1. $\left(\frac{3}{4}x+\frac{1}{2}y\right)^2=ax^2+bxy+cy^2$ 일 때, 상수 a , b , c 의 합 $a+b+c$ 의 값은?

① $\frac{25}{16}$ ② $\frac{13}{8}$ ③ $\frac{27}{16}$ ④ $\frac{7}{4}$ ⑤ $\frac{29}{16}$

해설

$$\left(\frac{3}{4}x\right)^2+2\times\frac{3}{4}x\times\left(\frac{1}{2}y\right)+\left(\frac{1}{2}y\right)^2$$
$$=\frac{9}{16}x^2+\frac{3}{4}xy+\frac{1}{4}y^2$$
$$\therefore\ a+b+c=\frac{9}{16}+\frac{3}{4}+\frac{1}{4}=\frac{25}{16}$$

2. $x-y=5$, $x^2+y^2=9$ 일 때, xy의 값은?

① -5 ② -8 ③ -10 ④ -12 ⑤ -14

해설

$(x-y)^2+2xy=x^2+y^2$

$25+2xy=9$

$2xy=-16$

$\therefore \ xy=-8$

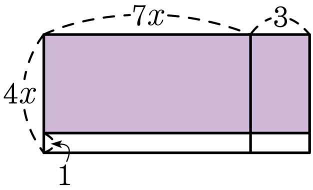
3. $\left(a-\frac{b}{3}\right)\left(a+\frac{b}{3}\right)-\left(\frac{5}{4}a+2b\right)\left(\frac{5}{4}a-2b\right)=pa^2+qb^2$ 에서 상수 $p,\ q$ 에 대하여 $16p+9q$ 의 값은?

① 24　② 26　③ 28　④ 30　⑤ 32

해설

$$a^2-\left(\frac{b}{3}\right)^2-\left\{\left(\frac{5}{4}a\right)^2-(2b)^2\right\}$$
$$=a^2-\frac{b^2}{9}-\frac{25}{16}a^2+4b^2$$
$$=-\frac{9}{16}a^2+\frac{35}{9}b^2$$
$$\therefore\ 16p+9q=-9+35=26$$

4. 다음 그림과 같이 가로, 세로의 길이가 $7x$, $4x$ 인 직사각형에서 가로의 길이는 3 만큼 늘이고 세로의 길이는 1 만큼 줄였다. 이 때, 색칠한 직사각형의 넓이는?



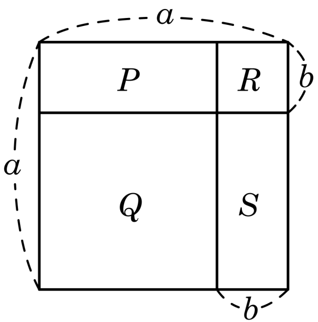
① $20x^2 - 5x - 3$ ② $20x^2 - 5x + 3$ ③ $20x^2 + 5x - 3$

④ $28x^2 + 5x - 3$ ⑤ $28x^2 + 5x + 3$

해설

(넓이) $= (7x + 3)(4x - 1) = 28x^2 + 5x - 3$

5. 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 a 인 정사각형을 네 부분으로 나눈 넓이를 각각 $P,\ Q,\ R,\ S$ 라 할 때, $Q+R$ 을 $a,\ b$ 로 나타낸 것은?



① $a^2-2ab+2b^2$ ② $a^2-2ab+b^2$ ③ a^2-ab+b^2

④ a^2-2ab ⑤ a^2+2ab

해설

(Q 의 넓이) $=(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$

(R 의 넓이) $=b^2$

따라서, $Q+R$ 의 넓이는 $a^2-2ab+2b^2$ 이다.

6. $(x-4-2y)(x-2y+3)$을 전개하면?

① $x^2-4xy+4y^2-x+2y-12$

② $x^2-4xy+4y^2-x+y-12$

③ $x^2-2xy+4y^2-x+y-12$

④ $x^2-2xy+4y^2-x+2y-12$

⑤ $x^2-xy+4y^2-x+2y-12$

해설

$(x-4-2y)(x-2y+3)$ 에서 $x-2y=t$로 치환하면

$(t-4)(t+3)=t^2-t-12$

$t=x-2y$를 대입하면

$(x-2y)^2-(x-2y)-12$

$=x^2-4xy+4y^2-x+2y-12$

7. $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$ 을 이용하여 계산하기 가장 알맞은 것은?

