

1. 16의 약수의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 5 개

해설

16의 약수는 1, 2, 4, 8, 16이다.
따라서 5개이다.

2. 100 이하의 자연수 중 18의 배수의 개수는?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

18, 36, 54, 72, 90 이므로 5개이다.

3. 다음 중 6의 배수는 어느 것인가?

① 134

② 176

③ 214

④ 288

⑤ 362

해설

6의 배수는 2와 3의 공배수이다.

4. $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{2}$ 을 거듭제곱을 사용하여 나타낸 것은?

① $\frac{1}{2 \times 2 \times 3 \times 2 \times 2}$

③ $\frac{1}{2^2} \times \frac{1}{3^2}$

⑤ $\frac{1}{2^3 \times 3^2}$

② $\frac{1}{2 \times 2 \times 2} \times \frac{1}{3 \times 3}$

④ $\frac{1}{2^2 \times 3^2}$

해설

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \\ &= \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \\ &= \frac{1}{2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3} \\ &= \frac{1}{2^3 \times 3^2} \end{aligned}$$

5. 4^3 에 대한 다음 설명 중 옳지 않은 것은?

① 12와 같다.

② 밑은 4이다.

③ 지수는 3이다.

④ $4 \times 4 \times 4$ 를 나타낸 것이다.

⑤ 3^4 보다 작다.

해설

① $4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$ 이므로 12와 같지 않다.

⑤ $3^4 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81$

6. 다음 자연수 중 소수가 아닌 것을 모두 고르면?

① 1

② 2

③ 5

④ 7

⑤ 14

해설

① 1 은 소수도 합성수도 아니다.

⑤ 14 는 합성수이다.

7. 20 이하의 자연수 중 약수의 개수가 2개인 수는 모두 몇 개인지 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

구하고자 하는 수는 20 이하의 소수이다.

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19로 총 8개이다.

8. 다음 중에서 옳은 것을 모두 고르면?(정답 2개)

- ① 1 은 소수가 아니다.
- ② 모든 소수는 홀수이다.
- ③ 모든 수는 약수의 개수가 2 개 이상이다.
- ④ 가장 작은 소수는 3 이다.
- ⑤ 4 와 9 는 서로소이다.

해설

- ② 소수는 2, 3, 5, 7, ... 이다.
- ③ 1 의 약수는 1 뿐이다.
- ④ 가장 작은 소수는 2 이다.

9. 다음 설명 중 옳은 것은?

- ① 소수는 약수의 개수가 2 개이다.
- ② 소수는 모두 홀수이다.
- ③ 가장 작은 소수는 1 이다.
- ④ 모든 자연수는 약수의 개수가 2 개 이상이다.
- ⑤ 자연수에는 소수와 합성수가 있다.

해설

- ② 2 는 유일한 짝수인 소수이다.
- ③ 가장 작은 소수는 2 이다. 1 은 소수가 아니다.
- ④ 1 은 약수의 개수가 1 개이다.
- ⑤ 자연수에는 소수와 합성수 그리고 1 이 있다.

10. 180을 소인수분해하면 $x^2 \times 3^2 \times y$ 이다. 이때, $y - x$ 의 값은?

① 1

② 3

③ 5

④ 7

⑤ 9

해설

$$180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$$

따라서 $x = 2, y = 5$

$$y - x = 3$$

11. 264 의 소인수를 바르게 구한 것은?

① 2, 3, 11

② 1, 2, 3, 11

③ 2^2 , 11

④ 2^3 , 3, 11

⑤ 2, 3, 5, 11

해설

$$264 = 2^3 \times 3 \times 11$$

12. 588 을 588 보다 작은 자연수 a 로 나누었더니 약수의 개수가 홀수인 자연수 b 가 되었다. 가능한 b 의 값의 합을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 249

해설

약수의 개수가 홀수인 수는 제곱수이므로

$$\frac{588}{a} = \frac{2^2 \times 3 \times 7^2}{a} = k^2 = b \text{ 라 하면,}$$

a 는 3, $2^2 \times 3$, 3×7^2 이 가능하다.

$$a = 3 \text{ 일 때, } b = 14^2 = 196$$

$$a = 2^2 \times 3 \text{ 일 때, } b = 7^2 = 49$$

$$a = 3 \times 7^2 \text{ 일 때, } b = 2^2 = 4$$

588보다 작다고 했으므로 $a = 2^2 \times 3 \times 7^2$ 일 때는 제외한다.

