

1. 집합 $X = \{a, b, c, d, e, f\}$ 의 부분집합 중에서 $\{a, c, f\}$ 와 서로소인 집합의 개수는?

① 1개 ② 2개 ③ 4개 ④ 8개 ⑤ 16개

해설

$$2^{6-3} = 2^3 = 8(\text{개})$$

2. 다음에서 두 집합 A, B 가 서로소인 것을 고르면?

① $A = \{1, 2, 3\}, B = \{x \mid x \text{는 } 5 \text{보다 작은 소수}\}$

② $A = \{x \mid x \geq 1 \text{인 실수}\}, B = \{x \mid x \leq 1 \text{인 실수}\}$

③ $A = \{1, 2, 3\}, B = \{2, 4, 6, 8\}$

④ $A = \{3, 4, 5\}, B = \{x \mid x \text{는 } -1 < x \leq 3 \text{인 정수}\}$

⑤ $A = \{x \mid x = 2n + 1, n \text{은 자연수}\},$
 $B = \{2, 4, 6, 8, 10\}$

해설

$$A = \{x \mid x = 2n + 1, n \text{은 자연수}\}$$
$$= \{3, 5, 7, 9, \dots\}$$

3. 다음 집합들 중 서로소인 것은?

① $A = \{x \mid x = 2n, n \text{은 자연수}\}, B = \{x \mid x = 2n - 1, n \text{은 자연수}\}$

② $A = \{x \mid x = 6m, m \text{은 정수}\}, B = \{x \mid x = 3m, m \text{은 정수}\}$

③ $A = \{x \mid x \text{는 } x^2 \leq 4 \text{인 정수}\}, B = \{0, 1, 2\}$

④ $A = \{x \mid x \text{는 복소수}\}, B = \{x \mid x \text{는 실수}\}$

⑤ $A = \{x \mid 3 \leq x < 8\}, B = \{x \mid 0 \leq x \leq 3\}$

해설

A 는 짝수의 집합, B 는 홀수의 집합을 나타내기 때문에 서로소인 집합이 된다.

4. 두 집합 $A = \{3, 5, a+1\}$, $B = \{2, 5, 8, a-3\}$ 에 대하여 $A \cap B = \{5, 8\}$ 일 때, $A \cup B$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\{2, 3, 4, 5, 8\}$

해설

$$A \cap B = \{5, 8\} \text{ 이므로 } 8 \in A$$

$$a+1=8$$

$$\therefore a=7$$

$$B = \{2, 5, 8, a-3\} = \{2, 4, 5, 8\}$$

$$A = \{3, 5, 8\}, B = \{2, 4, 5, 8\}$$

$$\therefore A \cup B = \{2, 3, 4, 5, 8\}$$

5. 두 집합 $A = \{a-1, 6, 7\}$, $B = \{a, 4, 6\}$ 에 대하여 $A \cap B = \{4, 6\}$ 일 때, a 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$4 \in A$ 이므로 $a-1=4$
 $\therefore a=5$

6. 두 집합 $A = \{1, 3, a + 1\}$, $B = \{3, a, b\}$ 에 대하여 $A \cap B = \{3, 5\}$ 일 때 a, b 의 값은?

- ① $a = 2, b = 1$ ② $a = 3, b = 2$ ③ $a = 4, b = 5$
④ $a = 5, b = 4$ ⑤ $a = 6, b = 5$

해설

$5 \in A$ 이므로 $a + 1 = 5$, $a = 4$

$5 \in B$ 이므로 $b = 5$

7. 두 집합 $A = \{a, b, c, d\}$, $B = \{a, c, e, f\}$ 에 대하여 $(A \cap B) \subset X \subset (A \cup B)$ 를 만족하는 집합 X 의 개수는?

① 8 개 ② 10 개 ③ 12 개 ④ 14개 ⑤ 16 개

해설

$\{a, c\} \subset X \subset \{a, b, c, d, e, f\}$ 이므로
집합 X 는 $\{a, b, c, d, e, f\}$ 의 부분집합 중 a, c 를 원소로 갖는
집합이다.
따라서 집합 X 의 개수는 $2^4 = 16$ (개)이다.

8. 두 집합 $A = \{b, c, d, f, g\}$, $B = \{a, b, d, e, f, g, h\}$ 에 대하여 $(A \cap B) \subset X \subset (A \cup B)$ 를 만족하는 집합 X 의 개수는?

① 8 개 ② 10 개 ③ 12 개 ④ 14개 ⑤ 16 개

해설

$\{b, d, f, g\} \subset X \subset \{a, b, c, d, e, f, g, h\}$ 이므로 집합 X 는 $\{a, b, c, d, e, f, g, h\}$ 의 부분집합 중 b, d, f, g 를 원소로 갖는 집합이다.

