

1. 전체집합  $U$  에서 두 조건  $p, q$  를 만족하는 집합을 각각  $P, Q$  라 한다.  
 $\sim p \rightarrow \sim q$  가 참일 때, 다음 중 항상 옳은 것은?

①  $P \cup Q = U$

②  $P \cap Q = \emptyset$

③  $Q \subset P$

④  $P \subset Q$

⑤  $P = Q$

해설

$\sim p \rightarrow \sim q$  이 참이면  $P^c \subset Q^c \Leftrightarrow P \supset Q$

해설

$\sim p \rightarrow \sim q$  이 참이면 대우인  $q \rightarrow p$  가 참  
따라서  $Q \subset P$

2. 명제 ' $x$ 가 소수이면  $x$ 는 홀수이다.'는 거짓이다. 다음 중 반례로 알맞은 것은?

① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

해설

$x = 2$ 인 경우에는 소수이지만 짝수이다.

3. 다음 중  $p$ 가  $q$ 이기 위한 필요조건이 되는 것은? (단,  $x, y, z, a$ 는 실수)

①  $p : x = 1, q : x^2 - 3x + 2 = 0$

②  $p : 0 < x < 1, q : x < 2$

③  $p : a > 3, q : a^2 > 9$

④  $p : xz = yz, q : x = y$

⑤  $p : a$ 는 4의 배수,  $q : a$ 는 2의 배수

해설

$$p : xz = yz, \quad q : x = y$$

$$P : xz - yz = (x - y)z = 0,$$

$$\therefore x = y \text{ or } z = 0$$

$$Q : x = y$$

$$\therefore P \supset Q \rightarrow p \leftarrow q$$

4. 두 조건  $p, q$  를 만족하는 집합을 각각  $P, Q$  라 할 때,  $P = \{a^2, 1\}$ ,  $Q = \{a, 1\}$  이다.  $p$  가  $q$  이기 위한 필요충분조건일 때, 상수  $a$  의 값은?

① -1

② 0

③ 1

④ -1 또는 0

⑤ 0 또는 1

#### 해설

$p$  는  $q$  이기 위한 필요충분조건이므로

$$P = Q$$

$$\{a^2, 1\} = \{a, 1\}$$

$$a^2 = a \text{ 또는 } a^2 = 1$$

$$a = 0, 1 \text{ 또는 } a = -1, 1$$

이 때,  $a = -1$  이면  $\{1, 1\} = \{-1, 1\}$  이 되어 모순이므로  $a$  는 0 또는 1이다.

5. 두 집합  $P, Q$  는 각각 조건  $p, q$  를 만족하는 원소들의 집합이고, 두 집합  $P, Q$  에 대하여  $P - (P - Q) = P$  가 성립할 때, 다음 중 옳은 것은?

- ①  $p$  는  $q$  이기 위한 충분조건이다.
- ②  $p$  는  $q$  이기 위한 필요조건이다.
- ③  $p$  는  $q$  이기 위한 필요충분조건이다.
- ④  $p$  는  $q$  이기 위한 충분조건 또는 필요조건이다.
- ⑤  $p$  는  $q$  이기 위한 아무조건도 아니다.

해설

$$\begin{aligned} P - (P - Q) &= P - (P \cap Q^c) = P \cap (P \cap Q^c)^c \\ &= P \cap (P^c \cup Q) = (P \cap P^c) \cup (P \cap Q) = P \cap Q = P \text{ 이므로} \\ P &\subset Q \text{ 이고 } p \Rightarrow q \text{ 이므로 } p \text{ 는 } q \text{ 이기 위한 충분조건이다.} \end{aligned}$$

6. 다음은 자연수  $n$  에 대하여 명제 ‘ $n^2$  이 3 의 배수이면  $n$  도 3 의 배수이다.’ 를 증명한 것이다.

주어진 명제의 대우를 구하면 ‘ $n$  이 3 의 배수가 아니면  $n^2$  도 (가)’ 이다.  $n$  이 3 의 배수가 아니므로  $n = 3m \pm$  (나) ( $m$  은 자연수) 에서  $n^2 = 9m^2 \pm 6m + 1 = 3(3m^2 \pm 2m) + 1$  따라서,  $3m^2 \pm 2m$  이 (다) 이므로  $n^2$  은 (라) 그러므로 대우가 (마) 이므로 주어진 명제도 (마) 이다.

위

의 과정에서 빈칸에 들어갈 수나 식이 잘못 연결된 것은?

- ① (가) 3 의 배수가 아니다.      ② (나) 1  
 ③ (다) 자연수      ④ (라) 3 의 배수이다.  
 ⑤ (마) 참

#### 해설

주어진 명제의 대우는 ‘ $n$  이 3 의 배수가 아니면  $n^2$  도 3 의 배수가 아니다’ 이다.  $n$  이 3 의 배수가 아니므로  $n = 3m \pm$  1 ( $m$  은 자연수) 에서  $n^2 = 9m^2 \pm 6m + 1 = 3(3m^2 \pm 2m) + 1$  따라서,  $3m^2 \pm 2m$  이 자연수 이므로  $n^2$  은 3 의 배수가 아니다. 그러므로 대우가 참 이므로 주어진 명제도 참 이다.

