

1. 조건 $x < 1$ 또는 $x > 2$ 의 부정은?

① $x < 1$ 그리고 $x > 2$

② $x \leq 1$ 또는 $x \geq 2$

③ $x \geq 1$ 또는 $x \leq 2$

④ $x \leq 1$ 그리고 $x \geq 2$

⑤ $1 \leq x \leq 2$

해설

$x < 1$ 또는 $x > 2$ 의 부정은 $1 \leq x \leq 2$ 이다.

2. x, y, z 가 실수일 때, 조건 $(x-y)^2 + (y-z)^2 = 0$ 의 부정과 동치인 것은?
- ① $(x-y)(y-z)(z-x) \neq 0$
 - ② x, y, z 는 서로 다르다.
 - ③ $x \neq y$ 이고 $y \neq z$
 - ④ $(x-y)(y-z)(z-x) > 0$
 - ⑤ x, y, z 중에 적어도 서로 다른 것이 있다.

해설

$(x-y)^2 + (y-z)^2 = 0$ 이면 $x = y = z$ 이므로 이것의 부정은 $x \neq y$ 또는 $y \neq z$ 또는 $z \neq x$
즉, x, y, z 중에 적어도 서로 다른 것이 있다.

3. 실수 x, y, z 에 대하여 조건 ' $x^2 + y^2 + z^2 = 0$ ' 의 부정과 서로 같은 것은?
- ① $x = y = z = 0$
 - ② $x = 0$ 또는 $y = 0$ 또는 $z = 0$
 - ③ $x \neq 0$ 이고 $y \neq 0$ 이고 $z \neq 0$
 - ④ $x \neq 0$ 또는 $y \neq 0$ 또는 $z \neq 0$
 - ⑤ $x \neq 0$ 이고 $y = 0$ 이고 $z = 0$

해설

$x^2 + y^2 + z^2 = 0$ 의 부정은 $x^2 + y^2 + z^2 \neq 0$ 이다.
 $\therefore x \neq 0$ 또는 $y \neq 0$ 또는 $z \neq 0$

4. 전체집합 $U = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ 에서 두 조건 $p : x^2 = 3x$, $q : x \geq 2$ 에 대하여 조건 ‘ p 이고 $\sim q$ ’를 만족하는 집합은?

- ① $\{0\}$ ② $\{1\}$ ③ $\{3\}$ ④ $\{0, 1\}$ ⑤ $\{3, 5\}$

해설

p, q 를 만족하는 집합을 각각 P, Q 라 하면

$P = \{0, 3\}, Q = \{2, 3, 4, 5\}$

‘ p 이고 $\sim q$ ’ 를 만족하는 집합은 $P \cap Q^c$

$\therefore P \cap Q^c = P - Q = \{0\}$

5. 정의역과 공역이 실수 전체의 집합인 두 함수 $f(x), g(x)$ 에 대하여 두 조건 $p: f(x) = 0, q: g(x) = 0$ 을 만족하는 집합을 각각 P, Q 라 할 때, 조건 $\{f(x)\}^2 + \{g(x)\}^2 = 0$ 을 만족하는 집합은?

- ① $P \cap Q$
- ② $P \cup Q$
- ③ $P - Q$
- ④ $Q - P$
- ⑤ $P^c \cup Q^c$

해설

조건 $\{f(x)\}^2 + \{g(x)\}^2 = 0$ 을 만족시키는 집합은 $\{x \mid f(x) = 0 \text{이고 } g(x) = 0\}$ 이므로
주어진 조건을 만족하는 집합은 $P \cap Q$

6. 전체집합 $U = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ 에 대하여 조건 $x^2 - 2 > 0$ 의 진리집합은?
- ① $\emptyset$ ② $\{0, 1\}$ ③ $\{3, 4, 5\}$
④ $\{2, 3, 4, 5\}$ ⑤ U

해설

주어진 조건 $x^2 - 2 > 0$ 에
 $x = 0$ 을 대입하면 $0 - 2 > 0$ (거짓)
 $x = 1$ 을 대입하면 $1 - 2 > 0$ (거짓)
 $x = 2$ 를 대입하면 $4 - 2 > 0$ (참)
 $x = 3$ 을 대입하면 $9 - 2 > 0$ (참)
 $x = 4$ 를 대입하면 $16 - 2 > 0$ (참)
 $x = 5$ 를 대입하면 $25 - 2 > 0$ (참)
따라서 구하는 진리집합은 $\{2, 3, 4, 5\}$

7. 다음 <보기>의 명제 중 참인 것의 개수는?

