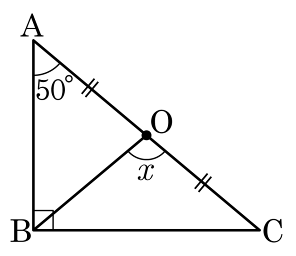
1. 다음 그림과 같이 $\angle B$ 가 직각인 직각삼각형 ABC 의 빗변 AC 의 중점을 O 라고 할 때, $\angle BAC = 50°$ 이다. $\angle x$ 의 크기는?

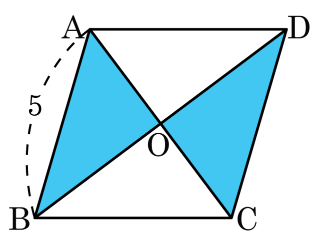


① 60° ② 70° ③ 80° ④ 90° ⑤ 100°

해설

직각삼각형의 외심은 빗변의 중점이므로 $\overline{AO} = \overline{CO} = \overline{BO}$ 이다.
$\overline{AO} = \overline{BO}$ 이므로 $\triangle OAB$ 는 이등변삼각형이다.
$\angle OAB = 50°$ 이고, $\angle OAB = \angle OBA$
따라서 $\angle OBA = 50°$ 이다.
$x = 50° + 50° = 100°$

2. 다음 평행사변형 ABCD에서 두 대각선의 길이의 합이 14일 때, 어두운 부분의 둘레의 길이는?



① 21 ② 22 ③ 23 ④ 24 ⑤ 25

해설

$\overline{AO}+\overline{CO}=\overline{AC}$, $\overline{BO}+\overline{OD}=\overline{BD}$이므로
어두운 부분의 둘레의 길이는 $2\overline{AB}+\overline{AC}+\overline{BD}=10+14=24$이다.

3. 다음 보기 중에서 직사각형의 성질이 옳게 짝지어진 것은?

보기

㉠ 이웃하는 두 변의 길이가 같다.

㉡ 내각의 크기가 모두 90° 이다.

㉢ 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다.

㉣ 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.

㉤ 두 대각선이 수직으로 만난다.

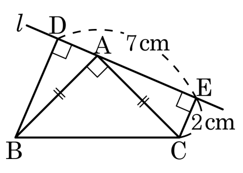
① ㉠, ㉢　　② ㉣, ㉤　　③ ㉡, ㉢

④ ㉡, ㉢, ㉣　　⑤ ㉡, ㉣, ㉤, ㉥

해설

직사각형은 이웃하는 두 내각의 크기가 같으며.
두 대각선이 수직으로 만나는 것은 마름모이다.

4. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 직각이등변삼각형이다. $\angle D = \angle E = 90°$, $\overline{CE} = 2\text{cm}$, $\overline{DE} = 7\text{cm}$ 일 때, $\overline{BD}$ 의 길이는?

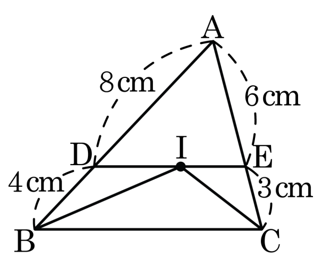


① 4cm ② 5cm ③ 6cm ④ 7cm ⑤ 8cm

해설

$\triangle DBA$ 와 $\triangle EAC$ 에서
$\angle D = \angle E = 90° \cdots$ ㉠
$\overline{AB} = \overline{AC} \cdots$ ㉡
$\angle DBA = \angle EAC \cdots$ ㉢
$(\because \ \angle DBA + \angle DAB = 90°, \angle EAC + \angle DAB = 90°)$
㉠, ㉡, ㉢에 의해
$\triangle DBA \equiv \triangle ACE$ (RHA 합동)
$\overline{AD} = \overline{CE} = 2(\text{cm})$, $\overline{AE} = \overline{BD}$ 이므로
$\overline{BD} = \overline{AE} = 7 - \overline{AD} = 5(\text{cm})$

