1. 다음 중 옳은 것은?

① $n(\{0,1,2\}) = 2$

② $n(\{x|x\text{는 }4\text{의 약수}\}) = 4$

③ $n(\{1,2,3\}) - n(\{1,2\}) = 3$

④ $n(\{x|x\text{는 }10\text{보다 작은 자연수}\}) = 10$

⑤ $n(\{\varnothing\}) = 1$

해설

① $n(\{0,1,2) = 3$
② $n(\{x|x\text{는 }4\text{의 약수}) = n(\{1,2,4) = 3$
③ $n(\{1,2,3) - n(\{1,2) = 3 - 2 = 1$
④ $n(\{x|x\text{는 }10\text{보다 작은 자연수}$
$= n(\{1,2,\cdots,9) = 9$

2. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

① $\{2,\ 3,\ 4\} \subset \{x \mid x$는 12의 약수$\}$

② $\{1,\ 2,\ 3\} \subset \{x \mid x$는 $1 < x < 5$인 자연수$\}$

③ $\{1, 3\} \not\subset \{0, 1, 3, 9\}$

④ $\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5\} \subset \{x \mid x$는 6미만의 짝수$\}$

⑤ $\{x \mid x$는 6의 배수$\} \subset \{x \mid x$는 3의 배수$\}$

해설

①

$\{2,\ 3,\ 4\} \subset \{x \mid x$는 12의 약수$\}$

$\{2,\ 3,\ 4\} \subset \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$

⑤

$\{x \mid x$는 6의 배수$\} \subset \{x \mid x$는 3의 배수$\}$

$\{6,\ 12,\ 18, \ldots\} \subset \{3, 6, 9, 12, 15, 18, \ldots\}$

3. 집합 $A = \{x \mid x$는 18의 양의 약수$\}$의 진부분집합의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 63개

해설

$A = \{1, 2, 3, 6, 9, 18\}$이므로
집합 A의 진부분집합의 개수는 $2^6 - 1 = 63$ (개)

4. 집합 A 의 진부분집합의 개수가 7 개일 때, A 의 원소의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 3 개

해설

진부분집합은 자기 자신을 제외한 모든 부분집합이므로,
(진부분집합의 수)= (부분집합의 수)−1 이다.
따라서 집합 A 의 부분집합의 개수는 $7 + 1 = 8$ 개이므로,
$2^n = 8 \ \therefore n = 3$ 이다.

5. $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$의 부분집합 $A = \{2, 3, 5\}$에 대하여 A^c 은?

① $\{2, 3, 5\}$　② $\{1, 3, 5\}$　③ $\{1, 4, 6\}$

④ $\{4, 5, 6\}$　⑤ $\{1, 2, 3\}$

해설

$A^c = \{1, 4, 6\}$

6. 전체집합 $U = \{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6,\ 7\}$ 의 두 부분집합 $A,\ B$ 에 대하여 $A^c = \{2,\ 3,\ 6,\ 7\}$, $B^c = \{1,\ 2,\ 4,\ 7\}$ 일 때, $A \cup B$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\{1, 3, 4, 5, 6\}$

해설

$A = (A^c)^c = \{1,\ 4,\ 5\}$
$B = (B^c)^c = \{3,\ 5,\ 6\}$
$\therefore\ A \cup B = \{1,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6\}$

7. 집합 $U = \{x \mid 1 \le x \le 30,\ x$는 자연수$\}$의 두 부분집합 $A = \{x \mid x$는 3의 배수$\}$, $B = \{x \mid x$는 2의 배수$\}$에 대하여 $A - B^c$의 원소의 개수는?

① 2개 ② 3개 ③ 5개 ④ 7개 ⑤ 8개

해설

$A - B^c = A \cap B = \{x \mid x$는 6의 배수$\} = \{6, 12, 18, 24, 30\}$

$\therefore$ 5개

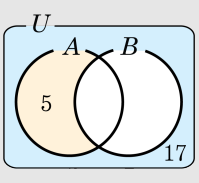
8. 전체집합 U의 두 부분집합 A, B에 대하여 $n(U) = 35$, $n(A - B) = 5$, $n(A^c \cap B^c) = 17$ 일 때, $n(B)$ 는?