보기

- ㉠ $x^2 < 1$ 이면 $x < 1$ 이다.
- ㉡ $x \neq 1$ 이면 $x^2 \neq 1$ 이다.
- ㉢ a, b 가 무리수일 때, $a + b, ab$ 중 적어도 하나는 무리수이다.
- ㉣ ab 가 유리수이면 $a + b$ 도 유리수이다.

- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

㉠ $x^2 - 1 < 0 \Leftrightarrow -1 < x < 1$ $P = \{x \mid -1 < x < 1\}$, $Q = \{x \mid x < 1\}$
라 할 때, $P \subset Q$ 이므로 참
㉡ 반례 : $x = -1$ 일 때, 거짓
㉢ 반례 : $a = \sqrt{2}$ $b = -\sqrt{2}$ 일 때, $a + b = 0, ab = -2$ 이므로 거짓
㉣ 반례 : $a = \sqrt{3} + \sqrt{2}, b = \sqrt{3} - \sqrt{2}$ 일 때, $ab = 1$ (유리수),
 $a + b = 2\sqrt{3}$ (무리수) 이므로 거짓

8. 다음 명제 중 참인 것은? (단, x, y, z 는 실수이다.)

- ① $xz = yz$ 이면 $x = y$ 이다.
- ② $x + y > 0, xy > 0$ 이면 $x > 0$ 이고 $y > 0$ 이다.
- ③ x 가 3 의 배수이면 x 는 9 의 배수이다.
- ④ $x^2 + y^2 \neq 0$ 이면 $x \neq 0$ 이고 $y \neq 0$ 이다.
- ⑤ 삼각형 ABC 가 이등변삼각형이면 정삼각형이다.

해설

- ② $xy > 0$ 이면, x 와 y 의 부호가 같다는 것인데 $x + y > 0$ 이려면 둘 다 양수여야 하므로 참이다.

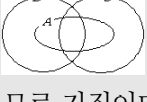
9. 다음 보기에서 참인 명제의 개수는?

보기

- ㉠ $A \subset B$ 이면 $A - B = \emptyset$ 이다.
- ㉡ $A \subset (B \cup C)$ 이면 $A \subset B$ 또는 $A \subset C$ 이다.
- ㉢ 4 의 배수는 12 의 배수이다.
- ㉣ 12 의 배수는 4 의 배수이다.
- ㉤ a, b 가 자연수일 때, a, b 가 홀수이면 $a + b$ 는 짝수이다.

- ① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

- ㉡ (반례)  이면 $A \subset (B \cup C)$ 이지만 $A \not\subset B$ 이고 $A \not\subset C$ 이므로 거짓이다.
- ㉢ (반례) 8 은 4 의 배수이지만 12 의 배수는 아니므로 거짓이다. 따라서 참인 명제는 3개이다.

10. 두 조건 p, q 가 다음과 같을 때, 항상 참인 명제는?

$p : 2x - 3 \geq 1 \quad q : |x| < 2$

- ① $p \rightarrow q$

② $q \rightarrow p$

③ $\sim p \rightarrow q$

④ $q \rightarrow \sim p$

⑤ $\sim q \rightarrow \sim p$

해설

$P : x \geq 2, Q : -2 < x < 2$
 $P \subset Q^c \leftrightarrow Q \subset P^c$
 $\therefore p \rightarrow \sim q(\text{참}) \leftrightarrow q \rightarrow \sim p(\text{참})$

11. 실수 전체집합에 대하여 세 조건 p, q, r 이 아래와 같을 때 다음 중 참인 명제는?

$p : x > 1, \quad q : 1 < x < 2, \quad r : x < 2$

- ① $p \rightarrow q$

② $p \rightarrow r$

③ $q \rightarrow r$

④ $r \rightarrow p$

⑤ $\sim r \rightarrow \sim p$

해설

$p : x > 1, \quad q : 1 < x < 2, \quad r : x < 2$

$\therefore Q \subset P, Q \subset R$ 이므로 $q \rightarrow p, q \rightarrow r$ (참)

12. 다음 명제 중 참인 것은?

