

1. 다음 글은 청산이네 반의 학급회의 기록이다. 밑줄 친 내용 중 집합인 것의 번호를 고르면?

교내 체육 대회 때 장애물 달리기 선수는 ① 키가 작은 학생, 릴레이 선수는 ② 빠른 학생, 응원단장은 ③ 목소리가 큰 학생, 배구선수는 ④ 키가 큰 학생이 하기로 한다. 그리고, 줄다리기 는 ⑤ 학급인원 전체가 참석하기로 한다.

① 키가 작은 학생

② 빠른 학생

③ 목소리가 큰 학생

④ 키가 큰 학생

⑤ 학급인원 전체

해설

⑤ 학급인원 전체가 집합이다.

2. 10의 약수의 집합을 A 라고 할 때, 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

- ① $1 \in A$ ② $3 \in A$ ③ $4 \notin A$ ④ $5 \in A$ ⑤ $6 \in A$

해설

집합 A 의 원소는 1, 2, 5, 10 이므로 3, 4, 6은 집합 A 의 원소가 아니다. 따라서

② $3 \notin A$

⑤ $6 \notin A$ 이다.

3. 다음 중 집합이 될 수 없는 것은?

① $\{3, 6, 9, 12, \dots\}$

② 한글 자음의 모임

③ $\{x \mid x \text{는 } x \times 0 = 0 \text{을 만족하는 자연수}\}$

④ 키가 나보다 큰 사람들의 모임

⑤ 나보다 착한 학생의 모임

해설

⑤, '나보다 착한 학생'은 그 대상을 분명히 알 수 없으므로 집합이라고 할 수 없다.

4. 두 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 약수}\}$, $B = \{a, b, \{c, \emptyset\}\}$ 일 때, $n(A) + n(B)$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$A = \{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 약수}\} = \{1, 2, 3, 6\}$ 이므로
 $n(A) = 4$ 이고, $n(B) = 3$ 이므로 $n(A) + n(B) = 7$ 이다.

5. 다음 중 옳지 않은 것은?

① $A = \{x \mid x \text{는 } 9 \text{의 약수}\}$ 일 때, $n(A) = 3$

② $A \subset B$ 이면 $n(A \cap B) = n(B)$

③ $n(\{2, 3, 5\}) - n(\{10, 11, 12\}) = 0$

④ $A = \{1, 2, 4\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 5 \text{보다 작은 자연수}\}$ 일 때, $x \in A$ 이면 $x \in B$ 이다.

⑤ $\emptyset \in \{\emptyset\}$

해설

$$A \subset B \text{ 이면 } n(A \cap B) = n(A)$$

$$\text{또는 } A \supset B \text{ 이면 } n(A \cap B) = n(B)$$

6. 다음 중 부분집합의 개수가 8 개인 집합은?

① $\{0, 2\}$

② $\{\neg, \sqsubset\}$

③ $\{\emptyset, a, e\}$

④ $\{a, b, c, d, e\}$

⑤ $\{3, 6, 9, 12, \dots\}$

해설

① $2^2 = 4$ (개)

② $2^2 = 4$ (개)

③ $2^3 = 8$ (개)

④ $2^5 = 32$ (개)

⑤ 무수히 많다.

7. 다음 규칙에 따라 전광판은 불이 들어온다고 한다. 불이 켜진 전광판이 나타내는 숫자를 구하여라.

[규칙]

불이 들어오는 자리는 집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 의 부분집합 중 원소 1, 4를 반드시 포함하고, 원소 6을 포함하지 않는 부분집합이다.