① 10 ② 12 ③ 13 ④ 18 ⑤ 30

해설

$n(A^c \cap B^c) = n((A \cup B)^c) = 17$

벤다이어그램을 그려보면



$n(B) = 35 - (17 + 5) = 13$

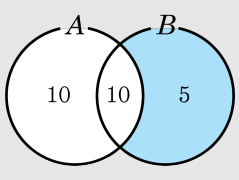
$\therefore\ n(B) = 13$

9. 수영이네 반 학생 중 자장면을 좋아하는 학생은 20 명, 짬뽕을 좋아하는 학생은 15 명, 자장면만을 좋아하는 학생은 10 명이다. 이때, 자장면과 짬뽕을 모두 좋아하는 학생은 몇 명인가?

① 6 명 ② 8 명 ③ 10 명 ④ 12 명 ⑤ 14 명

해설

주어진 문제를 벤 다이어그램을 활용하여 해결할 수 있다. 벤 다이어그램의 각 영역에 해당하는 학생의 수를 기입하면 다음과 같다.



10. 다음 집합을 원소나열법으로 나타낸 것은?
$\{x|x$는 10이하의 홀수$\}$

① $\{1,3\}$　② $\{1,3,5\}$

③ $\{1,3,5,7\}$　④ $\{1,3,5,7,9\}$

⑤ $\{1,3,5,7,9,10\}$

해설

$\{x|x$는 10이하의 홀수$\} = \{1,3,5,7,9\}$

11. 다음 중 집합의 원소가 <u>없는</u> 것은?

① $\{0\}$

② $\{x \mid x$는 4의 약수 중 홀수$\}$

③ $\{x \mid x$는 $3 \times x = -1$인 자연수$\}$

④ $\{x \mid x$는 $11 < x \leq 12$인 자연수$\}$

⑤ $\{x \mid x$는 $x \leq 1$인 자연수$\}$

해설

① $\{0\}$
② $\{1\}$
④ $\{12\}$
⑤ $\{1\}$

12. 두 집합 $A = \{1,\ 4,\ 7,\ 10,\ 11\}$, $B = \{1,\ 7,\ 9,\ 10,\ 12\}$ 일 때, $A \cup B$ 의 원소의 합을 구하여라.

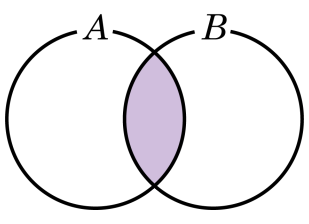
▶ 답:

▷ 정답: 54

해설

$A \cup B = \{1,\ 4,\ 7,\ 9,\ 10,\ 11, 12\}$ 이므로
원소의 합을 구하면 $1 + 4 + 7 + 9 + 10 + 11 + 12 = 54$

13. 두 집합 $A = \{x \mid x$는 30 이하의 3의 배수$\}$, $B = \{x \mid x$는 48의 약수$\}$ 일 때, 다음의 벤 다이어그램에서 색칠한 부분의 집합의 원소의 합을 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: 45

해설

조건제시법을 원소나열법으로 고쳐보면
$A = \{3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30\}$,
$B = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 48\}$ 이다.
벤 다이어그램을 이용하면 다음과 같다.

공통 부분의 원소는 $\{3, 6, 12, 24\}$ 이다.
따라서 색칠한 부분의 원소의 합은
$3 + 6 + 12 + 24 = 45$ 이다.

14. 두 집합 $A = \{2,\ 5,\ 8,\ 9,\ 10\}$, $B = \{5,\ 9,\ 10,\ 11,\ 13\}$ 에서 $A \cap X = X$, $B \cup X = B$ 를 만족하는 X 의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 8 개

해설

$A \cap X = X$ 에서 $X \subset A$,
$B \cup X = B$ 에서 $X \subset B$ 이므로
$X \subset A \cap B = \{5,\ 9,\ 10\}$
집합 X 는 $\{5,\ 9,\ 10\}$ 의 부분집합이다.
따라서 집합 X 의 개수는 $2^3 = 8$ (개)

15. $(A \cup B) \cap (A^c \cup B)$을 간단히 하여라.

