

1. 16의 약수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 5 개

해설

16의 약수는 1, 2, 4, 8, 16이다.
따라서 5개이다.

2. 100 이하의 자연수 중 18의 배수의 개수는?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

18, 36, 54, 72, 90 이므로 5개이다.

3. 다음 중 6의 배수는 어느 것인가?

① 134

② 176

③ 214

④ 288

⑤ 362

해설

6의 배수는 2와 3의 공배수이다.

4. $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{2}$ 을 거듭제곱을 사용하여 나타낸 것은?

- ①

$\frac{1}{2 \times 2 \times 3 \times 2 \times 2}$
- ②

$\frac{1}{2 \times 2 \times 2} \times \frac{1}{3 \times 3}$
- ③

$\frac{1}{2^2} \times \frac{1}{3^2}$
- ④

$\frac{1}{2^2 \times 3^2}$
- ⑤

$\frac{1}{2^3 \times 3^2}$

해설

$$\begin{aligned} &\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \\ &= \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \\ &= \frac{1}{2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3} \\ &= \frac{1}{2^3 \times 3^2} \end{aligned}$$

5. 4^3 에 대한 다음 설명 중 옳지 않은 것은?

- ① 12와 같다.
- ② 밑은 4이다.
- ③ 지수는 3이다.
- ④ $4 \times 4 \times 4$ 를 나타낸 것이다.
- ⑤ 3^4 보다 작다.

해설

- ① $4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$ 이므로 12와 같지 않다.
- ⑤ $3^4 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81$

6. 다음 자연수 중 소수가 아닌 것을 모두 고르면?

- ① 1 ② 2 ③ 5 ④ 7 ⑤ 14

해설

- ① 1 은 소수도 합성수도 아니다.
⑤ 14 는 합성수이다.

7. 20 이하의 자연수 중 약수의 개수가 2개인 수는 모두 몇 개인지 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

구하고자 하는 수는 20 이하의 소수이다.
2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19로 총 8개이다.

8. 다음 중에서 옳은 것을 모두 고르면?(정답 2개)

- ㉠ 1은 소수가 아니다.
- ㉡ 모든 소수는 홀수이다.
- ㉢ 모든 수는 약수의 개수가 2개 이상이다.
- ㉣ 가장 작은 소수는 3이다.
- ㉤ 4와 9는 서로소이다.

해설

- ㉡ 소수는 2, 3, 5, 7, ... 이다.
- ㉢ 1의 약수는 1 뿐이다.
- ㉣ 가장 작은 소수는 2이다.

9. 다음 설명 중 옳은 것은?

- ① 소수는 약수의 개수가 2 개이다.
- ② 소수는 모두 홀수이다.
- ③ 가장 작은 소수는 1 이다.
- ④ 모든 자연수는 약수의 개수가 2 개 이상이다.
- ⑤ 자연수에는 소수와 합성수가 있다.

해설

- ② 2 는 유일한 짝수인 소수이다.
- ③ 가장 작은 소수는 2 이다. 1 은 소수가 아니다.
- ④ 1 은 약수의 개수가 1 개이다.
- ⑤ 자연수에는 소수와 합성수 그리고 1 이 있다.

10. 180을 소인수분해하면 $x^2 \times 3^2 \times y$ 이다. 이때, $y - x$ 의 값은?

- ① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

해설

$180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$
따라서 $x = 2, y = 5$
 $y - x = 3$

11. 264 의 소인수를 바르게 구한 것은?

- ① 2, 3, 11 ② 1, 2, 3, 11 ③ 2^2 , 11
④ 2^3 , 3, 11 ⑤ 2, 3, 5, 11

해설

$$264 = 2^3 \times 3 \times 11$$

12. 588 을 588 보다 작은 자연수 a 로 나누었더니 약수의 개수가 홀수인 자연수 b 가 되었다. 가능한 b 의 값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 249

해설

약수의 개수가 홀수인 수는 제곱수이므로

$$\frac{588}{a} = \frac{2^2 \times 3 \times 7^2}{a} = k^2 = b \text{ 라 하면,}$$

a 는 3, $2^2 \times 3$, 3×7^2 이 가능하다.

$$a = 3 \text{ 일 때, } b = 14^2 = 196$$

$$a = 2^2 \times 3 \text{ 일 때, } b = 7^2 = 49$$

$$a = 3 \times 7^2 \text{ 일 때, } b = 2^2 = 4$$

588 보다 작다고 했으므로 $a = 2^2 \times 3 \times 7^2$ 일 때는 제외한다.

