

1. 다음 중 $x^4 - x^2$ 의 인수가 아닌 것은?

① x

② $x - 1$

③ $x + 1$

④ $x^3 - x$

⑤ x^4

해설

$$\begin{aligned}x^4 - x^2 &= x(x^3 - x) \\&= x^2(x^2 - 1) \\&= x^2(x - 1)(x + 1)\end{aligned}$$

2. 다항식 $2x^3 + ax^2 + bx + 8$ 이 $x-1$ 과 $x-2$ 로 각각 나누어 떨어지도록 하는 상수 a, b 의 값은?

① $a = -2, b = -8$

② $a = 3, b = 4$

③ $a = -1, b = -3$

④ $a = 4, b = -2$

⑤ $a = -3, b = 7$

해설

$f(x) = 2x^3 + ax^2 + bx + 8$ 로 놓으면
 $x-1$ 과 $x-2$ 로 각각 나누었을 때 나머지가 0이므로 $f(1) = 0, f(2) = 0$ 이어야 한다.

$$\therefore f(1) = 2 + a + b + 8 = 0,$$

$$f(2) = 16 + 4a + 2b + 8 = 0$$

$$\therefore a + b = -10, 2a + b = -12$$

두 식을 연립하여 풀면 $a = -2, b = -8$

3. $a^2b + b^2c - b^3 - a^2c$ 을 인수분해하면?

① $(a + b)(a - b)(b + c)$

② $(a - b)(b - c)(c + a)$

③ $(a - b)(a + b)(b - c)$

④ $(a - b)(a + b)(c - a)$

⑤ $(a - b)(b + c)(c - a)$

해설

$$\begin{aligned} & a^2b + b^2c - b^3 - a^2c \\ &= a^2(b - c) - b^2(b - c) \\ &= (a - b)(a + b)(b - c) \end{aligned}$$

4. $x^3 - 4x^2 + ax + b$ 를 $(x + 1)^2$ 으로 나누면 나머지가 7이 될 때, $a + b$ 의 값은?

- ① -12 ② -10 ③ 0 ④ 10 ⑤ 12

해설

직접 나눠본다.

$$\begin{array}{r} x-6 \\ x^2+2x+1 \overline{) x^3-4x^2+ax+b} \\ \underline{-(x^3+2x^2+x)} \\ -6x^2+(a-1)x+b \\ \underline{-(6x^2-12x-6)} \\ (a+11)x+b+6 \end{array}$$

나머지가 7이므로 $a + 11 = 0, b + 6 = 7$

$\therefore a = -11, b = 1$

$\therefore a + b = -10$

해설

$$\begin{aligned} x^3 - 4x^2 + ax + b &= (x + 1)^2(x + k) + 7 \\ &= x^3 + (k + 2)x^2 + (2k + 1)x + k + 7 \end{aligned}$$

계수들 비교하면

$$\begin{aligned} k + 2 &= -4, 2k + 1 = a, k + 7 = b \\ k &= -6 \text{이므로 } a = -11, b = 1 \\ \therefore a + b &= -10 \end{aligned}$$

5. $x^3 + 2x^2 - x + 1 = a(x-1)^3 + b(x-1)^2 + c(x-1) + d$ 가 x 의 값에 관계없이 항상 성립하도록 하는 상수 $a + b + c + d$ 의 값은?

① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

해설

양변에 $x = 2$ 를 대입하면
 $8 + 8 - 2 + 1 = a + b + c + d$
 $\therefore a + b + c + d = 15$

해설

- (i) a, b, c, d 의 값을 각각 구하려면 우변을 전개하여 계수비교를 하거나
(ii) 조립제법 : 좌변을 $x - 1$ 로 연속으로 나눌 때 나오는 나머지가 순서대로 d, c, b 가 되고 마지막 몫의 계수가 a 이다.

6. x 의 다항식 $f(x)$ 를 $x+1$ 로 나눌 때, 나머지가 2이다. 이 때, $(x^2-x+3)f(x)$ 를 $x+1$ 로 나눈 나머지를 구하면?

① 10 ② 6 ③ 0 ④ 30 ⑤ 12

해설

$$\begin{aligned} f(-1) &= 2 \\ (x^2-x+3)f(x) &= (x+1)Q(x) + R \\ x &= -1 \text{ 대입} \\ \therefore R &= 5f(-1) = 5 \times 2 = 10 \end{aligned}$$

7. 다음 중 $(x+y)^3 - 8y^3$ 의 인수인 것은?

- ① $x^2 - 2xy - 4y^2$ ② $x^2 - 2xy + 4y^2$ ③ $x^2 + 2xy + 4y^2$
④ $x^2 - 4xy - 7y^2$ ⑤ $x^2 + 4xy + 7y^2$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (x+y)^3 - (2y)^3 \\ &= \{(x+y) - 2y\} \{(x+y)^2 + (x+y)2y + (2y)^2\} \\ &= (x-y)(x^2 + 2xy + y^2 + 2xy + 2y^2 + 4y^2) \\ &= (x-y)(x^2 + 4xy + 7y^2)\end{aligned}$$

8. x^3 의 항의 계수가 1인 삼차 다항식 $P(x)$ 가 $P(1) = P(2) = P(3) = 0$ 을 만족할 때, $P(4)$ 의 값은?

① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

해설

인수정리에 의해

$$P(x) = (x-1)(x-2)(x-3)$$

$$P(4) = 3 \times 2 \times 1 = 6$$

9. 다항식 $f(x)$ 를 $\left(x - \frac{2}{3}\right)$ 로 나눌때의 몫을 $Q(x)$, 나머지를 R 이라고 할 때, 다음 중 $f(x)$ 를 $3x - 2$ 로 나누었을 때의 몫과 나머지는?

- ① $Q(x), R$ ② $3Q(x), R$ ③ $Q(x), 3R$
④ $\frac{1}{3}Q(x), R$ ⑤ $Q(x), \frac{1}{3}R$

해설

$$\begin{aligned} f(x) &= \left(x - \frac{2}{3}\right) Q(x) + R \\ &= 3 \left(x - \frac{2}{3}\right) \cdot \frac{1}{3} Q(x) + R \\ &= (3x - 2) \frac{1}{3} Q(x) + R \end{aligned}$$

이므로 구하는 몫과 나머지는

$$\text{몫: } \frac{1}{3}Q(x) \text{ 나머지: } R$$

10. 1000^{10} 을 1001로 나눌 때 몫과 나머지를 각각 $Q(x)$, R 라 할 때, 다음 중 나머지 R 를 구하기 위한 가장 적절한 식은?

① $x^{10} = xQ(x) + R$

② $x^{10} = (x - 1)Q(x) + R$

③ $x^{10} = (x + 1)Q(x) + R$

④ $x^{10} = (x - 1)^{10}Q(x) + R$

⑤ $x^{10} = (x + 1)Q(x) + R + 1$

해설

$1000^{10} = 1001 \cdot Q(x) + R$ 에서 $1000 = x$ 라 하면

$$x^{10} = (x + 1)Q(x) + R$$

$x = -1$ 을 대입하면 $R = 1$ 을 구할 수 있다.