

1. 다음 문장 중 명제인 것을 모두 고르면?

① 4는 12의 약수이다.

② $x + y = 10$ 이다.

③ $|-3| = -3$

④ $x = 2$ 일 때, $x - 1 > 0$

⑤ x 는 무리수이다.

해설

① 참, ③ 거짓, ④ 참

따라서 명제는 ①, ③, ④

2. 다음 문장 중 명제인 것을 모두 고르면?

① 북한산은 아름답다.

② 미국의 수도는 뉴욕이다.

③ 거짓말은 나쁘다.

④ 우리나라의 미래는 청소년에게 달렸다.

⑤ 세계에서 가장 긴 강은 나일강이다.

해설

② 거짓, ⑤ 참
따라서 명제는 ②, ⑤ 이다.

3. 다음 중 명제를 모두 고르면?

㉠ $2 + 2 = 4$

㉡ $x + 8 = x - 5$

㉢ $3x - 1 = 10$

㉣ $x + 2x > 6$

① ㉠

② ㉡

③ ㉠, ㉡

④ ㉡, ㉢

⑤ ㉢, ㉣

해설

명제는 참, 거짓이 명확해야 한다.

㉠ 참, ㉡ 거짓

㉢, ㉣ 미지수 x 의 값에 따라 참이 되기도 하고 거짓이 되기도 하므로 명제가 아니다.

4. 실수 x, y 에 대하여 조건 ' $|x| + |y| = 0$ ' 의 부정과 같은 것은?

① $x = y = 0$

② $x = y \neq 0$

③ $x \neq 0$ 이고 $y \neq 0$

④ x, y 중 적어도 하나는 0 이다.

⑤ x, y 중 적어도 하나는 0 이 아니다.

해설

$|x| + |y| = 0$ 의 부정은 $|x| + |y| \neq 0$ 이다.

따라서, $x \neq 0$ 또는 $y \neq 0$ 이므로 x, y 중 적어도 하나는 0 이 아니다.

5. 실수 x, y, z 에 대하여 조건 ' $x^2 + y^2 + z^2 = 0$ ' 의 부정과 서로 같은 것은?

① $x = y = z = 0$

② $x = 0$ 또는 $y = 0$ 또는 $z = 0$

③ $x \neq 0$ 이고 $y \neq 0$ 이고 $z \neq 0$

④ $x \neq 0$ 또는 $y \neq 0$ 또는 $z \neq 0$

⑤ $x \neq 0$ 이고 $y = 0$ 이고 $z = 0$

해설

$x^2 + y^2 + z^2 = 0$ 의 부정은 $x^2 + y^2 + z^2 \neq 0$ 이다.

$\therefore x \neq 0$ 또는 $y \neq 0$ 또는 $z \neq 0$

6. 조건 $x < 1$ 또는 $x > 2$ 의 부정은?

① $x < 1$ 그리고 $x > 2$

② $x \leq 1$ 또는 $x \geq 2$

③ $x \geq 1$ 또는 $x \leq 2$

④ $x \leq 1$ 그리고 $x \geq 2$

⑤ $1 \leq x \leq 2$

해설

$x < 1$ 또는 $x > 2$ 의 부정은 $1 \leq x \leq 2$ 이다.

7. 「모든 중학생은 고등학교에 진학한다」의 부정인 명제는?

- ① 고등학교에 진학하는 중학생은 없다.
- ② 어떤 중학생은 고등학교에 진학한다.
- ③ 중학생이 아니면 고등학교에 진학하지 않는다.
- ④ 모든 중학생은 고등학교에 진학하지 않는다.
- ⑤ 어떤 중학생은 고등학교에 진학하지 않는다.

해설

부정이란 ‘ p 이면 q 이다’가 ‘ p 이면 q 가 아니다’이고, ‘모든’의 부정은 ‘어떤’이므로 ‘모든 중학생은(p) 고등학교에 진학한다(q)’의 부정은 ‘어떤 중학생은 고등학교에 진학하지 않는다’이다.