5. 다음 그림에서 점 I 가 $\triangle ABC$ 의 내심일 때, $\overline{DE}$ 의 길이는? (단, $\overline{DE} // \overline{BC}$)

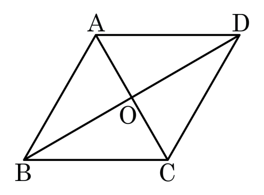


① 3cm ② 4cm ③ 5cm ④ 6cm ⑤ 7cm

해설

점 I 가 삼각형의 내심이고 $\overline{DE}//\overline{BC}$ 일 때,
$\overline{DE} = \overline{DI} + \overline{EI} = \overline{DB} + \overline{EC}$ 이므로
$\overline{DE} = \overline{DI} + \overline{EI} = \overline{DB} + \overline{EC} = 4 + 3 = 7(\text{cm})$ 이다.

6. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 가 마름모가 되기 위한 조건은?



① $\overline{AC} \perp \overline{BD}$　　② $\overline{AC} \perp \overline{AD}$

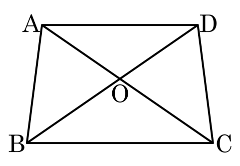
③ $\angle B + \angle C = 180°$　　④ $\overline{BD} = 2\overline{OD}$

⑤ $\angle A = \angle C$

해설

네 변의 길이가 같은 평행사변형이 마름모이고,
그 대각선은 직교한다.

7. 다음 그림과 같이 $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$ 인 사다리꼴 ABCD이 있다. $\angle BAD = \angle CDA$ 라고 할 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

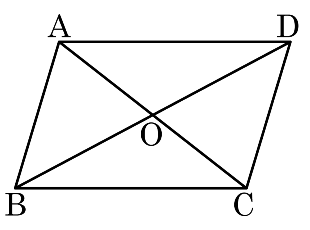


① $\overline{AB} = \overline{DC}$
② $\angle ABC = \angle DCB$
③ $\overline{OA} = \overline{OD}$
④ $\overline{AD} = \overline{DC}$
⑤ $\angle BAC = \angle CDB$

해설

사다리꼴 ABCD 에서 $\angle BAD = \angle CDA$ 이므로 ABCD는 등변사다리꼴이 된다.
한편 $\triangle ABC = \triangle DCB$ (SAS 합동) 이고 $\triangle OAD$ 는 이등변삼각형이다.

8. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD에 조건을 주었을 때, 어떤 사각형이 되는지를 바르게 연결한 것은?



① $\angle OAD = \angle ODA \rightarrow$ 마름모

② $\angle OAD = \angle OAB \rightarrow$ 직사각형

③ $\angle OBC = \angle OCB = 45°\rightarrow$ 정사각형

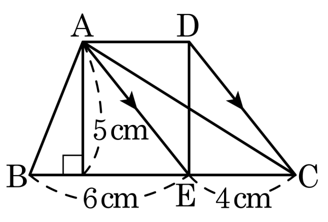
④ $\overline{OC} = \overline{OD} \rightarrow$ 정사각형

⑤ $\triangle OBC \equiv \triangle OCD \rightarrow$ 정사각형

해설

① $\angle OAD = \angle ODA$ 이면 $\overline{OA} = \overline{OD} \rightarrow$ 직사각형
② $\angle OAD = \angle OAB$ 이면 $\overline{AB} = \overline{AD} \rightarrow$ 마름모
③ $\angle OBC = \angle OCB = 45°$ 이면 $\overline{OB} = \overline{OC}$, $\angle BOC = 90° \rightarrow$ 정사각형
④ $\overline{OC} = \overline{OD} \rightarrow$ 직사각형
⑤ $\triangle OBC \equiv \triangle OCD$ 이면 $\angle COB = \angle COD = 90°$, $\overline{CD} = \overline{CB} \rightarrow$ 마름모

9. 다음 그림의 $\overline{\mathrm{AD}} /\!/ \overline{\mathrm{BC}}$ 인 사다리꼴 ABCD 에서 $\overline{\mathrm{AE}} /\!/ \overline{\mathrm{DC}}$ 일 때, $\square\mathrm{ABED}$ 의 넓이는?