① 198^2 ② 101^2 ③ 47×53

④ 101×103 ⑤ 203×302

해설

① $198^2=(200-2)^2$

② $101^2=(100+1)^2$

③ $47\times53=(50-3)(50+3)$

④ $101\times103=(100+1)(100+3)$

⑤ $203\times302=(2\times100+3)(3\times100+2)$

8. $a^2 = 12$, $b^2 = 18$ 일 때, $\left(\frac{1}{2}a + \frac{2}{3}b\right)\left(\frac{1}{2}a - \frac{2}{3}b\right)$ 의 값은?

① -9 ② -8 ③ -6 ④ -5 ⑤ -3

해설

$$\begin{aligned}\left(\frac{1}{2}a + \frac{2}{3}b\right)\left(\frac{1}{2}a - \frac{2}{3}b\right) &= \left(\frac{1}{2}a\right)^2 - \left(\frac{2}{3}b\right)^2 \\ &= \frac{1}{4}a^2 - \frac{4}{9}b^2 \\ &= \frac{1}{4} \times 12 - \frac{4}{9} \times 18 \\ &= 3 - 8 = -5\end{aligned}$$

9. $2(3+1)(3^2+1)(3^4+1)(3^8+1)=3^a+b$일 때, 상수 a, b의 합 $a+b$의 값은?

① 15　② 16　③ -15　④ -16　⑤ 9

해설

$2=3-1$ 이므로

$(3-1)(3+1)(3^2+1)(3^4+1)(3^8+1)$

$=(3^2-1)(3^2+1)(3^4+1)(3^8+1)$

$=(3^4-1)(3^4+1)(3^8+1)$

$=(3^8-1)(3^8+1)$

$=3^{16}-1$

$a=16,\ b=-1$

$\therefore\ a+b=15$

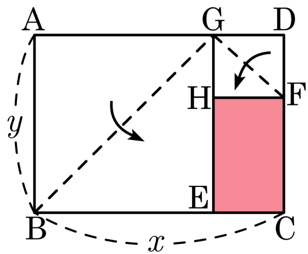
10. $(x+A)(x+B)$ 를 전개하였더니 x^2+Cx+8 이 되었다. 다음 중 C 의 값이 될 수 <u>없는</u> 것은? (단, A, B, C 는 정수이다.)

① -9 ② -6 ③ 3 ④ 6 ⑤ 9

해설

$(x+A)(x+B) = x^2+(A+B)x+AB = x^2+Cx+8$ 이므로 $A+B=C$, $AB=8$ 이다.
따라서 $C=(1+8,\ 2+4, -1-8,\ -2-4)=(9,\ 6,\ -9,\ -6)$ 이다.

11. 가로의 길이가 $x$cm , 세로의 길이가 $y$cm ($x > y$) 인 직사각형 ABCD 를 다음 그림과 같이 $\overline{AB}$ 를 $\overline{EB}$ 에, $\overline{GD}$ 를 $\overline{GH}$ 에 겹치도록 접었을 때 생기는 사각형 HECF 의 넓이를 나타내는 식을 구하면?



① $(-x^2+2y^2)\text{cm}^2$ ② $(-x^2-2y^2)\text{cm}^2$

③ $(-x^2+3xy-2y^2)\text{cm}^2$ ④ $(-x^2+6xy-2y^2)\text{cm}^2$

⑤ $(-x^2+9xy-2y^2)\text{cm}^2$

해설

$\overline{AB}$ 를 $\overline{EB}$ 에, $\overline{GD}$ 를 $\overline{GH}$ 에 겹치도록 접었다는 것은 □ABEG 와 □GHFD 가 정사각형이라는 뜻이다.
$\overline{GD}$ 의 길이는 $x-y$ 이고, □GHFD 이 정사각형이므로 $\overline{GH}$ 길이도 $x-y$ 이다.
따라서 $\overline{HE}$ 의 길이는 $y-(x-y)=-x+2y$ 이다.
사각형 HECF 의 넓이는 $(x-y)(-x+2y)=-x^2+3xy-2y^2$ 이 된다.

12. $(3x-2y+4z)(2x+2y-4z)$를 전개하였을 때, xy, yz, zx 각각의 계수의 합은?

① 14　② 16　③ 18　④ 20　⑤ 22

해설

$(3x-2y+4z)(2x+2y-4z)$
$=\{3x-(2y-4z)\}\{2x+(2y-4z)\}$
$2y-4z=A$로 치환하면
$(3x-A)(2x+A)$
$=6x^2+Ax-A^2$
$A=2y-4z$를 대입하면
$6x^2+(2y-4z)x-(2y-4z)^2$
$=6x^2+2xy-4xz-4y^2+16yz-16z^2$
$\therefore$ xy , yz , zx 각각의 계수의 합 : $2+16+(-4)=14$

13. $x = a(a-6)$ 일 때, $(a+1)(a-2)(a-4)(a-7)$ 을 x 에 관한 식으로 나타내면?