$$\therefore 196 + 49 + 4 = 249$$

13. $24 \times a = 90 \times b = c^2$ 을 만족하는 가장 작은 자연수 c 의 값을 구하여라.
(단, a, b, c 는 모두 자연수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 60

해설

$$24 \times a = 90 \times b = c^2$$

$24 \times a$ 와 $90 \times b$ 가 어떤 수의 제곱수가 되어야 하므로 소인수분해를 해 보면

$$2^3 \times 3 \times a = 2 \times 3^2 \times 5 \times b$$

즉, c 는 24 과 90 의 공배수이므로 $2^3 \times 3^2 \times 5$ 의 배수이다.

그러므로 가장 작은 c^2 은 $2^4 \times 3^2 \times 5^2$ 이어야 한다.

$$\therefore c = 2^2 \times 3 \times 5 = 60$$

14. 다음 네모 칸에 쓰여진 수 중에서 $3^4 \times 11^5$ 의 약수를 모두 찾아 색칠하면 한글 자음 중 하나가 나타난다. 그 한글 자음은 무엇인지 찾아라.

$3^4 \times 11$	11	3×11
$3^2 \times 11^2$	16	3×11^2
33	2×3^2	$3^4 \times 11^5$
$3^2 \times 11$	121	$3^3 \times 11^5$

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
④ ㄹ ⑤ ㅁ

해설

3^4 의 약수는 1, 3, 3^2 , 3^3 , 3^4 이고 11^5 의 약수는 1, 11, 11^2 , 11^3 , 11^4 , 11^5 이다.

표의 수들을 소인수분해하면 $16 = 2^4$, $121 = 11^2$, $33 = 3 \times 11$ 이다.

$3^4 \times 11^5$ 의 약수를 모두 찾아 색칠하면 다음 표와 같다.

$3^4 \times 11$	11	3×11
$3^2 \times 11^2$	16	3×11^2
33	2×3^2	$3^4 \times 11^5$
$3^2 \times 11$	121	$3^3 \times 11^5$

15. 다음 중 약수의 개수가 가장 많은 것은?

① 80

② 90

③ 216

④ 168

⑤ 180

해설

① $80 = 2^4 \times 5$

$\therefore (4+1) \times (1+1) = 10(\text{개})$

② $90 = 2 \times 3^2 \times 5$

$\therefore (1+1) \times (2+1) \times (1+1) = 12(\text{개})$

③ $216 = 2^3 \times 3^3$

$\therefore (3+1) \times (3+1) = 16(\text{개})$

④ $168 = 2^3 \times 3 \times 7$

$\therefore (3+1) \times (1+1) \times (1+1) = 16(\text{개})$

⑤ $180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$

$\therefore (2+1) \times (2+1) \times (1+1) = 18(\text{개})$

16. 다음 수 중에서 8 과 서로소인 것을 모두 골라라.

2, 3, 4, 5, 6, 7

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

▷ 정답 : 5

▷ 정답 : 7

해설

8 과 2 의 최대공약수는 2 , 8 과 4 의 최대공약수는 4 , 8 과 6 의 최대공약수는 2 이므로 2,4,6 은 8 과 서로소가 아니다.
따라서 8 과 서로소인 수는 3,5,7 이다.

17. 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① 48 의 소인수는 2, 3 이다.
- ② 22 과 35 는 서로소이다.
- ③ 90 의 소인수는 3 개이다.
- ④ 143 은 소수이다.
- ⑤ 서로 다른 두 소수는 항상 서로소이다.

해설

④ $143 = 11 \times 13$ 으로 소인수분해되므로 소수가 아니다.

18. 소인수분해를 이용하여 36과 56의 최대공약수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$36 = 2^2 \times 3^2$$

$$56 = 2^3 \times 7$$

두 수의 최대공약수는 $2^2 = 4$

19. 다음 두 수의 최대공약수는?

$$2^3 \times 3 \times 5, 2^2 \times 3 \times 7$$

① 8

② 10

③ 11

④ 12

⑤ 14

해설

$$2^2 \times 3 = 12$$

20. 다음은 영웅이와 미소의 대화이다. □ 안에 알맞은 수를 차례대로 써넣어라.

