

1. 다음 두 점 $(-3, 2), (-3, -3)$ 을 지나는 직선의 방정식은?

① $y = 1$

② $y = 2$

③ $y = -3$

④ $x = 2$

⑤ $x = -3$

해설

$x = -3$ 인 직선이 된다.

2. 두 직선 $2x + ay + 1 = 0$, $x + (a - 3)y - 4 = 0$ 이 평행할 때, 실수 a 의 값은?

① -6

② -3

③ 2

④ 3

⑤ 6

해설

두 직선이 평행하므로

$$\frac{2}{1} = \frac{a}{a-3} \neq -\frac{1}{4}$$

$$\therefore 2a - 6 = a, a \neq \frac{3}{5} \text{에서 } a = 6$$

3. 두 점 $A(-2, -3)$, $B(2, 1)$ 을 지나는 직선에 평행하고, 점 $(2, 1)$ 을 지나는 직선의 방정식은?

① $y = x + 1$

② $y = x - 1$

③ $y = -x + 1$

④ $y = -x - 1$

⑤ $y = x$

해설

기울기가 m 이고, 점 (x_1, y_1) 을 지나는 직선의 방정식은 $y - y_1 = m(x - x_1)$

두 점 $A(-2, -3)$, $B(2, 1)$ 을 지나는 직선의 기울기가

$$\frac{1 - (-3)}{2 - (-2)} = 1 \text{ 이므로,}$$

구하는 직선의 방정식은

$$y - 1 = 1 \cdot (x - 2)$$

$$\therefore y = x - 1$$

4. 세 점 $A(-1, 1)$, $B(2, -3)$, $C(k, k-1)$ 이 같은 직선위에 있도록 상수 k 의 값을 구하면?

① $\frac{1}{7}$

② $\frac{2}{7}$

③ $\frac{3}{4}$

④ $-\frac{4}{3}$

⑤ $\frac{3}{5}$

해설

세 점이 같은 직선 위에 있으려면 기울기가 일치해야 한다.

$\Rightarrow \overline{BC}$ 의 기울기 = \overline{AB} 의 기울기

$$\Rightarrow \frac{k-1+3}{k-2} = \frac{-3-1}{2-(-1)}$$

$$\Rightarrow k = \frac{2}{7}$$

5. 점 P(1, 2) 에서 직선 $2x + y - 3 = 0$ 에 내린 수선의 발을 H 라할 때, 수선 PH 의 길이는?

① $\frac{\sqrt{5}}{5}$

② $\frac{\sqrt{3}}{3}$

③ $4\sqrt{2}$

④ 2

⑤ 3

해설

(\overline{PH} 의 길이)

= (점 P(1, 2) 와 직선 $2x + y - 3 = 0$ 과의 거리)

$$\therefore \overline{PH} = \frac{|2 + 2 - 3|}{\sqrt{4 + 1}} = \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$$

6. 세 점 A(2, 2), B(4, -3), C(2, 3)에서 점 A를 지나고 $\triangle ABC$ 의 넓이를 이등분하는 직선의 방정식은?

① $y = 2x + 6$

② $y = 2x - 6$

③ $y = -2x + 6$

④ $y = -2x - 6$

⑤ $y = -x + 6$

해설

중선은 삼각형의 면적을 이등분하므로 BC의 중점 M을 구하면 (3, 0)이다. 따라서, A(2, 2)와 M(3, 0)을 지나는 직선의 방정식을 구하면

$$y - 2 = \frac{0 - 2}{3 - 2}(x - 2), \quad y - 2 = -2(x - 2)$$

$$\therefore y = -2x + 6$$

7. 서로 평행한 두 직선 $2x + y = 1$, $2x + y = a$ 사이의 거리가 $\sqrt{5}$ 일 때, 양수 a 의 값을 구하면?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

두 직선이 평행하므로 한 직선의 임의의 점에서 나머지 직선까지의 거리를 계산하면 된다.

$$2x + y = 1 \text{ 의 } (0, 1)$$

$$\frac{|2 \times 0 + 1 \times 1 - a|}{\sqrt{2^2 + 1^2}} = \sqrt{5}$$

$$|1 - a| = 5$$

$$\therefore a = 6 (\because a > 0)$$

8. 점 A(6, 2)와 직선 $x + 2y - 2 = 0$ 위를 움직이는 점 P가 있다. \overline{AP} 를 1 : 3으로 내분하는 점의 자취는?

- ① $x - 2y - 8 = 0$ ② $x + 2y - 8 = 0$ ③ $x - 2y + 8 = 0$
④ $x + 2y + 8 = 0$ ⑤ $x - 2y = 0$

해설

P (a, b)라 하면 $a + 2b - 2 = 0 \dots \textcircled{7}$

\overline{AP} 의 1 : 3 내분점을 Q (x, y)라 하면

$$Q(x, y) = \left(\frac{a + 18}{1 + 3}, \frac{b + 6}{1 + 3} \right)$$

$$x = \frac{a + 18}{1 + 3}, y = \frac{b + 6}{1 + 3}$$

$$a = 4x - 18, b = 4y - 6$$

⑦에 대입하면,

$$4x - 18 + 2(4y - 6) - 2 = 0 \Rightarrow x + 2y - 8 = 0$$

9. 점 $A(-2, 1)$, $B(4, 4)$ 를 이은 선분 AB 를 $2 : 1$ 로 내분하는 점을 지나 AB 에 수직인 직선의 방정식을 l 이라고 할 때, 점 $(1, 0)$ 에서 직선 l 에 이르는 거리는?

① $\sqrt{2}$

② $\sqrt{3}$

③ 2

④ $\sqrt{5}$

⑤ $\sqrt{6}$

해설

선분 AB 의 내분점의 좌표

$$M\left(\frac{2 \times 4 + 1 \times (-2)}{2 + 1}, \frac{2 \times 4 + 1 \times 1}{2 + 1}\right) = (2, 3)$$

직선 AB 의 기울기는 $\frac{4 - 1}{4 - (-2)} = \frac{1}{2}$

그러므로 직선 l 은 기울기가 -2 이고

$(2, 3)$ 을 지나므로 $l : y - 3 = -2(x - 2)$

$$\therefore 2x + y - 7 = 0$$

따라서 $(1, 0)$ 으로부터 직선 l 까지의 거리는

$$\frac{|2 \cdot 1 + 0 - 7|}{\sqrt{5}} = \frac{5}{\sqrt{5}} = \sqrt{5}$$

10. 두 직선 $x-y+1=0$, $x-2y+3=0$ 의 교점을 지나고, 원점에서부터의 거리가 1 인 직선의 방정식을 $ax+by+c=0$ 이라고 할 때, $a+b+c$ 의 값은?

① -2

② -1 또는 2

③ 4

④ -2 또는 4

⑤ 0 또는 4

해설

두 직선 $x-y+1=0$, $x-2y+3=0$

의 교점을 지나는 직선의 방정식은

$x-2y+3+k(x-y+1)=0$ 으로

나타낼 수 있다. 이 식을 정리하면

$(1+k)x+(-2-k)y+(3+k)=0 \dots ①$

원점에서 이 직선까지의 거리가 1 이므로

$$\frac{3+k}{\sqrt{(1+k)^2+(-2-k)^2}}=1$$

양변에 제곱하여 정리하면

$$(3+k)^2=(1+k)^2+(-2-k)^2, k^2=4$$

$$\therefore k=\pm 2$$

이것을 ①에 대입하여 정리하면

$$3x-4y+5=0 \text{ 또는 } x-1=0$$

따라서 $a+b+c$ 는 0 또는 4