

1. 방정식 $|x - 1| = 5$ 의 모든 해의 합은?

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

$|x - 1| = 5$ 에서 $x - 1 = \pm 5$

(i) $x - 1 = 5$ 일 때, $x = 6$

(ii) $x - 1 = -5$ 일 때, $x = -4$

따라서 방정식의 두 실근의 합은

$$6 + (-4) = 2$$

2. 다음 이차방정식 중에서 한 근이 $x = -1 + \sqrt{3}$ 인 것은?

① $(x+1)^2 = -3$

② $(x+1)^2 = 3$

③ $(x+3)^2 = -1$

④ $(x+3)^2 = 1$

⑤ $(x-1)^2 = 1$

해설

$(x+a)^2 = b$ 에서 $x+a = \pm\sqrt{b}$

$\therefore x = -a \pm \sqrt{b}$ 임을 이용해 각 방정식을 풀면

① $x = -1 \pm \sqrt{-3} = -1 \pm \sqrt{3}i$

② $x = -1 \pm \sqrt{3}$

③ $x = -3 \pm \sqrt{-1} = -3 \pm i$

④ $x = -3 \pm \sqrt{1}$

$\therefore x = -4$ 또는 $x = -2$

⑤ $x = 1 \pm \sqrt{1}$

$\therefore x = 0$ 또는 $x = 2$

3. x 에 대한 이차방정식 $kx^2 - x - (k + 7) = 0$ 의 한 근이 2일 때, 다른 한 근을 구하면?(단 k 는 상수)

① -2

② $-\frac{5}{3}$

③ $-\frac{4}{3}$

④ -1

⑤ $-\frac{2}{3}$

해설

방정식에 $x = 2$ 를 대입하면

$$k \cdot 2^2 - 2 - (k + 7) = 0$$

$$4k - 2 - k - 7 = 0, 3k = 9,$$

$$\therefore k = 3$$

$$3x^2 - x - 10 = 0, (3x + 5)(x - 2) = 0$$

$$\therefore x = 2, -\frac{5}{3}$$

4. 이차방정식 $3x^2 - 2x - 1 = 0$ 의 근을 A, B (단, $A < B$)라 할 때, $3A + B$ 의 값은?

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

$$3x^2 - 2x - 1 = 0$$

$$(3x + 1)(x - 1) = 0$$

$$x = -\frac{1}{3} \text{ 또는 } x = 1$$

$$\therefore 3A + B = 0$$

5. 이차방정식 $x^2 - px + 2p + 1 = 0$ 이 중근을 갖도록 하는 실수 p 의 값을 모두 곱하면?

① -8

② -4

③ 1

④ 4

⑤ 8

해설

$$D = p^2 - 4(2p + 1)$$

$$= p^2 - 8p - 4 = 0$$

판별식으로부터 나온 p 에 대한 방정식의 근들이 주어진 식이 중근을 갖게 하므로

실수 p 값들의 곱은 근과 계수의 관계에서 -4이다.

6. 이차방정식 $3x^2 + 6x - 2 = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, $(\alpha - \beta)^2$ 의 값은?

① $\frac{7}{3}$

② $\frac{20}{3}$

③ 7

④ 20

⑤ -12

해설

$$|\alpha - \beta| = \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{|a|} = \frac{\sqrt{60}}{3}$$

$$\therefore (\alpha - \beta)^2 = |\alpha - \beta|^2 = \frac{60}{9} = \frac{20}{3}$$

7. 계수가 유리수인 이차방정식 $x^2 - ax + b = 0$ 의 한 근이 $2 + \sqrt{3}$ 일 때, ab 의 값은?

① -3

② 0

③ 2

④ 4

⑤ $2 + 2\sqrt{3}$

해설

유리계수이므로 다른 한 근은 $2 - \sqrt{3}$

근과 계수와의 관계에 의해

$$a = 4, b = 1$$

$$\therefore ab = 4$$

해설

$x^2 + ax + b = 0$ 에 $x = 2 + \sqrt{3}$ 대입

$$(2 + \sqrt{3})^2 - a \cdot (2 + \sqrt{3}) + b = 0$$

계수가 유리수이므로

$$\sqrt{3} \cdot (4 - a) + (b - 2a + 7) = 0$$

$$a = 4, b = 1$$

$$\therefore ab = 4$$

8. x 에 대한 이차방정식 $x^2 + ax - a + 2 = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, $\alpha^2 + \beta^2 = 4$ 를 만족한다. 이 때, 상수 a 의 값을 구하면?

① 2

② 4

③ 0, 2

④ -4, 0

⑤ -4, 2

해설

$$\alpha + \beta = -a$$

$$\alpha\beta = -a + 2$$

$$\begin{aligned}\therefore \alpha^2 + \beta^2 &= (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta \\ &= (-a)^2 - 2(-a + 2) \\ &= a^2 + 2a - 4\end{aligned}$$

$$a^2 + 2a - 4 = 4, a^2 + 2a - 8 = 0$$

$$(a + 4)(a - 2) = 0 \quad \therefore a = -4, 2$$

9. x 에 대한 다항식 $(x^2 - 2x)^2 + 3(x^2 - 2x) - 4$ 를 계수가 실수인 범위에서 인수분해 하였을 때, 모든 인수들의 합은?

① $x^2 - 2$

② $x^2 + 2$

③ $x^2 - 4x + 2\sqrt{2} - 4$

④ $x^2 + 4x + 2\sqrt{2}$

⑤ $4x - 4$

해설

$x^2 - 2x = t$ 로 치환할 때,

$$t^2 + 3t - 4$$

$$= (t + 4)(t - 1)$$

$$= (x^2 - 2x + 4)(x^2 - 2x - 1)$$

$$= (x^2 - 2x + 4)(x - 1 - \sqrt{2})(x - 1 + \sqrt{2})$$

$$(\because x^2 - 2x + 4 \text{ 의 } \frac{D}{4})$$

인수의 합은

$$(x^2 - 2x + 4) + (x - 1 - \sqrt{2}) + (x - 1 + \sqrt{2}) = x^2 + 2$$

10. $x^2 + xy + ay^2 + x + y - 2$ 가 x, y 의 두 일차식의 곱으로 나타내어질 때, 상수 a 의 값을 구하면 ?

① $\frac{2}{9}$

② $\frac{1}{3}$

③ $\frac{4}{9}$

④ $\frac{5}{9}$

⑤ $\frac{2}{3}$

해설

$$x^2 + xy + ay^2 + x + y - 2$$

$$= x^2 + (y+1)x + ay^2 + y - 2 \text{가}$$

x, y 의 두 일차식의 곱으로 나타내어지려면

$$D = (y+1)^2 - 4(ay^2 + y - 2)$$

$$= y^2 + 2y + 1 - 4ay^2 - 4y + 8$$

$$= (1-4a)y^2 - 2y + 9 \text{에서}$$

$$\frac{D}{4} = 1 - 9(1-4a) = 0$$

$$\therefore 1 - 9 + 36a = 0$$

$$\therefore a = \frac{8}{36} = \frac{2}{9}$$