- ① p 가 소수이면 $\sqrt{p}$ 는 무리수이다.
- ② $x < y$ 이면 $\frac{1}{x} > \frac{1}{y}$ 이다. (단, $x \neq 0, y \neq 0$)
- ③ $\triangle ABC$ 가 직각삼각형이면 $\overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 = \overline{AC}^2$ 이다.
- ④ $a + b$ 가 짝수이면 a, b 는 짝수이다.
- ⑤ 12와 18의 공약수는 9의 약수이다.

해설

- ① 소수 $p = k^2$ 이 될 수 없으므로 $\sqrt{p}$ 는 무리수
- ② 반례 : $x = -1, y = 1$, 즉 두 수의 부호가 다르면 성립하지 않는다.
- ③ 직각삼각형의 빗변이 $\overline{AC}$ 이 아닌 다른 변이 될 수도 있다.
- ④ 반례 : $a = 1, b = 3$
- ⑤ 12와 18의 공약수는 6의 약수이다.

13. 전체집합 U 에서 두 조건 p, q 를 만족하는 집합을 각각 P, Q 라 하자.
명제 $p \rightarrow \sim q$ 가 참일 때, $\{(P \cap Q) \cup (P \cap Q^c)\} \cap Q^c$ 와 같은 것은?

① $\emptyset$ ② U ③ P ④ Q ⑤ Q^c

해설

명제 $p \rightarrow \sim q$ 가 참이므로

$$P \subset Q^c$$

$$\{(P \cap Q) \cup (P \cap Q^c)\} \cap Q^c$$

$$= \{P \cap (Q \cap Q^c)\} \cap Q^c$$

$$= (P \cap U) \cap Q^c$$

$$= P \cap Q^c = P$$

14. 다음 두 조건 p, q 를 만족하는 집합을 각각 P, Q 라고 할 때, $Q^c \subset P^c$ 인 경우는?
- ① $p : x \leq 1$
 $q : x \leq 1$
 - ② $p : x^3 - 2x^2 - x + 2 = 0$
 $q : x = 1$
 - ③ $p : a > 0, b > 0$
 $q : a^2 + b^2 \geq 2a - 1$
 - ④ $p : x$ 가 3의 배수
 $q : x$ 는 9의 배수
 - ⑤ $p : x^2 - 1 = 0$
 $q : (x + 1)^2 = 0$

해설

$Q^c \subset P^c, P \subset Q$
① $Q \subset P$
② $Q \subset P$
④ $Q \subset P$
⑤ $Q \subset P$
③ $q : a^2 + b^2 \geq 2a - 1 \rightarrow a^2 - 2a + 1 + b^2 \geq 0 \rightarrow (a - 1)^2 + b^2 \geq 0$
 $\rightarrow a, b$ 는 모든 실수

15. 두 조건 p, q 의 진리집합 P, Q 에 대하여 $P \cap Q = P$ 인 관계가 성립할 때, 다음 중 항상 참인 명제인 것은?

① $p \rightarrow q$

② $p \rightarrow \sim q$

③ $q \rightarrow p$

④ $\sim p \rightarrow q$

⑤ $\sim q \rightarrow p$

해설

$P \cap Q = P \Leftrightarrow P \subset Q$ 이고, $P \subset Q$ 가 성립하면 $p \rightarrow q$ 가 참이 된다.

16. 명제 $p \rightarrow q$ 가 참일 때, 조건 p 를 만족시키는 집합 P 와 조건 q 를 만족시키는 집합 Q 사이의 포함 관계를 옳게 나타낸 것은?

① $Q \subset P$

② $Q^c \subset P^c$

③ $Q \subset P^c$

④ $Q^c \subset P$

⑤ $Q = P^c$

해설

명제 $p \rightarrow q$ 가 참이면 그 대우 $\sim q \rightarrow \sim p$ 도 참이다.
 $\therefore Q^c \subset P^c$

17. 전체집합 U 에서 조건 p, q 의 진리집합을 각각 P, Q 라 할 때, 명제 $\sim p \rightarrow q$ 가 참일 때, 다음 중 옳지 않은 것은? (단, $U \neq \emptyset$)

① $P^c \subset Q$

② $P \cap Q = \emptyset$

③ $P^c \cap Q^c = \emptyset$

④ $P \cap Q^c = Q^c$

⑤ $P \cup Q = U$

해설

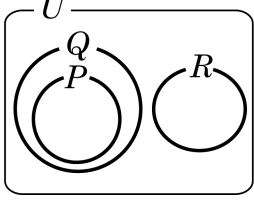
$\sim p \rightarrow q$ 를 확인하기 위해 대우의 참, 거짓을 판별하거나 포함 관계를 본다.