8. x, y, z 가 실수일 때, 조건 $(x-y)^2 + (y-z)^2 = 0$ 의 부정과 동치인 것은?

① $(x-y)(y-z)(z-x) \neq 0$

② x, y, z 는 서로 다르다.

③ $x \neq y$ 이고 $y \neq z$

④ $(x-y)(y-z)(z-x) > 0$

⑤ x, y, z 중에 적어도 서로 다른 것이 있다.

해설

$(x-y)^2 + (y-z)^2 = 0$ 이면 $x = y = z$ 이므로 이것의 부정은
 $x \neq y$ 또는 $y \neq z$ 또는 $z \neq x$

즉, x, y, z 중에 적어도 서로 다른 것이 있다.

9. $a, b, c \in R$ 일 때, 조건 $a = b = c$ 의 부정을 바르게 말한 것은?

- ① a, b, c 는 모두 다르다.
- ② a, b, c 는 모두 다르지 않다.
- ③ a, b, c 중에는 같은 수가 있다.
- ④ a, b, c 중에는 0이 아닌 수가 있다.
- ⑤ a, b, c 중에는 다른 두 수가 있다.

해설

① : $a = b = c \Rightarrow a = b$ 이고, $b = c$ 이고, $c = a$ 이다.

부정 : $a \neq b$ 또는 $b \neq c$ 또는 $c \neq a \Rightarrow a, b, c$ 중에는 다른 두 수가 있다.

10. 전체집합 $U = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ 에 대하여 조건 $x^2 - 2 > 0$ 의 진리집합은?

① $\emptyset$

② $\{0, 1\}$

③ $\{3, 4, 5\}$

④ $\{2, 3, 4, 5\}$

⑤ U

해설

주어진 조건 $x^2 - 2 > 0$ 에

$x = 0$ 을 대입하면 $0 - 2 > 0$ (거짓)

$x = 1$ 을 대입하면 $1 - 2 > 0$ (거짓)

$x = 2$ 를 대입하면 $4 - 2 > 0$ (참)

$x = 3$ 을 대입하면 $9 - 2 > 0$ (참)

$x = 4$ 를 대입하면 $16 - 2 > 0$ (참)

$x = 5$ 를 대입하면 $25 - 2 > 0$ (참)

따라서 구하는 진리집합은 $\{2, 3, 4, 5\}$

11. 두 조건 p, q 를 만족하는 집합을 각각 P, Q 라고 할 때, ' p 또는 $\sim q$ '를 만족하는 집합을 구하면?

① $P - Q$

② $Q - P$

③ $P^c \cup Q$

④ $P \cup Q^c$

⑤ $P \cap Q^c$

해설

조건 $\sim q$ 를 만족하는 집합이 Q^c 이므로 ' p 또는 $\sim q$ '를 만족하는 집합은 $P \cup Q^c$ 이다.

12. 전체집합 $U = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ 에서 두 조건 $p : x^2 = 3x$, $q : x \geq 2$ 에 대하여 조건 ' p 이고 $\sim q$ '를 만족하는 집합은?

① $\{0\}$

② $\{1\}$

③ $\{3\}$

④ $\{0, 1\}$

⑤ $\{3, 5\}$

해설

p, q 를 만족하는 집합을 각각 P, Q 라 하면

$$P = \{0, 3\}, Q = \{2, 3, 4, 5\}$$

' p 이고 $\sim q$ ' 를 만족하는 집합은 $P \cap Q^c$

$$\therefore P \cap Q^c = P - Q = \{0\}$$

13. 다음 명제 중에서 그 부정이 참인 것을 모두 고르면?

① $2 < \sqrt{6} \leq 3$

② 2는 소수가 아니다.

③ $2 > 3$ 또는 $3 \leq 5$

④ $2 \leq \sqrt{3} < 3$

⑤ 24는 4와 6의 공배수이다.