7. 전체집합  $U$ 의 두 부분집합  $A, B$ 에 대하여 세 조건  $p, q, r$ 이 다음과 같다.

$$p : (A - B) \cup (B - A) = \emptyset$$

$$q : A = B$$

$$r : A \cup B = B$$

이 때, 조건  $p$ 는 조건  $q$ 이기 위한 ㉠조건이고, 조건  $q$ 는 조건  $r$ 이기 위한 ㉡조건이다. ㉠, ㉡에 알맞은 것을 순서대로 적은 것은?

① 필요, 충분

② 필요충분, 필요

③ 필요, 필요

④ 필요충분, 충분

⑤ 충분, 필요

해설

$(A - B) \cup (B - A) = \emptyset \leftrightarrow A - B = \emptyset, B - A = \emptyset \leftrightarrow A \subset B, B \subset A$   
 $\leftrightarrow A = B \therefore p \leftrightarrow q$  이므로

㉠: 필요충분조건

$A \cup B = B \leftrightarrow A \subset B$  이고  $A = B \Rightarrow A \subset B$  (역은 성립하지 않는다.)

$\therefore q \Rightarrow r$  이므로 ㉡: 충분조건

8. 좌표평면 위의 점 A(3, 2) 를 지나는 직선  $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$  ( $a > 0, b > 0$ ) 이  $x$  축,  $y$  축과 만나는 점을 각각 B, C 라 할 때,  $\triangle OBC$  의 넓이의 최솟값은? (단, O는 원점이다.)

① 6

② 8

③ 10

④ 12

⑤  $2\sqrt{6}$

해설

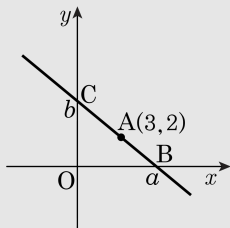
$\triangle OBC$  의 넓이를

$S$  라 하면

$$S = \frac{1}{2}ab, \quad A(3, 2)$$

는 직선  $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$  위의 점이므로

로



$$1 = \frac{3}{a} + \frac{2}{b} \geq 2\sqrt{\frac{3}{a} \times \frac{2}{b}} = 2\sqrt{\frac{3}{S}}$$

$$\text{양변을 제곱하면 } 1 \geq \frac{12}{S} \quad \therefore S \geq 12$$

따라서  $\triangle OBC$  의 넓이의 최솟값은 12 이다.



9. A, B, C 세 학생 중 한 명이 지각을 하였다. 다음은 누가 지각을 했는가에 대한 서로의 주장이다.

A: 내가 지각을 하였다.

B: A의 말은 진실이다.

C: B는 거짓말을 하였고, B가 지각하였다.

세 사람 중 한 사람만이 진실을 말하고 있다고 할 때, 위의 진술에서 진실을 말하고 있는 학생과 지각을 한 학생을 차례대로 나열하면?

① A, A

② A, B

③ B, C

④ C, A

⑤ C, B

#### 해설

- (i) A가 진실을 말한 경우 B는 거짓말을 한 것이었고 A의 말이 진실이 아닌 것이 되어 모순이다.
- (ii) B가 진실을 말한 경우 A는 거짓말을 한 것이고, 이는 B의 말과 모순이다.
- (iii) C가 진실을 말한 경우 A, B는 모두 거짓말을 하였고, B가 지각하였다.

따라서, 진실을 말한 학생은 C이고, 지각한 학생은 B이다.

10. 실수  $a, b, c$ 에 대하여  $a + b + c = 2$ ,  $a^2 + b^2 + c^2 = 4$ 가 성립할 때, 실수  $c$ 의 최솟값과 최댓값의 합을 구하면?

①  $\frac{1}{3}$

②  $\frac{2}{3}$

③ 1

④  $\frac{4}{3}$

⑤  $\frac{5}{3}$

해설

$$a + b + c = 2 \Rightarrow a + b = 2 - c$$

$$a^2 + b^2 + c^2 = 4 \Rightarrow a^2 + b^2 = 4 - c^2$$

코시-슈바르츠 부등식에 의해

$$(1^2 + 1^2)(a^2 + b^2) \geq (a + b)^2$$

$$2(4 - c^2) \geq (2 - c)^2$$

$$8 - 2c^2 \geq 4 - 4c + c^2$$

$$3c^2 - 4c - 4 \leq 0$$

$$(c - 2)(3c + 2) \leq 0,$$

$$-\frac{2}{3} \leq c \leq 2$$

$$\therefore c \text{의 최댓값} : 2, \text{ 최솟값} : -\frac{2}{3}$$

$$\text{합} : 2 + \left(-\frac{2}{3}\right) = \frac{4}{3}$$