▶ 답:

▷ 정답: B

해설

$(A \cup B) \cap (A^c \cup B) = (A \cap A^c) \cup B = \varnothing \cup B = B$

16. 다음 중에서 참인 명제는? (단, 문자는 실수이다.)

① $x^2 = 1$이면 $x^3 = 1$이다.

② $\sqrt{(-3)^2} = -3$

③ $|x| > 0$이면 $x > 0$이다.

④ $|x+y| = |x-y|$ 이면 $xy = 0$이다.

⑤ 대각선의 길이가 같은 사각형은 직사각형이다.

해설

① $x = -1$이면 $x^2 = 1$이지만 $x^3 = -1$ 이므로 거짓인 명제이다.
② $\sqrt{(-3)^2} = |-3| = 3$ 이므로 거짓인 명제이다.
③ $x = -2$이면 $|-2| = 2 > 0$ 이지만 $-2 < 0$이므로 거짓인 명제이다.
④ $|x+y| = |x-y|$의 양변을 제곱하면 $(x+y)^2 = (x-y)^2 \leftrightarrow x^2 + 2xy + y^2 = x^2 - 2xy + y^2 \leftrightarrow xy = 0$ 따라서, 참인 명제이다.
⑤ 등변사다리꼴은 대각선의 길이가 같지만 직사각형은 아니다. 따라서, 거짓인 명제이다.

17. 명제 '$p(x)$ 이면 $q(x)$ 이다'가 참일 때, 두 집합 $P=\{x \mid p(x)\}$, $Q=\{x \mid q(x)\}$ 사이의 관계로 다음 중 옳은 것은?

① $Q \subset P$　② $Q^c \subset P$　③ $P \subset Q^c$

④ $P \cup Q = P$　⑤ $P \subset Q$

해설

'$p(x)$ 이면 $q(x)$ 이다.'가 참일 때, 즉, $p \Rightarrow q$ 이면 진리집합의 포함관계는 $P \subset Q$

18. 명제 '이번 일요일에 체육 대회가 열리지 않으면, 그날 날씨는 맑지 않다.'의 대우는?

① 이번 일요일에 체육 대회가 열리면, 그날 날씨는 맑다.

② 이번 일요일에 날씨가 맑지 않으면, 그날 체육 대회는 열리지 않는다.

③ 이번 일요일에 날씨가 맑으면, 그날 체육 대회는 열린다.

④ 이번 일요일에 체육 대회가 열리지 않으면, 그날 날씨는 맑다.

⑤ 이번 일요일에 체육 대회가 열리면, 그날 날씨는 맑지 않다.

해설

명제 $p \rightarrow q$ 의 대우는 $\sim q \rightarrow \sim p$ 이다.

19. 집합 $A = \{0,\ 1,\ 2,\ 3,\ \{0,\ 1\},\ \varnothing\}$에 대하여 다음 중 옳지 않은 것은?

① $\varnothing \in A$　② $\{0,\ 1\} \in A$　③ $\{0,\ 3\} \subset A$

④ $\{0\} \in A$　⑤ $\varnothing \subset A$

해설

$\{0\} \subset A$

20. 집합 $A = \{2,\ 4,\ 8\}$ 에 대하여, 다음 중 $A \subset B$ 이고 $B \subset A$ 를 만족하는 집합 B 는?

① $B = \{x \mid x$는 8의 약수$\}$

② $B = \{x \mid x = 2^n,\ n = 1,\ 2,\ 3\}$

③ $B = \{x \mid x$는 10보다 작은 짝수$\}$

④ $B = \{x \mid x$는 2의 배수$\}$

⑤ $B = \{x \mid x$는 2 이상 8 이하의 자연수$\}$

해설

$A \subset B$ 이고, $B \subset A$ 이면 $A = B$ 이다.
따라서 보기 중 집합A 와 집합B 가 같은 것을 찾는다.
① $B = \{1,\ 2,\ 4,\ 8\}$
② $B = \{2,\ 4,\ 8\}$
③ $B = \{2,\ 4,\ 6,\ 8\}$
④ $B = \{2,\ 4,\ 6,\ 8,\ \cdots\}$
⑤ $B = \{2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6,\ 7,\ 8\}$

21. 집합 $A = \{x \mid x$는 20보다 작은 소수$\}$ 의 부분집합 중에서 한 자리의 자연수를 모두 포함하는 부분집합의 개수는?