해설

거짓인 명제의 부정은 참이므로 거짓인 명제를 찾으면 된다. ①, ③, ⑤는 참인 명제이고, 2는 소수이고 $\sqrt{3} = 1.7\cdots$ 이므로 ②, ④는 거짓인 명제이다.

14. 다음 중 거짓인 명제는?

① 직사각형은 사다리꼴이다.

② $x > 3$ 이면 $x > 5$ 이다.

③ $a = b$ 이면 $a^3 = b^3$ 이다.

④ x 가 4의 배수이면 x 는 2의 배수이다.

⑤ $(x - 3)(y - 5) = 0$ 이면 $x = 3$ 또는 $y = 5$ 이다.

해설

반례 : $x = 4$

15. 다음 중 참인 명제는? (단, 문자는 모두 실수이다.)

① $a < b$ 이면 $a + c > b + c$

② $a < b$ 이면 $a - c > b - c$

③ $a < b$ 이고 $c > 0$ 이면 $ac > bc$

④ $a < b$ 이고 $c > 0$ 이면 $\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$

⑤ $ac < bc$ 이면 $a > b$

해설

실수의 대소 관계에는 다음과 같은 성질이 있다.

i) 임의의 두 실수 a, b 에 대하여 $a > b$, $a = b$, $a < b$ 중에서 어느 하나만이 성립한다.

ii) $a > b$, $b > c$ 이면 $a > c$

iii) $a > b$ 이면 $a \pm c > b \pm c$

iv) $a > b$, $c > 0$ 이면 $ac > bc$

v) $a > b$, $c < 0$ 이면 $ac < bc$

따라서 참인 것은 ④이다.

16. 세 조건 p, q, r 에 대하여 항상 옳은 것은?

$$p : x > 2, \quad q : x < 3, \quad r : 2 < x < 3$$

① $p \Rightarrow q$

② $\sim p \Rightarrow r$

③ $\sim q \Rightarrow r$

④ $q \Rightarrow r$

⑤ $\sim p \Rightarrow \sim r$

해설

p, q, r 을 만족하는 집합을 각각 P, Q, R 이라 하면 $R \subset P, R \subset Q$
이므로 $r \rightarrow p, r \rightarrow q$

$\therefore$ 대우 : $\sim p \Rightarrow \sim r, \sim q \Rightarrow \sim r$

17. 두 조건 p, q 가 다음과 같을 때, 항상 참인 명제는?

$$p : 2x - 3 \geq 1 \quad q : |x| < 2$$

① $p \rightarrow q$

② $q \rightarrow p$

③ $\sim p \rightarrow q$

④ $q \rightarrow \sim p$

⑤ $\sim q \rightarrow \sim p$

해설

$$P : x \geq 2, Q : -2 < x < 2$$

$$P \subset Q^c \leftrightarrow Q \subset P^c$$

$$\therefore p \rightarrow \sim q(\text{참}) \leftrightarrow q \rightarrow \sim p(\text{참})$$

18. 다음 명제 중 참인 것은? (단, x, y, z 는 실수이다.)

① $xz = yz$ 이면 $x = y$ 이다.

② $x + y > 0, xy > 0$ 이면 $x > 0$ 이고 $y > 0$ 이다.

③ x 가 3 의 배수이면 x 는 9 의 배수이다.

④ $x^2 + y^2 \neq 0$ 이면 $x \neq 0$ 이고 $y \neq 0$ 이다.

⑤ 삼각형 ABC 가 이등변삼각형이면 정삼각형이다.

해설

② $xy > 0$ 이면, x 와 y 의 부호가 같다는 것인데 $x + y > 0$ 이려면 둘 다 양수여야 하므로 참이다.

19. 집합 $A = \{x \mid -1 \leq x \leq 1, x \text{는 정수}\}$ 에 대하여 $a \in A, b \in A$ 일 때, 다음 중 참인 명제는?