따라서 집합 X 의 개수는 $2^4 = 16$ (개)이다.

9. $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{3, 4, 5, 6\}$ 에 대하여 $A \cup X = A$, $(A \cap B) \cup X = X$ 를 만족시키는 집합 X 의 개수를 구하면?

① 2 개 ② 4 개 ③ 8 개 ④ 16 개 ⑤ 32 개

해설

$A \cup X = A$ 이면 $X \subset A$,

$(A \cap B) \cup X = X$ 이면 $(A \cap B) \subset X$

$\therefore (A \cap B) \subset X \subset A$

$A \cap B = \{3, 4, 5\}$ 이므로 집합 X 는 3, 4, 5 를 포함하는 집합 A 의 부분집합이므로 그 개수는 $2^2 = 4$ (개)

10. $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{1, 2\}$ 에 대하여 $A \cap X = X$, $(A - B) \cup X = X$ 를 만족하는 집합 X 의 개수는?

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

$(A - B) \subset X \subset A$, 즉 $\{3, 4, 5\} \subset X \subset \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 이므로 집합 X 의 개수는 $2 \times 2 = 4(\text{개})$ 이다.

11. 두 집합 $A = \{1, 3, 5, 7\}$, $B = \{1, 3, 8\}$ 일 때, $(A - B) \subset X$, $X - A = \emptyset$ 을 만족하는 집합 X 의 개수는?

① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

$(A - B) \subset X \subset A$, 즉 $\{5, 7\} \subset X \subset \{1, 3, 5, 7\}$ 이므로 집합 X 의 개수는 $2 \times 2 = 4$ (개) 이다.

12. 두 집합 $A = \{1, 2, 3, 5\}$, $B = \{2, 4, 6, 8\}$ 일 때, $(A - B) \subset X$, $X - A = \emptyset$ 을 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 2 개

▷ 정답 : 2 개

해설

$(A - B) \subset X \subset A$, 즉 $\{1, 3, 5\} \subset X \subset \{1, 2, 3, 5\}$ 이므로 집합 X 의 개수는 2 개이다.

13. 두 집합 A, B 에 대하여 $n(A) = 52$, $n(A \cup B) = 87$, $A \cap B = \emptyset$ 일 때, $n(B)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 35

해설

$$\begin{aligned} n(A \cup B) &= n(A) + n(B) - n(A \cap B) \text{ 이므로} \\ 87 &= 52 + n(B) - 0 \\ \therefore n(B) &= 35 \end{aligned}$$

14. 집합 A, B 가 전체집합 U 의 부분집합이고 $n(U) = 50, n(A \cap B) = 8, n(A^c \cap B^c) = 9, n(A \cap B^c) = 15$ 일 때, $n(B)$ 의 값은?

① 23

② 25

③ 26

④ 27

⑤ 29

해설

$$n(U) = 50, n(A \cap B) = 8$$

$$n(A^c \cap B^c) = n((A \cup B)^c) = 9$$

$$\Rightarrow n(A \cup B) = 41$$

$$n(A \cap B^c) = n(A - B) = 15$$

$$\therefore n(B) = n(A \cup B) - n(A - B) = 41 - 15 = 26$$

15. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $n(U) = 40, n(A) = 14, n(B) = 19, n(A \cup B) = 21$ 일 때, $n(B^c) - n(A - B)$ 의 값은?

① 9 ② 10 ③ 11 ④ 15 ⑤ 19

해설

$n(B^c) = n(U) - n(B) = 40 - 19 = 21$ 이다. $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$, $21 = 14 + 19 - n(A \cap B)$ 이므로 $n(A \cap B) = 12$ 이다. $n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) = 14 - 12 = 2$ 이므로 $n(B^c) - n(A - B) = 21 - 2 = 19$ 이다.

16. 어느 학급의 학생 중 농구를 좋아하는 학생이 32 명, 야구를 좋아하는 학생이 26 명, 농구와 야구를 모두 좋아하는 학생이 9 명이다. 이 때, 농구 또는 야구를 좋아하는 학생은 몇 명인지 구하여라.

▶ 답 : 명

▷ 정답 : 49 명

해설

농구를 좋아하는 학생을 집합 A 라 하고, 야구를 좋아하는 학생을 집합 B 라고 하자.

농구와 야구를 동시에 좋아하는 학생, 즉 $n(A \cap B) = 9$ 이다.

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$x = 32 + 26 - 9$$

$$x = 49$$

17. 우리 반 학생 중에 장미를 좋아하는 학생은 8 명, 백합을 좋아하는 학생은 12 명이다. 둘 다 모두 좋아하는 학생이 6 명일 때, 장미만 좋아하는 학생은 몇 명인지 구하여라.