① $x^2 - 36$ ② $x^2 - 6$ ③ $x^2 + x$

④ $x^2 + x - 36$ ⑤ $x^2 + x - 56$

해설

$x = a(a-6) = a^2 - 6a$

$(a+1)(a-2)(a-4)(a-7)$

$= \{(a-2)(a-4)\}\{(a-7)(a+1)\}$

$= (a^2 - 6a + 8)(a^2 - 6a - 7)$

$= (x+8)(x-7)$

$= x^2 + x - 56$

14. 다음 식의 값을 곱셈공식을 활용하여 구하려고 한다. (   ) 에 알맞은 수는?

$$(4+2)(4^2+2^2)(4^4+2^4)(4^8+2^8)(4^{16}+2^{16})(4^{32}+2^{32})+2^{63} = 2^{(\quad)}$$

① 126 ② 127 ③ 128 ④ 129 ⑤ 130

해설

$(4+2)(4^2+2^2)(4^4+2^4)(4^8+2^8)(4^{16}+2^{16})(4^{32}+2^{32})$ 에 $\frac{1}{2}\times(4-2)$ 를 곱한다.

($\frac{1}{2}\times(4-2)=1$ 이므로 식의 값은 변하지 않는다.)

$\frac{1}{2}(4-2)(4+2)(4^2+2^2)(4^4+2^4)(4^8+2^8)(4^{16}+2^{16})(4^{32}+2^{32})$

$=\frac{1}{2}\times(4^2-2^2)(4^2+2^2)(4^4+2^4)(4^8+2^8)(4^{16}+2^{16})(4^{32}+2^{32})$

$=\frac{1}{2}\times(4^4-2^4)(4^4+2^4)(4^8+2^8)(4^{16}+2^{16})(4^{32}+2^{32})$

$=\frac{1}{2}\times(4^8-2^8)(4^8+2^8)(4^{16}+2^{16})(4^{32}+2^{32})$

$=\frac{1}{2}\times(4^{16}-2^{16})(4^{16}+2^{16})(4^{32}+2^{32})$

$=\frac{1}{2}\times(4^{32}-2^{32})(4^{32}+2^{32})=\frac{1}{2}(4^{64}-2^{64})$

$=\frac{1}{2}(2^{128}-2^{64})$

$=2^{127}-2^{63}$

따라서 주어진 식은 $(2^{127}-2^{63})+2^{63}=2^{(\quad)}$ 이므로

$\therefore\ 2^{(\quad)}=2^{127}$ $\qquad\therefore\ (\quad)=127$

15. $a^2+3ab+b^2=5, a^2-ab+b^2=1$ 일 때, $\dfrac{(a+b)(a^2+b^2)-ab(a+b)}{3ab}$ 의 값을 모두 구한 것은?

① $\pm\frac{1}{3}$ ② ± 1 ③ $\pm\frac{5}{3}$ ④ $\pm\frac{2}{3}$ ⑤ $\pm\frac{4}{3}$

해설

$a^2+3ab+b^2=5 \cdots$ ㉠

$a^2-ab+b^2=1 \cdots$ ㉡

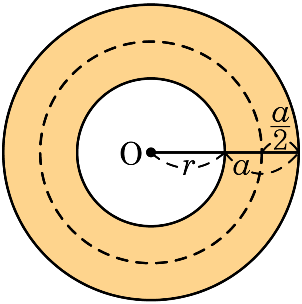
㉠ − ㉡ 을 하면 $ab=1 \cdots$ ㉢

㉢을 ㉠에 대입하면 $a^2+b^2=2$ 이므로 $a+b=\pm 2$

$\therefore \dfrac{(a+b)(a^2+b^2)-ab(a+b)}{3ab}$

$= \dfrac{(a+b)(a^2+b^2)-ab(a+b)}{3ab} = \pm\dfrac{2}{3}$

16. 다음 그림에서 어두운 부분의 넓이를 a, b 를 써서 나타내면? (단, b 는 점선의 원주의 길이)