$P^c \subset Q$ 이려면 $(P \cup Q)^c = \emptyset$ 이어야 한다.

$\therefore P \cup Q = U, P^c \cap Q^c = \emptyset$

$P \cap Q = \emptyset$ 는 알 수 없다.

18. 전체집합 U 에서 세 조건 p, q, r 를 만족하는 집합을 각각 P, Q, R 라 할 때, 세 집합 사이의 포함 관계가 다음 그림과 같다.



이때, 다음 명제 중 참인 것은?

- ① $q \rightarrow r$
- ② $r \rightarrow \sim p$
- ③ $(q \text{ 또는 } r) \rightarrow \sim p$
- ④ $(\sim q \text{ 이고 } r) \rightarrow p$
- ⑤ $p \rightarrow (\sim q \text{ 또는 } r)$

해설

② 주어진 벤 다이어그램에서 $R \subset P^c$ 이므로 $r \rightarrow \sim p$ 는 참인 명제이다.

19. 집합 $A = \{x \mid -1 \leq x \leq 1, x \text{는 정수}\}$ 에 대하여 $a \in A, b \in A$ 일 때, 다음 중 참인 명제는?

- ① 임의의 a 에 대하여 $a^2 > 0$ 이다.
- ② $a^2 - 1 = 0$ 을 만족하지 않는 a 가 있다.
- ③ 모든 a, b 에 대하여 $a^2 + b^2 = 1$ 을 만족한다.
- ④ 모든 a, b 에 대하여 $a + b > 2$ 이다.
- ⑤ $|a| = |b|$ 이면 $ab = 1$ 이다.

해설

- ① $a = 0$ 이면 $a^2 = 0$ 이므로 거짓이다.
- ② $a = 0$ 이면 $a^2 = 0$ 이므로 참이다.
- ③ $a = 1, b = 1$ 이면 $a^2 + b^2 = 2$ 이므로 거짓이다.
- ④ $a = 0, b = 0$ 이면 $a + b = 0$ 이므로 거짓이다.
- ⑤ $a = 1, b = -1$ 이면 $|a| = |b| = 1$ 이지만 $ab = -1$ 이므로 거짓이다.

20. 다음 중 거짓인 명제는?

- ① 모든 소수는 약수를 2개 가진다.
- ② 어떤 소수는 홀수가 아니다.
- ③ 모든 실수 a 에 대하여 $a^2 > 0$ 이다.
- ④ a, b 가 유리수이면 $a + b$ 도 유리수이다.
- ⑤ 중산고등학교 1 학년 학생들은 수학 공부를 열심히 한다.

해설

- ③ 0도 실수에 포함되므로 거짓이다.

21. 다음 중 참인 명제는?

- ① 2는 홀수이다.
- ② $\sqrt{2}$ 는 유리수이다.
- ③ 99는 100보다 작다.
- ④ $\emptyset$ 은 무한집합이다.
- ⑤ 모든 실수 x 에 대하여 $x^2 > 0$ 이다.

해설

③ 99는 100보다 작은 것이 사실이므로 참이다.

22. 전체집합 U 에 대하여 두 조건 p, q 의 진리집합을 각각 P, Q 라 하고, 명제 ‘ p 이면 q 이다.’가 거짓임을 보이기 위해 반례를 찾으려고 한다. 다음 중 그 반례가 속하는 집합은?

- ① $P - Q$ ② $Q - P$ ③ $P \cap Q$
④ $P^c \cap Q^c$ ⑤ $Q \cup P^c$

해설

명제 $p \rightarrow q$ 가 거짓이면 $P \not\subset Q$ 이고, 반례는 조건 p 는 만족하지만 조건 q 는 만족하지 않는 것이므로 $x \in P$ 이고 $x \notin Q$ 인 x 가 속하는 집합을 찾으면 된다. 즉, 반례는 집합 $P - Q$ 의 원소 중에서 찾으면 된다.