① 4개 ② 10개 ③ 12개 ④ 16개 ⑤ 20개

해설

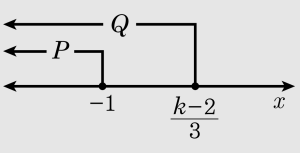
$A = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$ 의 부분집합 중 원소 $2, 3, 5, 7$ 을 모두 포함하는 부분집합의 개수는

$2^{8-4} = 2^4 = 16$ (개)

22. 명제 '$x \le -1$ 이면 $3x+2 \le k$ 이다.' 가 참일 때, 다음 중 상수 k 의 값으로 옳은 것은?

① -5 ② -4 ③ -3 ④ -2 ⑤ -1

해설



$p : x \le -1$, $q : 3x+2 \le k$ 라 하고, 조건 p, q 를 만족하는 집합을 각각 P, Q 라 할 때 명제 $p \to q$ 가 참이므로 $P \subset Q$ 이다.

$-1 \le \dfrac{k-2}{3}$, $-3 \le k-2$

$\therefore\ k \ge -1$

23. 두 명제 $p \to q$, $\sim r \to \sim q$가 모두 참일 때 다음 명제 중에서 반드시 참이라고 할 수 없는 것은?

① $q \to r$　② $p \to r$　③ $\sim q \to \sim p$

④ $r \to p$　⑤ $\sim r \to \sim p$

해설

$p \to q(T) \Rightarrow \sim q \to \sim p\,(T)$, $\sim r \to \sim q\,(T) \Rightarrow q \to r\,(T)$

$\therefore\ p \to q \to r\,(T) \Rightarrow p \to r\,(T)$

$\therefore \sim r \to \sim p\,(T)$

24. 다음 두 진술이 모두 참이라 할 때 다음 중 옳은 것은?

> ㉠ 수학을 잘하는 학생은 머리가 좋다.
>
> ㉡ 수학을 잘하는 학생은 물리 또는 컴퓨터를 잘한다.

① 수학을 잘하는 학생은 물리를 잘한다.

② 컴퓨터를 잘하는 학생은 머리가 좋다.

③ 머리가 좋은 학생은 물리를 잘 한다.

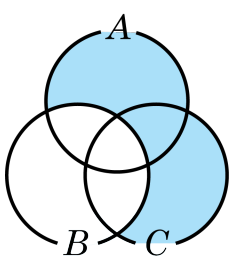
④ 컴퓨터를 잘 못하는 학생은 수학을 잘 못한다.

⑤ 물리와 컴퓨터를 잘 못하는 학생은 수학을 잘 못한다.

해설

p : 수학을 잘하는 학생, q : 머리가 좋다, r : 물리 또는 컴퓨터를 잘 한다.$p \Rightarrow q$, $p \Rightarrow r$에서 대우명제도 참이므로$\sim q \Rightarrow \sim p$에서 '머리가 좋지 않은 학생은 수학을 잘 못한다.'$\sim r \Rightarrow \sim p$에서 '물리와 컴퓨터를 잘 못하는 학생은 수학을 잘 못한다.'

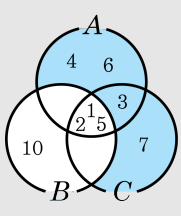
25. 다음 그림에서 색칠한 부분의 집합을 나타낸 것은?



① $(A \cap B) - C$ ② $(A \cap C) - B$ ③ $(A \cup B) - C$

④ $(A \cup C) - B$ ⑤ $(B \cup C) - A$

해설



색칠한 부분을 집합으로 나타내면 $(A \cup C) - B$ 이다.