영웅 : 드디어 구했어! 미소야!
미소 : 무엇을 구했는데?
영웅 : 두 수의 최대공약수를 구했어. 30이 답이야.
미소 : 그럼 그 두 수의 공약수도 모두 구할 수 있겠네?
영웅 : 잠깐만, 아까 두 수가 뭐였더라.
미소 : 최대공약수만 알면 두 수를 몰라도 공약수를 구할 수 있잖아.
미소 : 그렇지! 그럼 공약수는 1, 2, 3, □, □, 10, 15, 30이구나.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

▷ 정답 : 6

해설

영웅 : 드디어 구했어! 미소야!
미소 : 무엇을 구했는데?
영웅 : 두 수의 최대공약수를 구했어. 30이 답이야.
미소 : 그럼 그 두 수의 공약수도 모두 구할 수 있겠네?
영웅 : 잠깐만, 아까 두 수가 뭐였더라.
미소 : 최대공약수만 알면 두 수를 몰라도 공약수를 구할 수 있잖아.
미소 : 그렇지! 그럼 공약수는 1, 2, 3, □ = 5, □ = 6, 10, 15, 30이구나.

$30 = 2 \times 3 \times 5$ 이고, 2 의 약수는 1 과 2 , 3 의 약수는 1 과 3, 5 의 약수는 1 과 5 이므로

이들을 각각 곱하여 약수를 구하면 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30 이다.

21. 다음은 재중이와 사랑이의 대화이다. □안에 알맞은 것을 보기에서 찾아 차례대로 써넣어라.

보기

공약수, 최대공약수, 5, 6

재중 : 드디어 구했어! 사랑아!
사랑 : 무엇을 구했는데?
재중 : 두 수의 최대공약수를 구했어. 45가 답이야.
사랑 : 그럼 그 두 수의 공약수의 개수도 구할 수 있겠네?
재중 : 잠깐만, 아까 두 수가 뭐였더라.
사랑 : 최대공약수만 알면 두 수를 몰라도 공약수를 구할 수 있잖아.
재중 : 그럼, □의 약수의 개수와 두 수의 공약수의 약수의 개수도 같구나!
사랑 : 맞아!
재중 : 공약수의 개수는 □ 개구나.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 최대공약수

▷ 정답 : 6

해설

재중 : 드디어 구했어! 사랑아!
사랑 : 무엇을 구했는데?
재중 : 두 수의 최대공약수를 구했어. 45가 답이야.
사랑 : 그럼 그 두 수의 공약수의 개수도 구할 수 있겠네?
재중 : 잠깐만, 아까 두 수가 뭐였더라.
사랑 : 최대공약수만 알면 두 수를 몰라도 공약수를 구할 수 있잖아.
재중 : 그럼, □(= 최대공약수)의 약수의 개수와 두 수의 공약수의 약수의 개수도 같구나!
사랑 : 맞아!
재중 : 공약수의 개수는 □(= 6) 개구나.

45를 소인수분해하면 $45 = 3^2 \times 5$ 이므로 약수의 개수는 $(2 + 1) \times (1 + 1) = 6$ (개)이다.

22. 두 자연수 a, b 의 최대공약수가 24 일 때, a, b 의 공약수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 8 개

▷ 정답 : 8 개

해설

a, b 의 공약수는 최대공약수 24의 약수와 같으므로 $24 = 2^3 \times 3$
(a, b 의 공약수의 개수) = (24의 약수의 개수)
 $= (3 + 1) \times (1 + 1)$
 $= 8$ (개)

23. 두 수 84, 120의 공약수의 개수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

84와 120의 최대공약수는 12이고, 12의 약수는 모두 6개이므로
84, 120의 공약수의 개수는 12개이다.

24. 소인수분해를 이용하여 두 수의 최소공배수를 구하여라.

20, 45

▶ 답 :

▷ 정답 : 180

해설

$20 = 2^2 \times 5$, $45 = 3^2 \times 5$
최소공배수 : $2^2 \times 3^2 \times 5 = 180$

25. 소인수분해를 이용하여 15 와 21 의 최소공배수를 구하면?

- ① 80 ② 82 ③ 95 ④ 105 ⑤ 120

해설

$15 = 3 \times 5$, $21 = 3 \times 7$
최소공배수 : $3 \times 5 \times 7 = 105$

26. 4의 배수이면서 동시에 6의 배수인 수가 아닌 것은?

