

1. 함수 $y = 2|x - 1| - 2$ 의 그래프와 x 축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$y = 2|x - 1| - 2$
(i) $x < 1$ 일 때, $y = -2(x - 1) - 2 = -2x$
(ii) $x \geq 1$ 일 때, $y = 2(x - 1) - 2 = 2x - 4$
따라서 $y = 2|x - 1| - 2$ 의 그래프와
 x 축으로 둘러싸인 부분의 넓이는
다음 그림에서
 $\frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2 = 2$

2. 두 함수 $f(x)$, $g(x)$ 에 대하여 $f(x)$ 는 우함수, $g(x)$ 는 기함수이고, $f(4) = 1$, $g(1) = -3$ 일 때, $f(-4) + g(-1)$ 의 값은?

① -4 ② -2 ③ 0 ④ 2 ⑤ 4

해설

$f(x)$ 는 우함수이므로 $f(-4) = f(4) = 1$ $g(x)$ 는 기함수이므로
 $g(-1) = -g(1) = 3$
 $\therefore f(-4) + g(-1) = 1 + 3 = 4$

3. 분수식 $\frac{x^2}{(x-y)(x-z)} + \frac{y^2}{(y-x)(y-z)} + \frac{z^2}{(z-x)(z-y)}$ 를 간단히 하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$\frac{x^2(z-y) + y^2(z-x) + z^2(y-x)}{(x-y)(y-z)(z-x)} \dots \textcircled{1}$$

①에서 분자를 x 에 관하여 정리하면

$$x^2(z-y) + y^2(z-x) + z^2(y-x)$$

$$= (z-y)x^2 - (z^2 - y^2)x + yz^2 - y^2z$$

$$= (z-y)x^2 - (z+y)(z-y)x + zy(z-y)$$

$$= (z-y) \{ x^2 - (z+y)x + zy \}$$

$$= (z-y)(x-z)(x-y) = (x-y)(y-z)(z-x)$$

$$\therefore \text{(준식)} = \frac{(x-y)(y-z)(z-x)}{(x-y)(y-z)(z-x)} = 1$$

4. 분수식 $\frac{1}{x^2+x-2} - \frac{x+1}{x^2-4x+3} \div \frac{2x^2+5x+3}{x^2-5x+6}$ 을 간단히 하면 ?

① 1

② -2

③ $\frac{-x^2+2x+7}{(x-1)(x+2)(2x+3)}$

④ $\frac{x^2-2x+7}{(x-1)(x+2)(2x+3)}$

⑤ $\frac{-x^2+2x+7}{(x+1)(x-2)(2x-3)}$

해설

$$\begin{aligned} & \frac{1}{x^2+x-2} - \frac{x+1}{x^2-4x+3} \div \frac{2x^2+5x+3}{x^2-5x+6} \\ &= \frac{1}{(x+2)(x-1)} - \frac{x+1}{(x-3)(x-1)} \\ & \times \frac{(x-2)(x-3)}{(2x+3)(x+1)} \\ &= \frac{2x+3-(x-2)(x+2)}{(x+2)(x-1)(2x+3)} \\ &= \frac{-x^2+2x+7}{(x-1)(x+2)(2x+3)} \end{aligned}$$

5. $\frac{1}{1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{\sqrt{2}}}} \times \frac{1}{1 - \frac{1}{1 + \frac{1}{\sqrt{2}}}}$ 을 간단히 하면?
- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ $\frac{1}{2}$

해설

$$\begin{aligned}\frac{1}{1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{\sqrt{2}}}} &= \frac{1}{1 - \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2} - 1}} \\ &= \frac{1}{\frac{-1}{\sqrt{2} - 1}} = 1 - \sqrt{2} \\ \frac{1}{1 - \frac{1}{1 + \frac{1}{\sqrt{2}}}} &= \frac{1}{1 - \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2} + 1}} \\ &= \frac{1}{\frac{1}{\sqrt{2} + 1}} = 1 + \sqrt{2} \\ \therefore (1 - \sqrt{2})(1 + \sqrt{2}) &= -1\end{aligned}$$

6. 서로소인 두 자연수 $m, n (m > n)$ 에 대하여 유리수 $\frac{m}{n}$ 을 다음과 같이 나타낼 수 있으며 이와 같은 방법으로 $\frac{151}{87}$ 을 나타낼 때, $a_1 + a_2 + a_3 + a_4$

의 값은?

