

1. 두 점 A $(-2, 2)$, B $(5, 5)$ 에서 같은 거리에 있는 x 축 위의 점 P 의 좌표는?

① $(1, 0)$

② $(\frac{3}{2}, 0)$

③ $(2, 0)$

④ $(3, 0)$

⑤ $(4, 0)$

해설

x 축 위의 점을 P $(x, 0)$ 이라 하면, $\overline{AP}^2 = \overline{BP}^2$ 이므로

$$(x + 2)^2 + 2^2 = (x - 5)^2 + 5^2 \Rightarrow 14x = 42 \Rightarrow x = 3$$

$$\therefore P (3, 0)$$

2. 두 점 A(2, -5), B(-1, 1)에 대해서 선분 AB를 2 : 1로 내분하는 점 P의 좌표를 구하면?

① (0, 0)

② (2, -1)

③ (1, -1)

④ (0, -1)

⑤ (1, 0)

해설

내분점 공식을 이용하면,

$$P = \left(\frac{2 \times (-1) + 1 \times 2}{2 + 1}, \frac{2 \times 1 + 1 \times (-5)}{2 + 1} \right)$$

$\therefore (0, -1)$

3. 세 점 A (1, 3), B (2, 2), C (3, 1)를 꼭짓점으로 하는 $\triangle ABC$ 의 무게 중심이 G (a, b)이다. $a + b$ 의 값은?

① -4

② -2

③ 2

④ 4

⑤ 0

해설

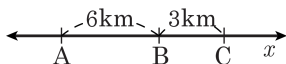
세 점의 좌표를 알 때

무게중심을 구하는 공식에서

$$a = (1 + 2 + 3) \div 3 = 2, b = (3 + 2 + 1) \div 3 = 2$$

$$\text{따라서 } a + b = 2 + 2 = 4$$

4. 그림에서 A, B, C는 도로가 통과하는 세 마을이다. A마을과 B마을 사이의 거리는



6km, B마을과 C마을 사이의 거리는 3km이다. 이 도로 위에 또 하나의 다른 마을이 있는데, 그 마을과 A 사이의 거리는 그 마을과 C 마을 사이의 거리의 2배이다. 그 마을과 B마을 사이의 거리는?

① 6 km

② 9 km

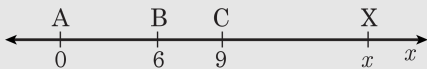
③ 12 km

④ 15 km

⑤ 18 km

해설

그림과 같이 A 마을을 원점으로 하고, 구하고자 하는 마을을 X라 하면



A(0), B(6), C(9), X(x)

A 마을과 X 마을 사이의 거리는

C 마을과 X 마을 사이의 거리의 2 배이므로

$$|x - 0| = 2|x - 9|$$

$$\text{곧, } |x| = 2|x - 9|$$

$$\therefore 2(x - 9) = \pm x$$

$$\therefore x = 6 \text{ 또는 } x = 18$$

여기서 $x = 6$ 이면 $X = B$ 가 되므로 성립하지 않는다.

따라서 $x = 18$

이 때, X 마을과 B 마을 사이의 거리는 $18 - 6 = 12(\text{km})$

5. 세 꼭짓점의 좌표가 각각 $A(a, 3)$, $B(-1, -5)$, $C(3, 7)$ 인 $\triangle ABC$ 가 $\angle A$ 가 직각인 직각삼각형이 되도록 하는 상수 a 의 값들의 합은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$\triangle ABC$ 에서 $\angle A$ 가 직각이므로

피타고라스의 정리에 의해

$$\overline{AB}^2 + \overline{CA}^2 = \overline{BC}^2 \dots \textcircled{7}$$

이때, 세 점 $A(a, 3)$, $B(-1, -5)$, $C(3, 7)$ 에 대하여

$$\overline{AB}^2 = (-1 - a)^2 + (-5 - 3)^2 = a^2 + 2a + 65$$

$$\overline{CA}^2 = (a - 3)^2 + (3 - 7)^2 = a^2 - 6a + 25$$

$$\overline{BC}^2 = (3 + 1)^2 + (7 + 5)^2 = 160 \text{ 이므로}$$

$$\textcircled{7} \text{에 의해 } 2a^2 - 4a + 90 = 160$$

$$\therefore a^2 - 2a - 35 = 0$$

따라서 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의해 a 의 값들의 합은 2이다.

6. 두 정점 A(1, 2), B(-3, 0)으로부터 같은 거리에 있는 점들의 자취의 방정식은?

① $y = 2x + 1$

② $y = 2x - 1$

③ $y = -2x + 1$

④ $y = -2x - 1$

⑤ $y = -x + 2$

해설

구하는 점을 $P(x, y)$ 라 하면

$\overline{AP} = \overline{BP}$ 이므로

$$\sqrt{(x-1)^2 + (y-2)^2} = \sqrt{(x+3)^2 + y^2}$$

양변을 제곱해서 정리하면

$$-8x - 4y - 4 = 0, -4y = 8x + 4$$

$$\therefore y = -2x - 1$$

해설

두 점으로부터 같은 거리에 있는 점의 자취는 선분의 수직이등분선이다.

$\overline{AB}$ 의 기울기가 $\frac{1}{2}$ 이므로

$\overline{AB}$ 의 수직이등분선은 기울기는 -2 이고

$\overline{AB}$ 의 중점 $(-1, 1)$ 을 지난다.

$$\therefore y - 1 = -2(x + 1)$$

$$\therefore y = -2x - 1$$

7. 세 점 $A(1, 6)$, $B(-2, 2)$, $C(4, 1)$ 을 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC 와 임의의 점 $P(a, b)$ 에 대하여 $\overline{PA}^2 + \overline{PB}^2 + \overline{PC}^2$ 의 값이 최소일 때, $a + b$ 의 값은?

① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

해설

$$\begin{aligned} & \overline{PA}^2 + \overline{PB}^2 + \overline{PC}^2 \\ &= \{(a-1)^2 + (b-6)^2\} + \{(a+2)^2 + (b-2)^2\} \\ & \quad + \{(a-4)^2 + (b-1)^2\} \end{aligned}$$

$$= 3a^2 - 6a + 3b^2 - 18b + 62$$

$$= 3(a^2 - 2a + 1) + 3(b^2 - 6b + 9) + 32$$

$$= 3(a-1)^2 + 3(b-3)^2 + 32$$

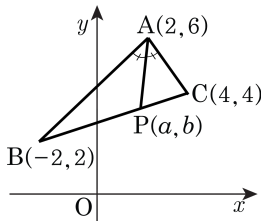
이때, a, b 는 실수이므로

$\overline{PA}^2 + \overline{PB}^2 + \overline{PC}^2$ 의 값은

$a = 1, b = 3$ 일 때 최소이다.

$$\therefore a + b = 4$$

8. 다음 그림과 같이 세 점 $A(2, 6)$, $B(-2, 2)$, $C(4, 4)$ 를 꼭짓점으로 하는 $\triangle ABC$ 에서 $\angle A$ 의 이등분선이 변 BC 와 만나는 점을 $P(a, b)$ 라 할 때, $3ab$ 의 값은?



- ① 10 ② 15 ③ 20
④ 25 ⑤ 30

해설

$\triangle ABC$ 에서 $\angle A$ 의 이등분선이

변 BC 와 만나는 점을 $P(a, b)$ 라 하면

$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BP} : \overline{CP}$ 가 성립한다.

$$\text{이때, } \overline{AB} = \sqrt{(-2-2)^2 + (2-6)^2} = 4\sqrt{2},$$

$$\overline{AC} = \sqrt{(4-2)^2 + (4-6)^2} = 2\sqrt{2} \text{ 이므로}$$

$$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BP} : \overline{CP} = 2 : 1$$

따라서 점 $P(a, b)$ 는 변 BC 를 2 : 1 로 내분하는 점이다.

$$\therefore a = \frac{2 \cdot 4 + 1 \cdot (-2)}{2 + 1} = 2,$$

$$b = \frac{2 \cdot 4 + 1 \cdot 2}{2 + 1} = \frac{10}{3}$$

$$\therefore 3ab = 3 \cdot 2 \cdot \frac{10}{3} = 20$$

9. 정점 A(3,1)과 직선 $y=x$ 위를 움직이는 동점 P, x 축 위를 움직이는 동점 Q에 대하여 $\overline{AP} + \overline{PQ} + \overline{QA}$ 의 최소 거리를 구하면?

① $2\sqrt{3}$

② 4

③ $2\sqrt{5}$

④ $3\sqrt{5}$

⑤ $4\sqrt{3}$

해설

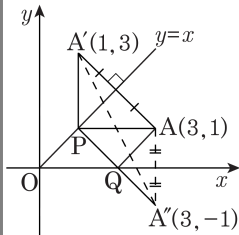
점 A의 $y=x$ 에 대한 대칭점을 A'

점 A의 x 축에 대한 A'' 라 하면

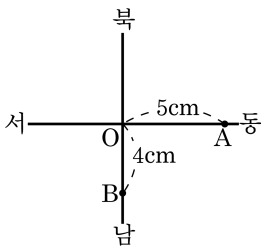
$$\overline{AP} + \overline{PQ} + \overline{QA} = \overline{A'P} + \overline{PQ} + \overline{QA''} \geq \overline{A'A''}$$

$$\overline{A'A''} = \sqrt{(3-1)^2 + (-1-3)^2} = 2\sqrt{5}$$

따라서 $\overline{AP} + \overline{PQ} + \overline{QA}$ 의 최솟값은 $2\sqrt{5}$ 이다.



10. 다음의 그림과 같이 수직으로 만나는 도로가 있다. 교차점에서 A는 동쪽으로 5km, B는 남쪽으로 4km의 지점에 있다. A는 시속 4km로 서쪽으로, B는 시속 2km로 북쪽으로 향해서 동시에 출발했을 때, A와 B의 거리가 가장 짧을 때는 몇 시간 후인가?



- ① 1.4시간 후 ② 1.5시간 후 ③ 1.6시간 후
④ 1.7시간 후 ⑤ 1.8시간 후

해설

남북을 y 축, 동서를 x 축으로 하면 최초의 A, B의 위치의 좌표는 A(5, 0), B(0, -4) 이다. 이 때, t 시간 후의 A, B의 좌표는 A(5-4t, 0), B(0, -4+2t)로 나타낼 수 있다. 따라서 t 시간 후

$$\begin{aligned} \text{의 A, B사이의 거리 } s \text{ 는 } s &= \sqrt{\{0 - (5 - 4t)\}^2 + (-4 + 2t - 0)^2} \\ &= \sqrt{20t^2 - 56t + 41} = \sqrt{20\left(t - \frac{14}{10}\right)^2 + \frac{9}{5}} \end{aligned}$$

s 는 $t = \frac{14}{10}$ 일 때, 최솟값을 갖는다.