$$\therefore 196 + 49 + 4 = 249$$

13. $24 \times a = 90 \times b = c^2$ 을 만족하는 가장 작은 자연수 c 의 값을 구하여라.
(단, a, b, c 는 모두 자연수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 60

해설

$$24 \times a = 90 \times b = c^2$$

$24 \times a$ 와 $90 \times b$ 가 어떤 수의 제곱수가 되어야 하므로 소인수분해를 해 보면

$$2^3 \times 3 \times a = 2 \times 3^2 \times 5 \times b$$

즉, c 는 24 과 90 의 공배수이므로 $2^3 \times 3^2 \times 5$ 의 배수이다.
그러므로 가장 작은 c^2 은 $2^4 \times 3^2 \times 5^2$ 이어야 한다.

$$\therefore c = 2^2 \times 3 \times 5 = 60$$

14. 다음 네모 칸에 쓰여진 수 중에서 $3^4 \times 11^5$ 의 약수를 모두 찾아 색칠하면 한글 자음 중 하나가 나타난다. 그 한글 자음은 무엇인지 찾아라.

$3^4 \times 11$	11	3×11
$3^2 \times 11^2$	16	3×11^2
33	2×3^2	$3^4 \times 11^5$
$3^2 \times 11$	121	$3^3 \times 11^5$

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ

④ ㄹ ⑤ ㅁ

해설

3^4 의 약수는 1, 3, 3^2 , 3^3 , 3^4 이고 11^5 의 약수는 1, 11, 11^2 , 11^3 , 11^4 , 11^5 이다.

표의 수들을 소인수분해하면 $16 = 2^4$, $121 = 11^2$, $33 = 3 \times 11$ 이다.

$3^4 \times 11^5$ 의 약수를 모두 찾아 색칠하면 다음 표와 같다.

$3^4 \times 11$	11	3×11
$3^2 \times 11^2$	16	3×11^2
33	2×3^2	$3^4 \times 11^5$
$3^2 \times 11$	121	$3^3 \times 11^5$

15. 다음 중 약수의 개수가 가장 많은 것은?

① 80

② 90

③ 216

④ 168

⑤ 180

해설

① $80 = 2^4 \times 5$

$\therefore (4+1) \times (1+1) = 10(\text{개})$

② $90 = 2 \times 3^2 \times 5$

$\therefore (1+1) \times (2+1) \times (1+1) = 12(\text{개})$

③ $216 = 2^3 \times 3^3$

$\therefore (3+1) \times (3+1) = 16(\text{개})$

④ $168 = 2^3 \times 3 \times 7$

$\therefore (3+1) \times (1+1) \times (1+1) = 16(\text{개})$

⑤ $180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$

$\therefore (2+1) \times (2+1) \times (1+1) = 18(\text{개})$

16. 다음 수 중에서 8 과 서로소인 것을 모두 골라라.

2, 3, 4, 5, 6, 7

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

▷ 정답 : 5

▷ 정답 : 7

해설

8 과 2 의 최대공약수는 2 , 8 과 4 의 최대공약수는 4 , 8 과 6 의 최대공약수는 2 이므로 2,4,6 은 8 과 서로소가 아니다.
따라서 8 과 서로소인 수는 3,5,7 이다.

17. 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① 48 의 소인수는 2, 3 이다.
- ② 22 과 35 는 서로소이다.
- ③ 90 의 소인수는 3 개이다.
- ④ 143 은 소수이다.
- ⑤ 서로 다른 두 소수는 항상 서로소이다.

해설

④ $143 = 11 \times 13$ 으로 소인수분해되므로 소수가 아니다.

18. 소인수분해를 이용하여 36과 56의 최대공약수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$36 = 2^2 \times 3^2$$

$$56 = 2^3 \times 7$$

두 수의 최대공약수는 $2^2 = 4$

19. 다음 두 수의 최대공약수는?

$$2^3 \times 3 \times 5, 2^2 \times 3 \times 7$$

① 8

② 10

③ 11

④ 12

⑤ 14

해설

$$2^2 \times 3 = 12$$

20. 다음은 영웅이와 미소의 대화이다. □ 안에 알맞은 수를 차례대로 써넣어라.

영웅 : 드디어 구했어! 미소야!

미소 : 무엇을 구했는데?