$$\frac{m}{n} = a_0 + \frac{1}{a_1 + \frac{1}{a_2 + \frac{1}{a_3 + \cdots}}}$$

- ① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

해설

$$\begin{aligned} \frac{151}{87} &= 1 + \frac{64}{87} = 1 + \frac{1}{\frac{87}{64}} \\ &= 1 + \frac{1}{1 + \frac{23}{64}} = 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{\frac{64}{23}}} \\ &= 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2 + \frac{18}{23}}} \\ &= 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{\frac{18}{5}}}} = 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{1 + \frac{5}{18}}}} \\ &= 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{3 + \frac{3}{5}}}}} \\ &= 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{3 + \frac{1}{1 + \frac{2}{3}}}}}} \\ &= 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{3 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2}}}}}}} \end{aligned}$$

$\therefore a_1 = 1, a_2 = 2, a_3 = 1, a_4 = 3$ 이므로
 $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = 1 + 2 + 1 + 3 = 7$

7. $x^2 - 2x - 1 = 0$ 일 때, $3x^2 + 2x - 1 - \frac{2}{x} + \frac{3}{x^2}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 21

해설

$x^2 - 2x - 1 = 0$ 에서 양변을 x 로 나누면 $x - \frac{1}{x} = 2$

따라서 구하는 식은

$$\begin{aligned}(\text{준 식}) &= 3 \left\{ \left(x - \frac{1}{x} \right)^2 + 2 \right\} + 2 \left(x - \frac{1}{x} \right) - 1 \\ &= 21\end{aligned}$$

8. $x : y : z = 3 : 4 : 5$ 일 때, $\frac{xy + yz + zx}{x^2 + y^2 + z^2}$ 의 값을 구하면?

① $\frac{50}{47}$

② $\frac{47}{50}$

③ $\frac{49}{50}$

④ $\frac{24}{25}$

⑤ $\frac{26}{25}$

해설

$$x : y : z = 3 : 4 : 5 \Leftrightarrow \frac{x}{3} = \frac{y}{4} = \frac{z}{5} = k (k \neq 0)$$

$$\therefore x = 3k, y = 4k, z = 5k$$

$$\begin{aligned} \therefore (\text{준식}) &= \frac{3k \cdot 4k + 4k \cdot 5k + 5k \cdot 3k}{(3k)^2 + (4k)^2 + (5k)^2} \\ &= \frac{47k^2}{50k^2} = \frac{47}{50} \end{aligned}$$

9. 0이 아닌 세 실수 x, y, z 에 대하여 $\frac{x+y}{5} = \frac{y+z}{6} = \frac{z+x}{7}$ 를 만족할 때, $\frac{(x+y)^2 - z^2}{x^2 - y^2 + z^2}$ 의 값을 구하면 $\frac{n}{m}$ (m, n 은 서로소인 정수)이다. $m+n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$$\frac{x+y}{5} = \frac{y+z}{6} = \frac{z+x}{7} = k \text{ 라 하자}$$

$$\Rightarrow x+y=5k, y+z=6k, z+x=7k$$

$$\text{세 식을 모두 더하여 정리하면 } x+y+z=9k$$

$$\text{다시 식에 대입하면 } x=3k, y=2k, z=4k$$

$$\begin{aligned} (\text{준식}) &= \frac{(x+y)^2 - z^2}{x^2 - y^2 + z^2} \\ &= \frac{25k^2 - 16k^2}{9k^2 - 4k^2 + 16k^2} = \frac{3}{7} \end{aligned}$$

$$\therefore m=7, n=3$$

$$\therefore m+n=10$$

10. 한 학생이 1년 동안 구입한 참고서와 교양서적을 비교하였더니, 1학기에는 1 : 3의 비율로 구입하고 2학기에는 5 : 3의 비율로 구입하여 1년 동안 구입한 비율이 3 : 5이었다. 다음 중 1년 동안 구입한 서적의 수로 볼 수 있는 것은?

- ① 32권 ② 40권 ③ 48권 ④ 54권 ⑤ 64권

해설

	참고서	교양서적
1학기	$\frac{a}{4}$	$\frac{3}{4}a$
2학기	$\frac{5}{8}b$	$\frac{3}{8}b$

1년 동안 구입한 서적 수의 비는

$$\left(\frac{a}{4} + \frac{5}{8}b\right) : \left(\frac{3}{4}a + \frac{3}{8}b\right) = 3 : 5$$

$$\frac{10a + 25b}{8} = \frac{18a + 9b}{8}, 8a = 16b$$

$$\therefore a = 2b$$

1년 동안 구입한 서적의 수는

$a + b = 3b$ 이고 b 가 8의 배수이므로

$a + b$ 는 24의 배수이다.

따라서 서적의 수로 볼 수 있는 것은 48권이다.