1. 다음 중 집합이 아닌 것은?

① 5 의 배수의 모임

② 15 보다 큰 14 의 약수의 모임

③ 10 보다 큰 홀수의 모임

④ 가장 작은 자연수의 모임

⑤ 10 보다 조금 작은 수들의 모임

해설

① $\{5, 10, 15, \cdots\}$

② $\varnothing$

③ $\{11, 13, 15, \cdots\}$

④ $\{1\}$

2. 집합 $A = \{k \mid k \le 12,\ k$는 3의 배수$\}$ 를 원소나열법으로 나타내면?

① $A = \{3, 6\}$

② $A = \{3, 6, 9\}$

③ $A = \{3, 6, 9, 12\}$

④ $A = \{3, 6, 9, 10, 12\}$

⑤ $A = \{3, 6, 9, 10, 11\}$

해설

집합 A 를 원소나열법으로 나타내면 $A = \{3, 6, 9, 12\}$ 이다.

3. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① $A \cap B = B \cap A$

② $A \cap \varnothing = \varnothing$

③ $(A \cap B) \subset B$

④ $A \subset B$ 이면 $A \cup B = B$

⑤ $B \subset A$ 이면 $A \cap B = A$

해설

③ $(A \cap B) \subset A$,$(A \cap B) \subset B$

④ $A \subset B$ 이면 $A \cup B = B$

⑤ $B \subset A$ 이면 $A \cap B = B$

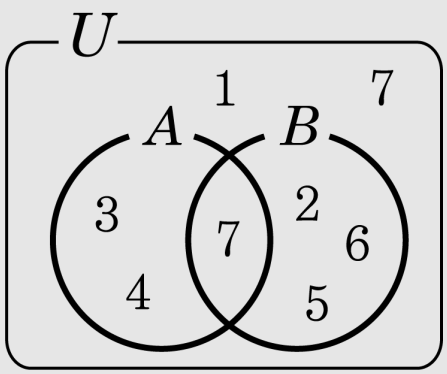
4. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A - B = \{3, 4\}$, $B - A = \{2, 5, 6\}$, $(A \cup B)^c = \{1\}$ 일 때, 집합 B 를 나타낸 것으로 옳은 것은?

① $\{2, 5, 6\}$ ② $\{2, 5, 6, 7\}$ ③ $\{1, 2, 5\}$

④ $\{1, 2, 5, 6\}$ ⑤ $\{1, 2, 5, 6, 7\}$

해설

주어진 집합을 벤 다이어그램으로 나타내면



$\therefore\ B = \{2, 5, 6, 7\}$

[별해] $(A \cup B)^C = \{1\}$ 이므로

$A \cup B = \{2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ 이다.

$B = (A \cup B) - (A - B) = \{2, 5, 6, 7\}$

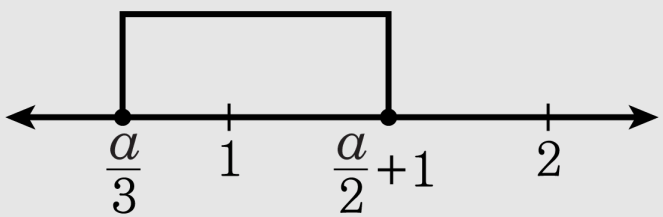
5. 두 집합 $A = \{1,\ 2\}$, $B = \left\{ x \,\middle|\, \frac{a}{3} \le x \le \frac{a}{2} + 1 \right\}$ 에 대하여 $A - B = \{2\}$ 일 때, 상수 a의 값의 범위는?

① $a < 2$ ② $a \le 3$ ③ $a < 3$

④ $0 \le a < 2$ ⑤ $0 < a \le 2$

해설

$A - B = \{2\}$이므로 $1 \in B$, $2 \notin B$



따라서 $\frac{a}{3} \le 1$, $1 \le \frac{a}{2} + 1 < 2$이므로 $0 \le a < 2$

6. 두 집합 $A = \{x|x$는 20보다 작은 4의 배수$\}$, $B = \{1,\ a,\ 2+a,\ 8,\ 8a\}$ 에서 $A \cap B = \{4,\ 8,\ 16\}$ 일 때, $A \cup B$는?(단, a 는 자연수이다.)

① $\{1,\ 2,\ 4,\ 8,\ 16\}$

② $\{1,\ 2,\ 4,\ 8,\ 12,\ 16\ \}$

③ $\{1,\ 2,\ 4,\ 8,\ 12,\ 16\ ,\ 20\}$

④ $\{1,\ 2,\ 4,\ 8,\ 12,\ 16\ ,\ 32\}$

⑤ $\{1,\ 2,\ 4,\ 8,\ 12,\ 16\ ,\ 24,\ 32\}$

해설

$A = \{4,\ 8,\ 12,\ 16\}$

$A \cap B = \{4,\ 8,\ 16\}$ 이므로 $4 \in B,\ \ 8 \in B,\ \ 16 \in B$ 이다.