$\{1, 4\}$	$\{3, 4\}$	$\{1, 2, 4\}$
$\{1, 3, 4\}$	$\{1, 4, 6\}$	$\{1, 2, 4, 5\}$
$\{1, 4, 5\}$	$\{1, 2, 3, 4\}$	$\{1, 3, 4, 5\}$
$\{2, 3, 4, 6\}$	$\{1, 2, 4, 6\}$	$\{1, 2, 3, 4, 5\}$

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

집합 A 의 부분집합 중 원소 1, 4를 반드시 포함하고 6을 포함하지 않는 부분집합을 구하면 $\{1, 4\}$, $\{1, 2, 4\}$, $\{1, 3, 4\}$, $\{1, 4, 5\}$, $\{1, 2, 3, 4\}$, $\{1, 2, 4, 5\}$, $\{1, 3, 4, 5\}$, $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ 이다. 다음 그림과 같이 전광판에 나타나는 숫자는 4이다.

8. 집합 $A = \{2, 4, 6, 8\}$ 의 부분집합 중 원소 6을 반드시 포함하고 원소의 개수가 4개인 부분집합은 몇 개인지 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 1 개

해설

$\{2, 4, 8\}$ 의 부분집합 중 원소의 개수가 3개인 것은 $\{2, 4, 8\}$ 의 1개이므로, 원소 6을 반드시 포함하고 원소의 개수가 4개인 A 의 부분집합은 $\{2, 4, 6, 8\}$ 의 1개이다.

9. 다음 보기 중 집합인 것은 모두 몇 개인가?

보기

- ㉠ 4 보다 작은 자연수의 모임
- ㉡ 피아노를 잘 치는 사람의 모임
- ㉢ 1 보다 크고 2 보다 작은 자연수의 모임
- ㉣ 7 의 배수의 모임
- ㉤ 수 30341 에 나타나 있는 숫자의 모임

① 1 개

② 2 개

③ 3 개

④ 4 개

⑤ 5 개

해설

㉡ ‘잘치는’ 이란 기준이 명확하지 않아 집합이 아니다.

10. 다음 중 옳은 것은?

① $n(\emptyset) = 1$

② $X = \{1, 2\}$ 이면 $n(X) = 3$

③ $n(\{x \mid x \text{는 } 5 \text{의 약수}\}) = 5$

④ $A = \{x \mid x \text{는 } 1 \text{보다 작은 자연수}\}, B = \{1, 3, 7\}$ 일 때,
 $n(A) + n(B) = 3$

⑤ $A = \{x \mid 6 \times x = 24, x \text{는 홀수}\}$ 일 때, $n(A) = 1$

해설

① $n(\emptyset) = 0$

② $X = \{1, 2\}$ 에서 $n(X) = 2$

③ $n(\{x \mid x \text{는 } 5 \text{의 약수}\}) = n(\{1, 5\}) = 2$

⑤ $A = \{x \mid 6 \times x = 24, x \text{는 홀수}\}$ 일 때, $n(A) = 0$

11. 두 집합 $A = \{x|x\text{는 } 6\text{의 약수}\}$, $B = \{x|x\text{는 } 18\text{의 약수}\}$ 에 대하여 다음 빈 칸에 알맞은 기호는?

$$A \square B$$

① $\subset$

② $\supset$

③ $\in$

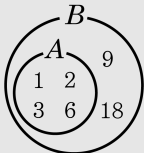
④ $\ni$

⑤ $=$

해설

$$A = \{1, 2, 3, 6\},$$

$$B = \{1, 2, 3, 6, 9, 18\}$$



12. 다음 중에서 옳지 않은 것을 모두 골라라.

㉠ $\{1, 2\} \subset \{1, 2, 3\}$

㉡ $\{a, b\} \in \{a, b, c\}$

㉢ $0 \subset \emptyset$

㉣ $\emptyset \in \{1, 2, 3\}$

㉤ $\emptyset \subset \{1\}$

㉥ $0 \subset \{0, 1, 2\}$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉢

▷ 정답 : ㉣

▷ 정답 : ㉥

해설

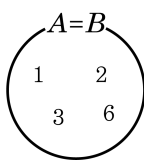
㉡ $\{a, b\} \subset \{a, b, c\}$

㉢ $\emptyset \subset \{0\}$

㉣ $\emptyset \subset \{1, 2, 3\}$

㉥ $0 \in \{0, 1, 2\}$

13. 다음 그림의 두 집합 A 와 B 의 관계가 옳은 것을 골라라.