▶ 답 : 명

▷ 정답 : 2 명

해설

우리 반 학생을 U , 장미를 좋아하는 학생을 A , 백합을 좋아하는 학생을 B 라 하면

$n(A) = 8, n(B) = 12, n(A \cap B) = 6$ 이다.

따라서 $n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) = 8 - 6 = 2$ (명) 이다.

따라서 장미만 좋아하는 학생은 2 명이다.

18. 우리 반에서 안경을 끼고 있는 학생이 16 명, 렌즈를 착용하고 있는 학생이 13 명이다. 또, 안경과 렌즈를 둘 다 착용하는 학생이 9 명이다. 이때, 우리 반 학생 가운데 안경 또는 렌즈를 착용하는 학생은 몇 명인지 구하여라.

▶ 답 : 명

▷ 정답 : 20 명

해설

안경을 끼고 있는 학생을 집합 A 라 하고, 렌즈를 착용하고 있는 학생을 B 라고 하자.

그렇다면 안경과 렌즈를 둘 다 착용하는 학생은 $A \cap B$ 가 된다.

안경 또는 렌즈를 착용하는 학생, 즉 $A \cup B$ 를 구하는 것이다.

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$x = 16 + 13 - 9$$

그러므로 x 는 20이다.

19. 집합 $A = \{1, 2, 3, \dots, n\}$ 의 부분집합 중에서 원소 2, 5를 포함하는 부분집합의 개수가 32개일 때, n 의 값은?

① 4

② 5

③ 6

④ 7

⑤ 8

해설

집합 A 의 원소의 개수는 n 개 이므로 원소 2, 5를 포함하는 부분집합의 개수는

$$2^{n-2} = 32 = 2^5 \quad \therefore n = 7$$

20. 집합 $A = \{1, 3, 5, \dots, n\}$ 의 부분집합 중에서 원소 1, n 을 모두 포함하는 부분집합의 개수가 32 개일 때, n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

집합 A 의 원소의 개수를 a 개라 하면 원소 1, n 을 모두 포함하는 부분집합의 개수는 2^{a-2} 개이다.

$$2^{a-2} = 32 = 2^5$$

$$a - 2 = 5 \text{ 이므로 } a = 7$$

따라서 집합 A 의 원소의 개수가 7 개이므로 n 의 값은 13 이다.

21. 집합 $A = \{1, 2, \dots, n\}$ 의 부분집합 중에서 원소 1, 2를 반드시 포함하고 n 을 포함하지 않는 부분집합의 개수가 16개 일 때, 자연수 n 의 값을 구하여라.

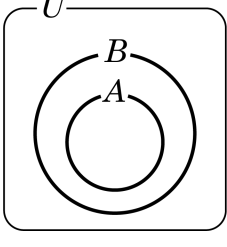
▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$$2^{(1, 2, n \text{을 제외한 원소의 개수})} = 2^{n-3} = 16 = 2^4 \quad \therefore n = 7$$

22. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 의 포함 관계가 다음 벤 다이어그램과 같을 때, 옳은 것은?



- ① $(A \cap B) - A = B$

② $A \cap B = A$

③ $A \cup B = U$

④ $(A \cup B) - A = \emptyset$

⑤ $B \cap A^c = A$

해설

- $A \subset B$ 이므로
- ① $(A \cap B) - A = \emptyset$

③ $A \cup B = B$

④ $(A \cup B) - A \neq \emptyset$

⑤ $B \cap A^c = B - A$

23. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 다음 보기 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

보기

- $\neg A \cup A^c = U$
- $\supset (A^c)^c = A^c$
- $\ominus \varnothing^c = U$
- $\ominus A \cap B^c = B - A$
- $\ominus U^c = B$

- ① $\neg, \supset$

② $\neg, \ominus$

③ $\neg, \ominus$

④ $\neg, \supset, \ominus$

해설

- $\supset (A^c)^c = A$
- $\ominus A \cap B^c = A - B$
- $\ominus U^c = \varnothing$

24. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 다음 보기 중 옳지 않은 것을 모두 고른 것은?

보기

- $\neg U - A = A^c$
- $\supset A - A = \emptyset$
- $\supset A - B = A \cap B^c$
- $\supset A \cup \emptyset = \emptyset$
- $\supset A \cup U = A$

- ① $\neg, \supset$
- ② $\neg, \supset$
- ③ $\neg, \supset$
- ④ $\supset, \supset$
- ⑤ $\supset, \supset$

해설

- $\supset A \cup \emptyset = A$
- $\supset A \cup U = U$