① ab ② $2ab$ ③ πab ④ $2\pi ab$ ⑤ $\pi a^2 b^2$

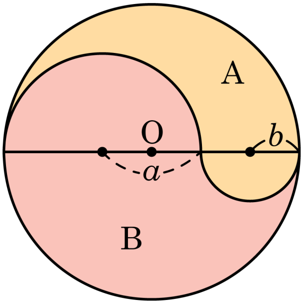
해설

$$b = 2\pi\left(r + \frac{a}{2}\right) = 2\pi r + \pi a = \pi(2r + a)$$

어두운 부분의 넓이를 S 라 하면

$$\begin{aligned} S &= \pi(a+r)^2 - \pi r^2 \\ &= \pi(a^2 + 2ar + r^2 - r^2) \\ &= \pi a(a + 2r) \\ &= a\left\{\pi(a + 2r)\right\} \\ &= ab \end{aligned}$$

17. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 a , b 인 반원으로 큰 원 O 를 A, B 두 부분으로 나누었다. 이 때, A, B 의 넓이의 차는?



① $\pi(a+b)(a+b)$　　② $\pi(a-b)(a-b)$

③ $\pi(b-a)(b-a)$　　④ $\pi(a+b)(a-b)$

⑤ $\pi(a+b)(b-a)$

해설

(A 의 넓이)

$$=\pi\left(\frac{2a+2b}{2}\right)^2\times\frac{1}{2}-\pi a^2\times\frac{1}{2}+\pi b^2\times\frac{1}{2}$$

$$=\frac{\pi}{2}\left\{(a+b)^2-a^2+b^2\right\}$$

$$=\frac{\pi}{2}(2ab+2b^2)$$

$$=\pi(ab+b^2)$$

(B 의 넓이)

$$=\pi\left(\frac{2a+2b}{2}\right)^2\times\frac{1}{2}+\pi a^2\times\frac{1}{2}-\pi b^2\times\frac{1}{2}$$

$$=\frac{\pi}{2}\left\{(a+b)^2+a^2-b^2\right\}$$

$$=\frac{\pi}{2}(2ab+2a^2)$$

$$=\pi(ab+a^2)$$

$$\therefore\ \mathrm{B}-\mathrm{A}=\pi(ab+a^2)-\pi(ab+b^2)$$

$$=\pi(a^2-b^2)$$

$$=\pi(a-b)(a+b)$$

18. $[a,\ b]=(a+b)^2$ 일 때, $[2x,\ -3y]-2\times[-x,\ 2y]$ 를 간단히 하면?

① $2x^2-4xy-2y^2$

② $2x^2-4xy+2y^2$

③ $2x^2-4xy+y^2$

④ $2x^2+4xy+y^2$

⑤ $2x^2+4xy+4y^2$

해설

$$
\begin{aligned}
&(2x-3y)^2-2\times(-x+2y)^2\\
&=4x^2-12xy+9y^2-2(x^2-4xy+4y^2)\\
&=2x^2-4xy+y^2
\end{aligned}
$$

19. $(x+2y)^2-(2x-y)^2$ 을 전개하면?

① $-3x^2+3y^2$

② $-3x^2+8xy+3y^2$

③ $x^2+2xy+y^2$

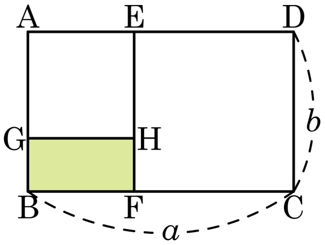
④ $3x^2-8xy+3y^2$

⑤ $x^2-3xy+y^2$

해설

$$(x+2y)^2-(2x-y)^2$$
$$=(x^2+4xy+4y^2)-(4x^2-4xy+y^2)$$
$$=-3x^2+8xy+3y^2$$

20. 다음 직사각형 ABCD 에서 □AGHE , □EFCD 는 정사각형이고, $\overline{\mathrm{BC}} = a$, $\overline{\mathrm{DC}} = b$ 일 때, □GBFH 의 넓이는?(단, $b < a < 2b$)



① $a^2 - 2b^2$
② $a^2 - 4b^2$
③ $-a^2 + 3ab - 2b^2$
④ $-a^2 + 6ab - 3b^2$
⑤ $-a^2 + 6ab - 2b^2$

해설

$\overline{\mathrm{BF}}$ 의 길이는 $a - b$ 이다. □AGHE 가 정사각형이므로 $\overline{\mathrm{EH}}$ 의 길이도 $a - b$ 이다.
따라서 $\overline{\mathrm{HF}}$ 의 길이는 $b - (a - b) = 2b - a$ 이다.
색칠한 부분의 넓이는 $(a - b)(-a + 2b) = -a^2 + 3ab - 2b^2$