- ① 12 ② 24 ③ 40 ④ 108 ⑤ 120

해설

4와 6의 최소공배수인 12의 배수가 아닌 수를 찾으면 된다.

27. 토마토 15 개, 키위 21 개를 최대한 많은 학생들에게 똑같이 나누어 주려고 했더니 모두 3개씩 남았다. 학생은 최대 몇 명인가?

- ① 4 명 ② 6 명 ③ 8 명 ④ 10 명 ⑤ 12 명

해설

15 개, 21 개를 똑같이 나누면 3 개씩 남는다면, $(15-3)$ 개, $(21-3)$ 개를 똑같이 나누면 나누어 떨어진다. 이러한 수 중 가장 큰 수는 12와 18의 최대공약수 6이다.

28. 우리 동네는 아침에 분리수거차와 청소차가 각각 10 일, 6 일마다 온다. 오늘 동시에 분리수거차와 청소차가 왔을 때, 다음에 처음으로 동시에 오는 날은 며칠 후 인지 구하여라.

▶ 답: 일 후

▷ 정답 : 30일 후

해설

10과 6의 최소공배수는 30이므로 30일 후에 분리수거차와 청소차가 동시에 온다.

29. 5로 나누어도 3이 남고, 6으로 나누어도 3이 남는 자연수 중 100 이하의 자연수를 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 33

▷ 정답 : 63

▷ 정답 : 93

해설

구하는 수는 5, 6의 공배수보다 3만큼 큰 수 중 100 이하의 수이다. 이때, 5, 6의 최소공배수는 30이므로 5, 6의 공배수는 $30, 60, \dots$ 이다.
따라서 구하는 수는 33, 63, 93 이다.

30. $2^2 \times 3^3 \times 5$ 와 $2^2 \times 3 \times 5^2 \times 7$ 의 최대공약수와 최소공배수를 바르게 나타낸 것을 골라라.
- ① 최대공약수 : $2^2 \times 3^2$, 최소공배수 : $2^2 \times 3^3 \times 5 \times 7$
 - ② 최대공약수 : $2^2 \times 3^2$, 최소공배수 : $2^3 \times 3^3 \times 5 \times 7$
 - ③ 최대공약수 : $2^2 \times 3 \times 5$, 최소공배수 : $2^2 \times 3^3 \times 5^2 \times 7$
 - ④ 최대공약수 : $2^2 \times 3$, 최소공배수 : $2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7$
 - ⑤ 최대공약수 : $2^2 \times 3^3 \times 5$, 최소공배수 : $2^3 \times 3^3 \times 5 \times 7$

해설

$$\begin{array}{r} 2^2 \times 3^3 \times 5 \\ 2^2 \times 3 \times 5^2 \times 7 \\ \hline \end{array}$$

최대공약수 : $2^2 \times 3 \times 5$

최소공배수 : $2^2 \times 3^3 \times 5^2 \times 7$

31. 두 자연수의 곱이 84 이고 최대공약수가 1 일 때, 최소공배수는?

- ① 42 ② 84 ③ 90 ④ 168 ⑤ 336

해설

(두 수의 곱)=(최대공약수) $\times$ (최소공배수) 이므로
 $84 = 1 \times (\text{최소공배수})$
따라서 최소공배수는 84 이다.

32. 자연수 a 의 약수의 개수를 $A(a)$ 로 나타낼 때, $A(24) \times A(x) = 32$ 에서 가장 작은 x 의 값은?

① 9 ② 8 ③ 7 ④ 6 ⑤ 4

해설

$24 = 2^3 \times 3$ 이므로

$$A(24) = (3+1) \times (1+1) \\ = 4 \times 2 = 8$$

$$8 \times A(x) = 32$$

$$A(x) = 4$$

약수의 개수가 4개인 수 중에서 가장 작은 수는 $2 \times 3 = 6$ 이다.

33. 두 분수 $\frac{1}{12}$ 과 $\frac{1}{15}$ 의 어느 것에 곱해도 자연수가 되는 가장 작은 수는?

- ① 40 ② 50 ③ 60 ④ 70 ⑤ 80

해설

두 분수에 곱하여 자연수가 되게 하는 n 은 12와 15의 공배수이다.
공배수 중 가장 작은 수는 두 수의 최소공배수이다.
 n 의 값 중 가장 작은 수는 60이다.