23. 다음 중 명제 ' $x + y \geq 2$ 이고 $xy \geq 1$ 이면, $x \geq 1$ 이고 $y \geq 1$ 이다.' 가 거짓임을 보이는 반례는?

① $x = 1, y = \frac{1}{2}$

② $x = 100, y = \frac{1}{2}$

③ $x = 1, y = 1$

④ $x = 2, y = 4$

⑤ $x = -1, y = -5$

해설

$x + y \geq 2, xy \geq 1$ 는 만족하지만, $x \geq 1, y \geq 1$ 은 만족하지 않는 반례를 찾는다.

$\therefore x = 100, y = \frac{1}{2}$ 일 때, 거짓이다.

24. 다음 중 명제 ‘ $ab = |ab|$ 이면 $a \geq 0$ 이고 $b \geq 0$ 이다.’ 가 거짓임을 보여주는 반례로 알맞은 것은?

① $a = 2, b = 2$

② $a = -3, b = -1$

③ $a = \frac{1}{2}, b = 1$

④ $a = -1, b = 1$

⑤ $a = \frac{1}{2}, b = -\frac{1}{3}$

해설

$a = -3, b = -1$ 이면 $ab = |ab|$ 이지만 $a \geq 0, b \geq 0$ 은 아니다.

25. 두 조건 $p : |x - k| \leq 1$, $q : -7 \leq x \leq 3$ 에서 명제 $p \rightarrow q$ 가 참일 때, k 의 최댓값과 최솟값의 합을 구하면?

① -12 ② -4 ③ 8 ④ 4 ⑤ 12

해설

$P \subset Q$

$$p : |x - k| \leq 1 \rightarrow k - 1 \leq x \leq k + 1$$

$$-7 \leq k - 1 \rightarrow -6 \leq k$$

$$k + 1 \leq 3 \rightarrow k \leq 2$$

$$\therefore -6 \leq k \leq 2$$

$$(-6) + 2 = -4$$

26. 두 조건 $p : |x - 2| \leq h$, $q : |x + 1| \leq 7$ 에 대하여 ‘ p 이면 q 이다.’가 참이 되도록 하는 h 의 최댓값을 구하여라. (단, $h \geq 0$)

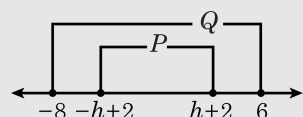
▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$p : 2 - h \leq x \leq 2 + h$$

$$q : -8 \leq x \leq 6$$



$$-h + 2 \geq -8 \Leftrightarrow h \leq 10, h + 2 \leq 6 \Leftrightarrow h \leq 4$$

$$\therefore h \leq 4$$

$$\therefore n \text{의 최댓값은 } 4$$

27. 두 조건 $p: 2 \leq x < 5$, $q: a+1 < x < a+9$ 에 대하여 명제 $p \rightarrow q$ 가 참이 되도록 하는 정수 a 의 모든 값의 합은?

㉠ -10 ㉡ -9 ㉢ -6 ㉣ -5 ㉤ -3

해설

조건 p 를 만족하는 진리집합을 P , 조건 q 를 만족하는 진리집합을 Q 라 하면 $p \rightarrow q$ 이려면 $P \subset Q$ 가 성립해야 한다.

$a+1 < 2$ 이고 $a+9 \geq 5$ 이므로 $a < 1$, $a \geq -4$

따라서 $-4 \leq a < 1$ 이므로 만족하는 정수 a 는 $-4, -3, -2, -1, 0$ 이고 합은 -10 이다.

28. 실수 x 에 대하여 두 조건 $p : 0 \leq x \leq 2$, $q : x + a < 0$ 에 대하여 명제 「모든 x 에 대하여 p 이면 q 이다.」가 참일 때, a 의 범위를 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-2 > a$

해설

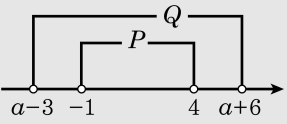
명제 「모든 x 에 대하여 p 이면 q 이다.」가 참인 것은 두 조건 p, q 를 만족하는 진리집합 P, Q 에 대하여 $P \subset Q$ 이 성립한다. 따라서, $-a > 2$ 이다. 따라서, $a < -2$

29. 실수 전체의 집합에서의 두 조건 $p: -1 < x < 4, q: a-3 < x < a+6$ 일 때, 명제 $p \rightarrow q$ 가 참이기 위한 실수 a 의 최댓값과 최솟값의 합은?