영웅 : 두 수의 최대공약수를 구했어. 30이 답이야.

미소 : 그럼 그 두 수의 공약수도 모두 구할 수 있겠네?

영웅 : 잠깐만, 아까 두 수가 뭐였더라.

미소 : 최대공약수만 알면 두 수를 몰라도 공약수를 구할 수 있잖아.

미소 : 그렇지! 그럼 공약수는 1, 2, 3, □, □, 10, 15, 30 이구나.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

▷ 정답 : 6

해설

영웅 : 드디어 구했어! 미소야!

미소 : 무엇을 구했는데?

영웅 : 두 수의 최대공약수를 구했어. 30이 답이야.

미소 : 그럼 그 두 수의 공약수도 모두 구할 수 있겠네?

영웅 : 잠깐만, 아까 두 수가 뭐였더라.

미소 : 최대공약수만 알면 두 수를 몰라도 공약수를 구할 수 있잖아.

미소 : 그렇지! 그럼 공약수는 1, 2, 3, □ = 5, □ = 6, 10, 15, 30 이구나.

$30 = 2 \times 3 \times 5$ 이고, 2 의 약수는 1 과 2 , 3 의 약수는 1 과 3, 5 의 약수는 1 과 5 이므로

이들을 각각 곱하여 약수를 구하면 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30 이다.

21. 다음은 재중이와 사랑이의 대화이다. 안에 알맞은 것을 보기에서 찾아 차례대로 써넣어라.

보기

공약수, 최대공약수, 5, 6

재중 : 드디어 구했어! 사랑아!

사랑 : 무엇을 구했는데?

재중 : 두 수의 최대공약수를 구했어. 45가 답이야.

사랑 : 그럼 그 두 수의 공약수의 개수도 구할 수 있겠네?

재중 : 잠깐만, 아까 두 수가 뭐였더라.

사랑 : 최대공약수만 알면 두 수를 몰라도 공약수를 구할 수 있잖아.

재중 : 그럼, 의 약수의 개수와 두 수의 공약수의 약수의 개수도 같구나!

사랑 : 맞아!

재중 : 공약수의 개수는 개구나.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 최대공약수

▷ 정답 : 6

해설

재중 : 드디어 구했어! 사랑아!

사랑 : 무엇을 구했는데?

재중 : 두 수의 최대공약수를 구했어. 45가 답이야.

사랑 : 그럼 그 두 수의 공약수의 개수도 구할 수 있겠네?

재중 : 잠깐만, 아까 두 수가 뭐였더라.

사랑 : 최대공약수만 알면 두 수를 몰라도 공약수를 구할 수 있잖아.

재중 : 그럼, (= 최대공약수)의 약수의 개수와 두 수의 공약수의 약수의 개수도 같구나!

사랑 : 맞아!

재중 : 공약수의 개수는 (= 6) 개구나.

45를 소인수분해하면 $45 = 3^2 \times 5$ 이므로 약수의 개수는 $(2 + 1) \times (1 + 1) = 6$ (개)이다.

22. 두 자연수 a, b 의 최대공약수가 24 일 때, a, b 의 공약수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 8 개

해설

$$\begin{aligned} a, b \text{ 의 공약수는 최대공약수 } 24 \text{ 의 약수와 같으므로 } 24 &= 2^3 \times 3 \\ (a, b \text{ 의 공약수의 개수}) &= (24 \text{ 의 약수의 개수}) \\ &= (3 + 1) \times (1 + 1) \\ &= 8(\text{ 개}) \end{aligned}$$

23. 두 수 84, 120의 공약수의 개수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

84와 120의 최대공약수는 12이고, 12의 약수는 모두 6개이므로
84, 120의 공약수의 개수는 12개이다.

24. 소인수분해를 이용하여 두 수의 최소공배수를 구하여라.

20, 45

▶ 답 :

▷ 정답 : 180

해설

$$20 = 2^2 \times 5, 45 = 3^2 \times 5$$

$$\text{최소공배수} : 2^2 \times 3^2 \times 5 = 180$$

25. 소인수분해를 이용하여 15 와 21 의 최소공배수를 구하면?

① 80

② 82

③ 95

④ 105

⑤ 120

해설

$$15 = 3 \times 5, 21 = 3 \times 7$$

$$\text{최소공배수} : 3 \times 5 \times 7 = 105$$

26. 4의 배수이면서 동시에 6의 배수인 수가 아닌 것은?