- ① 임의의 a 에 대하여 $a^2 > 0$ 이다.
- ② $a^2 - 1 = 0$ 을 만족하지 않는 a 가 있다.
- ③ 모든 a, b 에 대하여 $a^2 + b^2 = 1$ 을 만족한다.
- ④ 모든 a, b 에 대하여 $a + b > 2$ 이다.
- ⑤ $|a| = |b|$ 이면 $ab = 1$ 이다.

해설

- ① $a = 0$ 이면 $a^2 = 0$ 이므로 거짓이다.
- ② $a = 0$ 이면 $a^2 = 0$ 이므로 참이다.
- ③ $a = 1, b = 1$ 이면 $a^2 + b^2 = 2$ 이므로 거짓이다.
- ④ $a = 0, b = 0$ 이면 $a + b = 0$ 이므로 거짓이다.
- ⑤ $a = 1, b = -1$ 이면 $|a| = |b| = 1$ 이지만 $ab = -1$ 이므로 거짓이다.

20. 다음 중 참인 명제는?

① 2 는 홀수이다.

② $\sqrt{2}$ 는 유리수이다.

③ 99 는 100 보다 작다.

④ $\emptyset$ 은 무한집합이다.

⑤ 모든 실수 x 에 대하여 $x^2 > 0$ 이다.

해설

③ 99는 100보다 작은 것이 사실이므로 참이다.

21. 다음 중 ‘모든 평화고등학교 학생들은 평화시에 살고 있다.’의 부정인 명제를 고르면?

- ① 평화시에 살고 있지 않으면 평화고등학교 학생이 아니다.
- ② 평화시에 사는 학생은 평화고등학교 학생이다.
- ③ 모든 평화고등학교 학생들은 평화시에 살고 있지 않다.
- ④ 평화시에 살고 있지 않은 평화고등학교 학생이 적어도 한명은 있다.
- ⑤ 어떤 평화고등학교 학생들은 평화시에 살고 있다.

해설

모든 ~ 이다. : (부정) $\Rightarrow$ 어떤 ~ 아니다.
적어도 ~ 아니다.

22. 다음 중 명제 ' $ab = |ab|$ 이면 $a \geq 0$ 이고 $b \geq 0$ 이다.'가 거짓임을 보여주는 반례로 알맞은 것은?

① $a = 2, b = 2$

② $a = -3, b = -1$

③ $a = \frac{1}{2}, b = 1$

④ $a = -1, b = 1$

⑤ $a = \frac{1}{2}, b = -\frac{1}{3}$

해설

$a = -3, b = -1$ 이면 $ab = |ab|$ 이지만 $a \geq 0, b \geq 0$ 은 아니다.

23. 전체집합 U 에 대하여 두 조건 p, q 를 만족하는 집합을 각각 P, Q 라 할 때, $p \nRightarrow q$ 에 해당하는 사례들이 속하는 집합은?

① $P^c \cup Q$

② $P \cup Q^c$

③ $P \cap Q$

④ $P^c \cap Q$

⑤ $P \cap Q^c$

해설

주어진 명제가 거짓이 되는 반례들이 속하는 집합으로 $P - Q = P \cap Q^c$

24. 다음 중 명제 ' $x + y \geq 2$ 이고 $xy \geq 1$ 이면, $x \geq 1$ 이고 $y \geq 1$ 이다.' 가 거짓임을 보이는 반례는?

① $x = 1, y = \frac{1}{2}$

② $x = 100, y = \frac{1}{2}$

③ $x = 1, y = 1$

④ $x = 2, y = 4$

⑤ $x = -1, y = -5$

해설

$x + y \geq 2, xy \geq 1$ 는 만족하지만, $x \geq 1, y \geq 1$ 은 만족하지 않는 반례를 찾는다.

$\therefore x = 100, y = \frac{1}{2}$ 일 때, 거짓이다.