① $25\mathrm{cm}^2$　② $30\mathrm{cm}^2$　③ $35\mathrm{cm}^2$　④ $40\mathrm{cm}^2$　⑤ $45\mathrm{cm}^2$

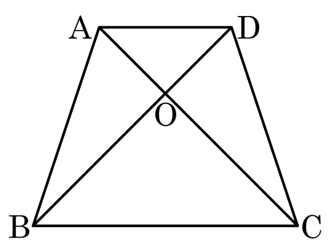
해설

$\overline{\mathrm{AE}} /\!/ \overline{\mathrm{DC}}$ 이므로 밑변과 높이가 같아 $\triangle\mathrm{AEC} = \triangle\mathrm{ADE}$ 이다.

$\square\mathrm{ABED} = \triangle\mathrm{ABE} + \triangle\mathrm{ADE} = \triangle\mathrm{ABE} + \triangle\mathrm{AEC} = \triangle\mathrm{ABC}$

$\therefore \square\mathrm{ABED} = \frac{1}{2} \times 5 \times (6+4) = 25(\mathrm{cm}^2)$

10. 다음 그림과 같이 $\overline{AD}//\overline{BC}$ 인 사다리꼴 ABCD 에서 $\overline{OA} : \overline{OC} = 1 : 2$ 이다. $\triangle AOD = 48cm^2$ 일 때, $\square ABCD$ 의 넓이는?

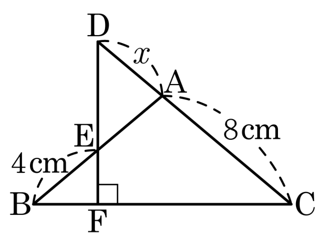


① $432cm^2$ ② $480cm^2$ ③ $562cm^2$
④ $600cm^2$ ⑤ $642cm^2$

해설

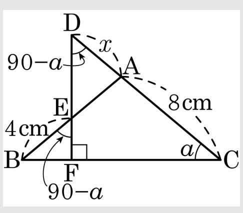
$\triangle AOD : \triangle COD = 1 : 2$ 이므로
$48 : \triangle COD = 1 : 2 \quad \therefore \triangle COD = 96\,cm^2$
이때 $\triangle ABD = \triangle ACD$ 이므로
$\triangle ABO = \triangle COD = 96\,cm^2$
또, $\triangle ABO : \triangle COB = 1 : 2$ 이므로
$96 : \triangle COB = 1 : 2 \quad \therefore \triangle COB = 192\,cm^2$
$\therefore \square ABCD = 48 + 96 + 96 + 192 = 432(\,cm^2)$

11. 다음 그림에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이고 $\angle DFC = 90°$ 일 때, x 의 길이는?



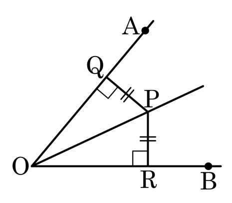
① 3 cm ② 4 cm ③ 5 cm ④ 6 cm ⑤ 7 cm

해설



$\triangle ABC$ 에서 $\angle ABC = a$ 라 하면 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로 $\angle ACB = a$ 이다.
따라서 $\triangle BEF$ 에서 $\angle BEF = 90 - a$ 이고 마찬가지로 $\triangle DCF$ 에서 $\angle CDF = 90 - a$ 이다.
즉, $\angle BEF = \angle CDF$, $\angle BEF = \angle AED$ (맞꼭지각) 이다.
따라서 $\angle CDF = \angle AED$ 이므로 $\triangle AED$ 는 이등변삼각형이고, $\overline{AD} = \overline{AE} = x(\text{cm})$ 이다. 따라서 $\overline{AB} = 4 + x = 8 = \overline{AC}$ 이므로 $x = 4(\text{cm})$ 이다.