㉠ $A \in B$

㉡ $A \subset B$

㉢ $B \subset A$

㉣ $A \neq B$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉡

▶ 정답 : ㉢

해설

두 집합 A, B 는 $A = B$ 이므로 $A \subset B$ 이고 $B \subset A$ 이다. ㉠에서 기호 $\in$ 는 원소의 포함관계이므로 옳지 않고, $A = B$ 이므로 ㉣도 옳지 않다.

14. 전체집합 U 의 세 부분집합 A, B, C 에 대하여 $A \subset B, A \cup C = U$ 를 만족할 때, 다음 중 성립하지 않은 것은?

① $B \cup C = U$

② $A^c \subset C$

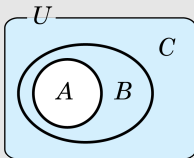
③ $B^c \subset C$

④ $A \cap B^c = \emptyset$

⑤ $A \cup B^c = U$

해설

$A \subset B, A \cup C = U$ 를 만족하는 집합 A, B, C 의 관계는 다음 벤 다이어그램과 같다. 이때, 집합 C 는 어두운 부분을 포함하는 U 의 부분집합이므로 $A \cup B^c = U$ 는 성립하지 않는다.



15. 2007의 약수 전체의 집합을 A , 자연수에서 홀수 전체의 집합을 B , 자연수에서 짝수 전체의 집합을 C 라 할 때, $(A \cap B) \cap C$ 와 같은 집합은?

① A

② B

③ C

④ $B \cap C$

⑤ $(A \cup B) \cap (A \cup C)$

해설

A, B, C 의 교집합은 공집합이 된다.

즉, B 와 C 의 교집합 역시 공집합이므로 답은 ④가 된다.

16. 다음 중 부분집합의 개수가 8 개가 아닌 것은?

① $\{a, b, c\}$

② $\{x \mid x \text{는 } 3 \text{ 이하의 자연수}\}$

③ $\{x \mid x \text{는 } 5 \text{ 이하의 홀수}\}$

④ $\{x \mid x \text{는 } 4 \text{의 약수}\}$

⑤ $\{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 보다 작은 짝수}\}$

해설

① $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ (개)

② $\{x \mid x \text{는 } 3 \text{ 이하의 자연수}\} = \{1, 2, 3\}$ 이므로 $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ (개)

③ $\{x \mid x \text{는 } 5 \text{ 이하의 홀수}\} = \{1, 3, 5\}$ 이므로 $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ (개)

④ $\{x \mid x \text{는 } 4 \text{의 약수}\} = \{1, 2, 4\}$ 이므로 $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ (개)

⑤ $\{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 보다 작은 짝수}\} = \{2, 4, 6, 8\}$ 이므로 $2^4 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$ (개)

17. 집합 $A = \{1, 2, \dots, n\}$ 의 부분집합 중에서 1 을 반드시 원소로 갖는 집합의 개수가 16 개일 때, 자연수 n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$2^{(1을 제외한 원소의 개수)} = 2^{n-1} = 16 = 2^4 \quad \therefore n = 5$$

18. 다음 집합 중에서 무한집합이 아닌 것을 모두 구하면?