① 12

② 24

③ 40

④ 108

⑤ 120

해설

4와 6의 최소공배수인 12의 배수가 아닌 수를 찾으면 된다.

27. 토마토 15 개, 키위 21 개를 최대한 많은 학생들에게 똑같이 나누어 주려고 했더니 모두 3 개씩 남았다. 학생은 최대 몇 명인가?

① 4 명

② 6 명

③ 8 명

④ 10 명

⑤ 12 명

해설

15 개, 21 개를 똑같이 나누면 3 개씩 남는다면, $(15-3)$ 개, $(21-3)$ 개를 똑같이 나누면 나누어 떨어진다. 이러한 수 중 가장 큰 수는 12 와 18 의 최대공약수 6 이다.

28. 우리 동네는 아침에 분리수거차와 청소차가 각각 10 일, 6 일마다 온다. 오늘 동시에 분리수거차와 청소차가 왔을 때, 다음에 처음으로 동시에 오는 날은 며칠 후 인지 구하여라.

▶ 답 : 일 후

▷ 정답 : 30일 후

해설

10과 6의 최소공배수는 30이므로 30일 후에 분리수거차와 청소차가 동시에 온다.

29. 5 로 나누어도 3 이 남고, 6 으로 나누어도 3 이 남는 자연수 중 100 이하의 자연수를 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 33

▷ 정답 : 63

▷ 정답 : 93

해설

구하는 수는 5, 6 의 공배수보다 3 만큼 큰 수 중 100 이하의 수이다. 이때, 5, 6 의 최소공배수는 30 이므로 5, 6 의 공배수는 30, 60, ... 이다.

따라서 구하는 수는 33, 63, 93 이다.

30. $2^2 \times 3^3 \times 5$ 와 $2^2 \times 3 \times 5^2 \times 7$ 의 최대공약수와 최소공배수를 바르게 나타낸 것을 골라라.

① 최대공약수 : $2^2 \times 3^2$, 최소공배수 : $2^2 \times 3^3 \times 5 \times 7$

② 최대공약수 : $2^2 \times 3^2$, 최소공배수 : $2^3 \times 3^3 \times 5 \times 7$

③ 최대공약수 : $2^2 \times 3 \times 5$, 최소공배수 : $2^2 \times 3^3 \times 5^2 \times 7$

④ 최대공약수 : $2^2 \times 3$, 최소공배수 : $2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7$

⑤ 최대공약수 : $2^2 \times 3^3 \times 5$, 최소공배수 : $2^3 \times 3^3 \times 5 \times 7$

해설

$$\begin{array}{r} 2^2 \times 3^3 \times 5 \\ 2^2 \times 3 \times 5^2 \times 7 \\ \hline \end{array}$$

최대공약수 : $2^2 \times 3 \times 5$

최소공배수 : $2^2 \times 3^3 \times 5^2 \times 7$

31. 두 자연수의 곱이 84 이고 최대공약수가 1 일 때, 최소공배수는?

① 42

② 84

③ 90

④ 168

⑤ 336

해설

(두 수의 곱) = (최대공약수) $\times$ (최소공배수) 이므로

$$84 = 1 \times (\text{최소공배수})$$

따라서 최소공배수는 84 이다.

32. 자연수 a 의 약수의 개수를 $A(a)$ 로 나타낼 때, $A(24) \times A(x) = 32$ 에서 가장 작은 x 의 값은?

① 9

② 8

③ 7

④ 6

⑤ 4

해설

$$24 = 2^3 \times 3 \text{ 이므로}$$

$$\begin{aligned} A(24) &= (3+1) \times (1+1) \\ &= 4 \times 2 = 8 \end{aligned}$$

$$8 \times A(x) = 32$$

$$A(x) = 4$$

약수의 개수가 4개인 수 중에서 가장 작은 수는 $2 \times 3 = 6$ 이다.

33. 두 분수 $\frac{1}{12}$ 과 $\frac{1}{15}$ 의 어느 것에 곱해도 자연수가 되는 가장 작은 수는?

① 40

② 50

③ 60

④ 70

⑤ 80

해설

두 분수에 곱하여 자연수가 되게 하는 n 은 12와 15의 공배수이다.

공배수 중 가장 작은 수는 두 수의 최소공배수이다.

n 의 값 중 가장 작은 수는 60이다.