12. 다음 그림의 $\angle AOB$ 의 내부의 한 점 P 에서 두 변 $\overline{OA}$, $\overline{OB}$ 에 내린 수선의 발을 각각 Q, R 이라고 하였을 때, $\overline{QP} = \overline{RP}$ 이다. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\triangle QPO = \triangle RPO$　② $\overline{QO} = \overline{RO}$

③ $\overline{QO} = \overline{PO}$　④ $\angle OPQ = \angle OPR$

⑤ $\angle QOP = \angle ROP$

해설

각을 이루는 두 변에서 같은 거리에 있는 점은 그 각의 이등분선 위에 있다.

$\overline{QP} = \overline{RP}$ 이므로 $\overline{OP}$ 는 $\angle QOR$ 의 이등분선이다.

그러므로 $\overline{QO} \neq \overline{PO}$ 이다.

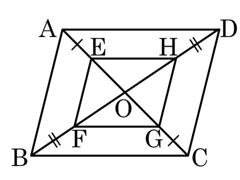
13. 다음 중 내심과 외심이 일치하는 삼각형은?

① 정삼각형 ② 직각삼각형 ③ 예각삼각형
④ 둔각삼각형 ⑤ 이등변삼각형

해설

정삼각형은 내심과 외심 그리고 무게 중심이 일치한다.

14. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{AE} = \overline{CG}, \overline{BF} = \overline{DH}$ 일 때, □EFGH 는 평행사변형이 된다. 그 조건은?



① 두 쌍의 대변이 각각 평행하다

② 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.

③ 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.

④ 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.

⑤ 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같다.

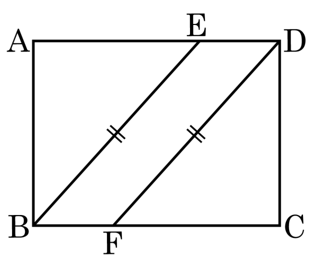
해설

$\overline{AO} = \overline{CO}, \overline{AE} = \overline{CG}$ 이므로 $\overline{EO} = \overline{GO}$

$\overline{BO} = \overline{DO}, \overline{BF} = \overline{DH}$ 이므로 $\overline{FO} = \overline{HO}$

따라서 사각형 EFGH 는 평행사변형이다.

15. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD의 변 AD, BC 위에 $\overline{BE} = \overline{FD}$가 되도록 점 E, F를 잡을 때, □EBFD는 어떤 사각형인가?

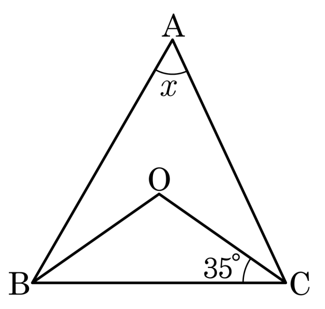


① 등변사다리꼴 ② 평행사변형 ③ 마름모
④ 직사각형 ⑤ 정사각형

해설

$\triangle ABF \equiv \triangle CDF$ (RHA 합동)이므로
$\overline{AE} = \overline{CF}$ 따라서 $\overline{ED} = \overline{BF}$
한편 $\overline{BE} = \overline{DF}$이므로 □EBFD는 평행사변형이다.

16. 다음 그림에서 점 O 는 $\triangle$ABC 의 외심이다. $\angle$OCB $= 35°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?