① $\{x \mid x \text{는 자연수 부분이 1인 대분수}\}$

② $\{x \mid x \text{는 3보다 작은 3의 배수}\}$

③ $\{x \mid 2 < x < 5 \text{인 수}\}$

④ $\{x \mid 2 < x < 5 \text{인 정수}\}$

⑤ $\{x \mid x = 4n - 5, n \text{은 자연수}\}$

해설

① $\left\{1\frac{1}{2}, 1\frac{1}{3}, 1\frac{2}{3}, \dots\right\} \Rightarrow \text{무한집합}$

② $\emptyset \Rightarrow \text{유한집합}$

③ 무한집합

④ $\{3, 4\} \Rightarrow \text{유한집합}$

⑤ $\{-1, 3, 7, 11, \dots\} \Rightarrow \text{무한집합}$

19. 집합 $A = \{2, 4, 6, 8\}$ 의 부분집합을 B 라고 할 때, $n(B) = 2$ 인 집합 B 의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 6 개

해설

원 소 가 2 개 인 집 합 A 의 부 분 집 합 은 $\{2, 4\}$, $\{2, 6\}$, $\{2, 8\}$, $\{4, 6\}$, $\{4, 8\}$, $\{6, 8\}$ 이므로 모두 6 개 이다.

20. 두 집합 $A = \{3, a, a+2\}$, $B = \{3, 5, b\}$ 에 대하여, $A = B$ 일 때, 가능한 a, b 의 값은? (단, $a \neq b$)

① $a = 2, b = 3$

② $a = 3, b = 5$

③ $a = 4, b = 5$

④ $a = 5, b = 7$

⑤ $a = 6, b = 9$

해설

$A = B$ 이고, $5 \in B$ 이므로 $5 \in A$

$a = 5$ 또는 $a + 2 = 5$

(i) $a = 5$ 일 때,

$$A = \{3, 5, 7\}, B = \{3, 5, 7\} \quad \therefore b = 7$$

(i) $a + 2 = 5$ 일 때, $a = 3$

$$A = \{3, 3, 5\}, B = \{3, 5, 3\} \quad \therefore b = 3$$

(단 $a \neq b$) 이므로 성립할 수 없다.

따라서 가능한 a, b 의 값은 $a = 5, b = 7$ 이다.

21. 세 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 1 \text{을 제외한 } 4 \text{의 약수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 20 \text{ 이하의 짝수}\}$, $X = \{2, 4, 6, \dots, n\}$ 에 대하여 $A \subset X \subset B$ 일 때, n 의 최댓값과 최솟값의 차는?

① 12

② 16

③ 20

④ 24

⑤ 28

해설

$A \subset X \subset B$ 이므로, $A = X$ 일 때, n 이 최솟값을 갖고, $X = B$ 일 때, n 이 최댓값을 갖는다.

따라서 $A = \{2, 4\} = X$, $n = 4$ (최솟값)

$B = \{2, 4, 6, \dots, 20\} = X$, $n = 20$ (최댓값)

$\therefore 20 - 4 = 16$

22. 공집합이 아닌 두 집합 A, B 에 대하여 집합 A 의 부분집합의 개수가 집합 B 의 부분집합의 개수보다 8개 더 많을 때, $n(A) - n(B)$ 의 값을 구한 것은?

① 1

② 2

③ 3

④ 7

⑤ 9

해설

부분집합의 개수는 (2의 거듭제곱) 개이므로
2, 4, 8, 16, 32, 64, ... 이다.

이 중에서 차가 8인 두 수는 16과 8이다.

$$\therefore 2^{n(A)} = 16 = 2^4, 2^{n(B)} = 8 = 2^3$$

$$(\because n(A) > n(B))$$

$$\therefore n(A) = 4, n(B) = 3$$

$$4 - 3 = 1$$

23. 유리수 전체의 집합을 Q 라 하고 자연수 n 에 대하여 집합 $A_n = \{x | x \in Q, <x> -x = \frac{1}{n}\}$ 이라 할 때, 다음 중 참인 것은? (단, $<x>$ 는 x 보다 큰 수 중 최소인 정수이다.)

