 0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.
- ④ $|a|$ 가 크면 클수록 y 축에 가깝다.
- ⑤ $a < 0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.

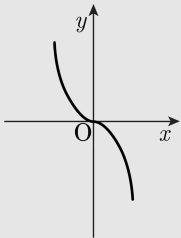
해설

$f(x) = ax^3$ 의 그래프는 다음과 같다.

(i) $a > 0$



(ii) $a < 0$



따라서 그래프는 x 축에 대하여 대칭이 아니다.

29. 함수 $f(x) = 2x^2 + 1$, $g(x) = 3x^3$ 에 대하여 다음 <보기>에 있는 함수 중 그 그래프가 원점에 대하여 대칭인 것을 모두 고른 것은 ?

보기

$$\begin{array}{ll} \text{I. } f(g(x)) & \text{II. } g(g(x)) \\ \text{III. } \{g(x)\}^2 & \text{IV. } \frac{g(x)}{f(x)} \end{array}$$

- ① I, II ② I, IV ③ II, III ④ II, IV ⑤ III, IV

해설

$f(-x) = f(x)$, $g(-x) = -g(x)$ 에서

I. $F(x) = f(g(x))$ 로 놓으면

$$F(-x) = f(g(-x)) = f(-g(x)) = f(g(x))$$

$$\therefore F(-x) = F(x)$$

II. $F(x) = g(g(x))$ 로 놓으면

$$F(-x) = g(g(-x)) = g(-g(x)) = -g(g(x))$$

$$\therefore F(-x) = -F(x)$$

III. $F(x) = \{g(x)\}^2$ 로 놓으면

$$F(-x) = \{g(-x)\}^2$$

$$= \{-g(x)\}^2 = \{g(x)\}^2$$

$$\therefore F(-x) = F(x)$$

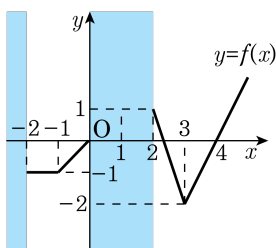
IV. $F(x) = \frac{g(x)}{f(x)}$ 로 놓으면

$$F(-x) = \frac{g(-x)}{f(-x)} = -\frac{g(x)}{f(x)}$$

$$\therefore F(-x) = -F(x)$$

따라서 원점에 대하여 대칭인 함수는 II, IV

30. 모든 실수 x 에 대하여 $f(-x) = -f(x)$ 를 만족시키는 함수 $y = f(x)$ 의 그래프의 일부분이 다음 그림과 같이 지워져 있다. 다음 보기는 함수 $y = f(x)$ 에 대한 설명이다. M , N 의 합을 구하여라.



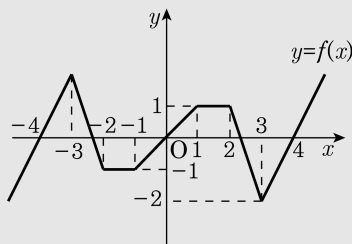
$-4 \leq x \leq -2$ 일 때, $f(x)$ 의 최댓값은 M 이고, $0 \leq x \leq 2$ 일 때, $f(x)$ 의 최댓값은 N 이다.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

모든 실수 x 에 대하여 $f(-x) = -f(x)$ 를 만족시키므로 주어진 함수는 기함수 즉, 원점 대칭이다. 따라서 그래프를 완성하면 다음 그림과 같으므로



$-4 \leq x \leq -2$ 일 때,
 $f(x)$ 의 최댓값 $M = 2$ 이고,
 $0 \leq x \leq 2$ 일 때,
 $f(x)$ 의 최댓값 $N = 1$ 이다.
 $\therefore M + N = 3$

31. 함수 f 는 우함수, g 는 기함수일 때, 다음 보기의 함수 중 우함수는 모두 몇 개인지 구하면?

보기

㉠ $(f \circ f)(x)$

㉡ $(g \circ f)(x)$

㉢ $(g \circ g)(x)$

㉤ $\{f(x)\}^2$

㉥ $f(x)g(x)$

① 1 개

② 2 개

③ 3 개

④ 4 개

⑤ 5 개

해설

함수 $f(x)$ 는 우함수이므로 $f(-x) = f(x)$

함수 $g(x)$ 는 기함수이므로 $g(-x) = -g(x)$

$$\begin{aligned}\text{㉠ } (f \circ f)(-x) &= f(f(-x)) = f(f(x)) \\ &= (f \circ f)(x) \quad \therefore \text{우함수}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{㉡ } (g \circ f)(-x) &= g(f(-x)) = g(f(x)) \\ &= (g \circ f)(x) \quad \therefore \text{우함수}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{㉢ } (g \circ g)(-x) &= g(g(-x)) = g(-g(x)) \\ &= -g(g(x)) = -(g \circ g)(x) \\ &\therefore \text{기함수}\end{aligned}$$

$$\text{㉤ } \{f(-x)\}^2 = \{f(x)\}^2 \quad \therefore \text{우함수}$$

$$\begin{aligned}\text{㉥ } f(-x)g(-x) &= f(x)\{-g(x)\} \\ &= -f(x)g(x) \quad \therefore \text{기함수}\end{aligned}$$

따라서, 우함수는 3개이다.

32. 함수 $f(x) = ax^2 + bx + c$ 가 기함수이고 $f(1) = 3$ 을 만족시킬 때, $a + b - c$ 의 값을 구하면?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

기함수는 모든 실수 x 에 대하여 원점에 대하여 대칭이어야 하므로

$$f(-x) = -f(x)$$

$$ax^2 - bx + c = -ax^2 - bx - c$$

$$\text{따라서 } a = 0, c = 0 \quad \therefore f(x) = bx$$

$$f(1) = 3 \text{ 이므로 } f(1) = b = 3$$

$$\therefore a + b - c = 3$$

33. $-4 \leq x < 4$ 일 때, 함수 $y = \left\lfloor \frac{x}{2} \right\rfloor$ 의 치역의 원소의 개수는? (단, $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대의 정수이다.)

① 2개

② 4개

③ 6개

④ 8개

⑤ 10개

해설

i) $-4 \leq x < -2$ 일 때,

$$-2 \leq \frac{x}{2} < -1 \text{ 이므로 } y = \left\lfloor \frac{x}{2} \right\rfloor = -2$$

ii) $-2 \leq x < 0$ 일 때,

$$-1 \leq \frac{x}{2} < 0 \text{ 이므로 } y = \left\lfloor \frac{x}{2} \right\rfloor = -1$$

iii) $0 \leq x < 2$ 일 때,

$$0 \leq \frac{x}{2} < 1 \text{ 이므로 } y = \left\lfloor \frac{x}{2} \right\rfloor = 0$$

iv) $2 \leq x < 4$ 일 때,

$$1 \leq \frac{x}{2} < 2 \text{ 이므로 } y = \left\lfloor \frac{x}{2} \right\rfloor = 1$$

이상에서 주어진 함수의 치역이 $\{-2, -1, 0, 1\}$ 이므로 치역의 원소의 개수는 4개이다.