① 35° ② 40° ③ 45° ④ 50° ⑤ 55°

해설

$\angle \text{OBC} = \angle \text{OCB} = 35°$

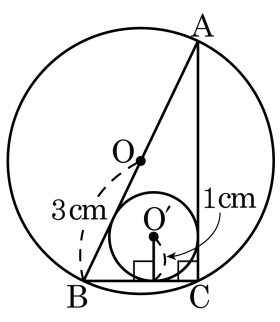
$\angle \text{BAC} + \angle \text{ABO} + \angle \text{ACO} = 2x$

$180° = 35° \times 2 + 2x$

$110° = 2x$

$\therefore x = 55°$

17. 다음 그림에서 $\overline{AB}$ 는 원O 의 지름이고, 원O 는 $\triangle ABC$ 의 외접원, 원O′ 은 $\triangle ABC$ 의 내접원이다. 두 원 O, O′ 의 반지름의 길이가 각각 3cm, 1cm 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이는?

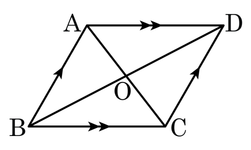


① $6cm^2$　② $7cm^2$　③ $8cm^2$
④ $9cm^2$　⑤ $10cm^2$

해설

$\overline{AB}$ 가 원O 의 지름이므로
$\triangle ABC$ 는 $\angle C = 90°$ 인 직각삼각형이다.
$\triangle ABC$ 의 내접원O′ 과 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CA}$ 의 접점을 각각 D, E, F 라 하고, $\overline{BC} = a(\mathrm{cm})$, $\overline{AC} = b(\mathrm{cm})$ 라 하면
$\overline{BE} = \overline{BD} = a - 1(\mathrm{cm})$, $\overline{AF} = \overline{AD} = b - 1(\mathrm{cm})$
따라서 $\overline{AB} = a - 1 + b - 1 = 6$ 이므로. $a + b = 8$
$\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 1 \times (a + b + 6) = \frac{1}{2}(8 + 6) = 7(\mathrm{cm}^2)$

18. 평행사변형 ABCD 의 두 대각선 AB, CD 의 교점을 O 라고 할 때, 다음 중 옳은 것은?

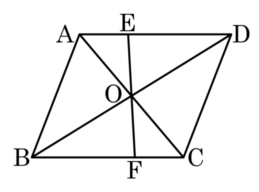


① $\angle \mathrm{OBA} = \angle \mathrm{OCD}$
② $\triangle \mathrm{OAB} \equiv \triangle \mathrm{OAD}$
③ $\overline{\mathrm{OA}} = \overline{\mathrm{OC}}$, $\overline{\mathrm{OB}} = \overline{\mathrm{OD}}$
④ $\overline{\mathrm{AB}} = \overline{\mathrm{AD}}$, $\overline{\mathrm{CB}} = \overline{\mathrm{CD}}$
⑤ $\overline{\mathrm{OA}} = \overline{\mathrm{OB}} = \overline{\mathrm{OC}} = \overline{\mathrm{OD}}$

해설

$\triangle \mathrm{AOD}$ 와 $\triangle \mathrm{COB}$ 에서 $\angle \mathrm{DAO} = \angle \mathrm{BCO}$ (엇각)
$\overline{\mathrm{AD}} = \overline{\mathrm{BC}}$ (평행사변형의 대변)
$\angle \mathrm{ADO} = \angle \mathrm{CBO}$ (엇각)
$\therefore\ \triangle \mathrm{AOD} \equiv \triangle \mathrm{COB}$ (ASA 합동)
$\therefore\ \overline{\mathrm{OA}} = \overline{\mathrm{OC}},\ \overline{\mathrm{OB}} = \overline{\mathrm{OD}}$

19. 다음 그림에서 평행사변형 ABCD 의 넓이가 64cm^2 일 때, $\triangle$OAE 와 $\triangle$OBF 의 넓이의 합은?



① 14cm^2 ② 16cm^2 ③ 18cm^2

④ 24cm^2 ⑤ 32cm^2

해설

$\triangle\text{AOE} \equiv \triangle\text{COF}$ (ASA 합동) 이므로

$\triangle\text{OAE} + \triangle\text{OBF} = \triangle\text{OBC}$

$\triangle\text{OBC} = \frac{1}{4}\square\text{ABCD} = \frac{1}{4} \times 64 = 16\ (\text{cm}^2)$