① $A_1 = \emptyset$

② $A_4 \subset A_2$

③ $n(A_3) = 2$

④ $-\frac{5}{3} \in A_3$

⑤ $A_2 \cap A_4 = \emptyset$

해설

$$A_1 : <x> -x = 1 \Rightarrow x = \text{정수}$$

$$\therefore A_1 = \{\dots -1, 0, 1 \dots\}$$

$$A_2 : <x> -x = \frac{1}{2} \Rightarrow x = n - \frac{1}{2} (n = \text{정수})$$

$$\therefore A_2 = \left\{ \dots -\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}, \frac{1}{2} \dots \right\}$$

$$A_3 : <x> -x = \frac{1}{3} \Rightarrow x = n - \frac{1}{3} (n = \text{정수})$$

$$\therefore A_3 = \left\{ \dots -\frac{4}{3}, -\frac{1}{3}, \frac{2}{3} \dots \right\}$$

$$A_4 : <x> -x = \frac{1}{4} \Rightarrow x = n - \frac{1}{4} (n = \text{정수})$$

$$\therefore A_4 = \left\{ \dots -\frac{5}{4}, -\frac{1}{4}, \frac{3}{4} \dots \right\}$$

㉠ $A_1 \neq \emptyset$

㉡ $A_4 \not\subset A_2$

㉢ A_3 은 무한집합이므로 $n(A_3) \neq 2$

㉣ $-\frac{5}{3} \notin A_3$

㉤ $A_2 \cap A_4 = \emptyset$

24. 집합 $S = \{\emptyset, 0, 1, \{1, 2\}\}$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

① $0 \in S$

② $\{0, 2\} \notin S$

③ $\emptyset \subset S$

④ $\{1, 2\} \in S$

⑤ $\{\emptyset\} \in S$

해설

집합 S 의 원소는 $\emptyset, 0, 1, \{1, 2\}$ 이다.

① $0 \in S \rightarrow 0$ 은 집합 S 의 원소이므로 옳다.

② $\{0, 2\} \notin S \rightarrow 2$ 는 집합 S 의 원소가 아니므로 0 과 2 로 이루어진 집합은 S 의 부분집합이 될 수 없다. 따라서 $\{0, 2\} \notin S$ 는 옳다.

③ $\emptyset \subset S \rightarrow \emptyset$ 는 집합 S 의 원소이지만 공집합($\emptyset$)는 모든 집합의 부분집합이므로 옳다.

④ $\{1, 2\} \in S \rightarrow \{1, 2\}$ 는 집합 S 의 원소이므로 옳다.

⑤ $\{\emptyset\} \in S \rightarrow \{\emptyset\}$ 은 집합 S 의 원소가 아니므로 옳지 않다.

25. x 의 다항식 $f(x)$, $g(x)$ 에 대해 $A = \{x \mid f(x) - g(x) = 0\}$, $B = \{x \mid f(x) = 0, g(x) = 0\}$, $C = \{x \mid \{f(x)\}^2 - \{g(x)\}^2 = 0\}$ 일 때, 다음 중 세 집합 A , B , C 사이의 포함 관계로 옳은 것을 고르면?

① $A \subset B \subset C$

② $A \subset C \subset B$

③ $B \subset A \subset C$

④ $B \subset C \subset A$

⑤ $C \subset B \subset A$

해설

$$A = \{x \mid f(x) - g(x) = 0\} = \{x \mid f(x) = g(x)\}$$

$$B = \{x \mid f(x) = 0, g(x) = 0\}$$

$$= \{x \mid f(x) = g(x) = 0\}$$

$$\therefore B \subset A \quad \cdots \textcircled{\text{㉠}}$$

$$C = \{x \mid \{f(x)\}^2 - \{g(x)\}^2 = 0\}$$

$$= \{x \mid f(x) = g(x) \text{ 또는 } f(x) = -g(x)\}$$

$$\therefore A \subset C \quad \cdots \textcircled{\text{㉡}}$$

$$\textcircled{\text{㉠}}, \textcircled{\text{㉡}} \text{에서 } B \subset A \subset C$$