25. 두 조건 p, q 를 만족하는 집합을 각각 P, Q 라 할 때, 명제 $p \rightarrow q$ 가 거짓임을 보이는 반례가 속하는 집합은?

① $P \cap Q$

② $P \cup Q$

③ $P^c \cup Q^c$

④ $P - Q$

⑤ $Q - P$

해설

$p \rightarrow q$ 가 거짓임을 보이려면 P 의 원소 중에서 Q 의 원소가 아닌 것을 찾으려면 된다. 따라서, 반례가 속하는 집합은 $P \cap Q^c = P - Q$

26. 명제 ' x 가 소수이면 x 는 홀수이다.'는 거짓이다. 다음 중 반례로 알맞은 것은?

① 2

② 4

③ 6

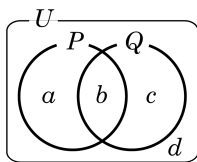
④ 8

⑤ 10

해설

$x = 2$ 인 경우에는 소수이지만 짝수이다.

27. 전체집합 U 에서 두 조건 p, q 를 만족하는 집합 P, Q 에 대하여 두 집합 P, Q 사이의 포함 관계가 다음과 같을 때, 명제 $p \rightarrow q$ 가 거짓임을 보여주는 원소는 무엇인가?



① a

② b

③ c

④ d

⑤ a 와 c

해설

명제 $p \rightarrow q$ 가 참이 되려면 두 조건 p, q 를 만족하는 집합 P, Q 에 대하여 $P \subset Q$ 가 성립해야 한다. $P \subset Q \leftrightarrow x \in P$ 이면 $x \in Q$
 P 의 원소 a 에 대하여 $a \in P$ 이나 $a \notin Q$ 이므로 $p \rightarrow q$ 는 거짓이다.

28. 두 조건 $p : 1 \leq x \leq 3$, $q : |x - a| < 2$ 에 대하여 $p \rightarrow q$ 가 참이 되도록 상수 a 의 값의 범위를 구하면?

① $1 < a < 3$

② $1 \leq a < 3$

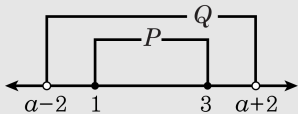
③ $1 < a \leq 3$

④ $1 \leq a \leq 3$

⑤ $2 < a \leq 3$

해설

$$p \rightarrow q \Rightarrow P \subset Q, |x - a| < 2 \Leftrightarrow a - 2 < x < a + 2$$



$$\therefore a - 2 < 1 \text{ 그리고 } 3 < a + 2$$

$$\therefore 1 < a < 3$$

29. 두 조건 $p : |x - k| \leq 1$, $q : -7 \leq x \leq 3$ 에서 명제 $p \rightarrow q$ 가 참일 때, k 의 최댓값과 최솟값의 합을 구하면?

① -12

② -4

③ 8

④ 4

⑤ 12

해설

$$P \subset Q$$

$$p : |x - k| \leq 1 \rightarrow k - 1 \leq x \leq k + 1$$

$$-7 \leq k - 1 \rightarrow -6 \leq k$$

$$k + 1 \leq 3 \rightarrow k \leq 2$$

$$\therefore -6 \leq k \leq 2$$

$$(-6) + 2 = -4$$

30. 명제 「 $0 < x < 1$ 이면 $|x - a| < 1$ 이다.」가 참이 되도록 하는 실수 a 의 값의 범위를 구할 때 정수의 개수는 ?

① 1개

② 2개

③ 0개

④ 3개

⑤ 5개

해설

$$|x - a| < 1 \text{ 에서 } -1 < x - a < 1$$

$$\therefore a - 1 < x < a + 1$$

$\{x \mid 0 < x < 1\} \subset \{x \mid a - 1 < x < a + 1\}$ 이어야 한다.

$$\therefore a - 1 \leq 0, a + 1 \geq 1 \text{ 에서 } 0 \leq a \leq 1$$

$$\therefore a = 0, 1$$

$\therefore$ 정수의 개수는 2개