- ① 0 ② 2 ③ 4 ④ 6 ⑤ 8

해설

두 조건 p, q 를 만족하는 집합을 각각 P, Q 라고 하면 $P = \{x \mid -1 < x < 4\}$
 $Q = \{x \mid a-3 < x < a+6\}$



이때, 명제 $p \rightarrow q$ 가 참이려면 $P \subset Q$ 이어야 하므로 위 수직선에서 $a-3 \leq -1$ 이고 $a+6 \geq 4$ 이다.

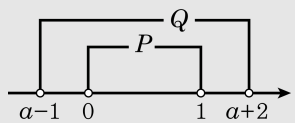
$\therefore -2 \leq a \leq 2$

따라서, a 의 최댓값은 2, 최솟값은 -2 이므로 최댓값과 최솟값의 합은 0이다.

30. 명제 ‘ $0 < x \leq 1$ 이면 $a - 1 < x < a + 2$ 이다.’가 참이 되도록 하는 a 의 값의 범위를 구하면?

- ① $-2 < a < 1$ ② $-1 < a < 0$ ③ $-1 < a < 1$
 ④ $-1 < a \leq 1$ ⑤ $0 < a \leq 2$

해설



$p : 0 < x \leq 1$, $q : a - 1 < x < a + 2$ 라 하고, 조건 p, q 를 만족하는 집합을 각각 P, Q 라 할 때, 명제 $p \rightarrow q$ 가 참이 되려면 $P \subset Q$ 이어야 한다.

위 그림에서 $a - 1 \leq 0$, $a + 2 > 1$

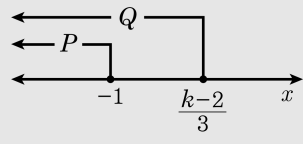
$a \leq 1$, $a > -1$

$\therefore -1 < a \leq 1$

31. 명제 ‘ $x \leq -1$ 이면 $3x + 2 \leq k$ 이다.’가 참일 때, 다음 중 상수 k 의 값으로 옳은 것은?

① -5 ② -4 ③ -3 ④ -2 ⑤ -1

해설



$p: x \leq -1$, $q: 3x + 2 \leq k$ 라 하고, 조건 p, q 를 만족하는 집합을 각각 P, Q 라 할 때 명제 $p \rightarrow q$ 가 참이므로 $P \subset Q$ 이다.

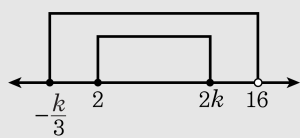
$$-1 \leq \frac{k-2}{3}, \quad -3 \leq k-2$$

$$\therefore k \geq -1$$

32. 두 조건 $p: 2 \leq x \leq 2k$, $q: -\frac{k}{3} \leq x < 16$ 에 대하여 ‘ p 이면 q 이다.’가 참이 되도록 하는 정수 k 의 개수는? (단, $k \geq 1$)

① 7개 ② 8개 ③ 12개 ④ 15개 ⑤ 16개

해설



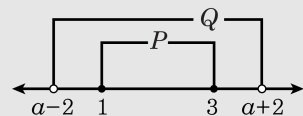
$-\frac{k}{3} \leq 2 \rightarrow k \geq -6, 2k < 16 \rightarrow k < 8, 1 \leq k < 8$ 이므로
정수 k 의 개수는 7개

33. 두 조건 $p : 1 \leq x \leq 3$, $q : |x - a| < 2$ 에 대하여 $p \rightarrow q$ 가 참이 되도록 상수 a 의 값의 범위를 구하면?

- ㉠ $1 < a < 3$ ㉡ $1 \leq a < 3$ ㉢ $1 < a \leq 3$
 ㉣ $1 \leq a \leq 3$ ㉤ $2 < a \leq 3$

해설

$$p \rightarrow q \Rightarrow P \subset Q, |x - a| < 2 \Leftrightarrow a - 2 < x < a + 2$$



$$\therefore a - 2 < 1 \text{ 그리고 } 3 < a + 2$$

$$\therefore 1 < a < 3$$