1. 다음<보기>중 다항식 $x^4 - 7x^2 + 9$을 인수분해 할 때, 그 인수로 알맞은 것을 모두 고르면?

<보기>

㉠ $x^2 - 1$	㉡ $x^2 - x - 1$
㉢ $x^2 - x - 3$	㉣ $x^2 + x - 3$

① ㉠, ㉡　　② ㉡, ㉢　　③ ㉢, ㉣

④ ㉠, ㉡, ㉢　　⑤ ㉡, ㉢, ㉣

해설

$$\begin{aligned} x^4 - 7x^2 + 9 &= x^4 - 6x^2 + 9 - x^2 \\ &= (x^2 - 3)^2 - x^2 \\ &= (x^2 - x - 3)(x^2 + x - 3) \end{aligned}$$

$\therefore$ 인수 : $(x^2 - x - 3),\ (x^2 + x - 3)$

2. 세 양수 a, b, c가 $a^3+b^3+c^3=3abc$를 만족시킬 때 a, b, c를 세 변으로 하는 삼각형의 넓이는 $\frac{\sqrt{3}}{4}$이라고 한다. 이 때, $a+b+c$의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

$a^3+b^3+c^3-3abc$
$=(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)=0$에서
$a>0,\ b>0,\ c>0$이므로 $a+b+c\neq 0$
$\therefore a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca=0$
$\therefore \frac{1}{2}\{(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2\}=0$
$\therefore a=b=c$ ($\because a$, b, c는 실수)
따라서 a, b, c를 세 변으로 하는 삼각형은 정삼각형이고 그 넓이가 $\frac{\sqrt{3}}{4}$이므로 $\frac{\sqrt{3}}{4}a^2=\frac{\sqrt{3}}{4}$,
$a^2=1$
$\therefore a=b=c=1$
$\therefore a+b+c=3$

3. $(a+1)(a^2-a+1)=a^3+1$을 이용하여 $\dfrac{1999^3+1}{1998\times1999+1}$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2000

해설

$a=1999$라 하면

$1998\times1999+1=(a-1)a+1=a^2-a+1$

$$\begin{aligned}\therefore\ \frac{1999^3+1}{1998\times1999+1}&=\frac{a^3+1}{a^2-a+1}\\&=\frac{(a+1)(a^2-a+1)}{a^2-a+1}\\&=a+1=2000\end{aligned}$$

4. $a-b=3$, $b-c=1$일 때, $ab^2-a^2b+bc^2-b^2c+ca^2-c^2a$의 값은?

① -14　② -12　③ -8　④ -4　⑤ 0

해설

$a-b=3 \quad \cdots$ ㉠, $b-c=1 \quad \cdots$ ㉡

㉠+㉡에서 $a-c=4$

$\therefore\ ab^2-a^2b+bc^2-b^2c+ca^2-c^2a$

$=ab(b-a)+c^2(b-a)-c(b^2-a^2)$

$ab(b-a)+(b-a)\{c^2-c(b+a)\}$

$=(b-a)(ab+c^2-bc-ca)$

$=(b-a)\{a(b-c)+c(c-b)\}$

$=(b-a)(b-c)(a-c)$

$=(a-b)(b-c)(c-a)$

$=3\times 1\times(-4)=-12$

5. x^2+ax-9와 x^2+bx+c의 합은 $2x^2-4x-6$, 최소공배수는 x^3-x^2-9x+9이다. $a-b+c$의 값을 구하여라. (단, a, b, c는 상수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$A = x^2 + ax - 9 = Gp$

$B = x^2 + bx + c = Gq$라 하면

$A + B = (p+q)G = 2x^2 - 4x - 6 = 2(x+1)(x-3)$

$L = pqG = x^3 - x^2 - 9x + 9 = x^2(x-1) - 9(x-1)$

$= (x-1)(x^2-9) = (x-1)(x+3)(x-3)$

따라서, $G = x-3$, $p = x+3$, $q = x-1$이다.

$\therefore\ A = (x+3)(x-3) = x^2 - 9$

$\quad B = (x-1)(x-3) = x^2 - 4x + 3$

$\therefore\ a = 0,\ b = -4,\ c = 3$

$\therefore\ a - b + c = 7$