이 때, a 가 자연수라 했으므로, $a < 2+a < 8a$ 이다.

따라서 $8a \neq 4,\ 8a \neq 8$ 이다.

$8a = 16 \quad \therefore\ a = 2$

$B = \{1,\ 2,\ 4,\ 8,\ 16\}$

$\therefore\ A \cup B = \{1,\ 2,\ 4,\ 8,\ 12,\ 16\ \}$

7. 전체집합 U의 두 부분집합 A, B에 대하여 등식 $(A\cap B)\cup(A^c\cap B^c)=U$가 성립할 때, 다음 중 A, B사이의 관계를 가장 옳게 나타낸 것은?

① $A\cup B=U$ ② $A\cap B=B$ ③ $A-B=\varnothing$

④ $A=B$ ⑤ $A\cap B=\varnothing$

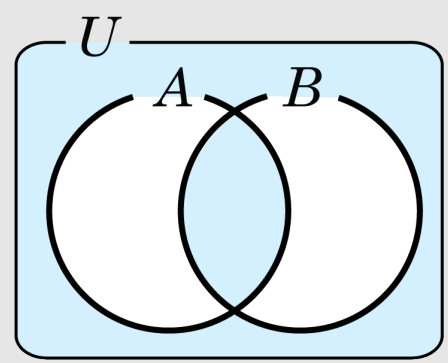
해설

$(A\cap B)\cup(A^c\cap B^c)=(A\cap B)\cup(A\cup B)^c=U$ 이므로 벤다이어그램을 그려보면 하얀 부분, 즉 $(A-B)\cup(B-A)=\varnothing$이 됨을 알 수 있다. 따라서 $A-B=\varnothing$이고 $B-A=\varnothing$

($\because P\cup Q=\varnothing$이면 $P=\varnothing$이고 $Q=\varnothing$)

$A\subset B$, $B\subset A$ ($\because P-Q=\varnothing$이면 $P\subset Q$)

$\therefore\ A=B$ ($\because\ P\subset Q$, $Q\subset P$이면 $P=Q$)



8. 두 집합 A, B 가 다음과 같을 때 $(A-B)\cup X=X$, $(A\cup B)\cap X=X$ 를 만족하는 집합 X 의 개수는?

$A=\{x|x\text{는 }8\text{의 약수}\}$, $B=\{x|x\text{는 }5\text{이하의 홀수}\}$

① 2 개 ② 4 개 ③ 6 개 ④ 8 개 ⑤ 10 개

해설

$(A-B)\cup X=X$ 이므로 $(A-B)\subset X$

$(A\cup B)\cap X=X$ 이므로 $X\subset(A\cup B)$,

$A=\{1,\ 2,\ 4,\ 8\}, B=\{1,\ 3,\ 5\}$

$\{2,4,8\}\subset X\subset\{1,2,3,4,5,8\}$

집합 X 는 집합$A\cup B$ 의 부분집합 중 원소 2, 4, 8을 반드시 포함하는 집합이다.

$\therefore\ 2^{6-3}=2^3=8$ (개)

9. 집합 P 에 대하여 $2^A = \{P \mid P \subset A\}$ 로 정의한다. $A = \{1, 2, 4\}$ 일 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① $\varnothing \in 2^A$ ② $\varnothing \subset 2^A$ ③ $\{\varnothing\} \in 2^A$

④ $\{\varnothing\} \subset 2^A$ ⑤ $A \in 2^A$

해설

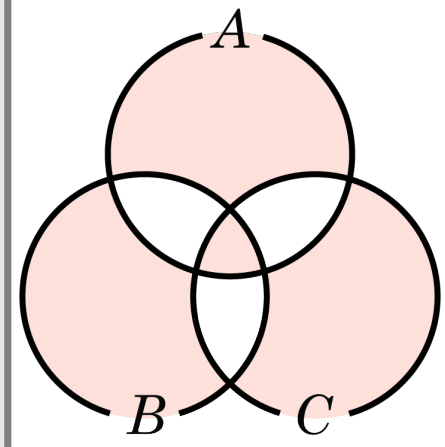
$2^A = \{P \mid P \subset A\}$ 는 집합 A 의 부분집합의 집합을 의미한다.
집합 A 의 부분집합은 $\varnothing, \{1\}, \{2\}, \{4\}, \{1, 2\}, \{1, 4\}, \{2, 4\}, \{1, 2, 4\}$ 이다.
따라서 2^A 를 원소나열법으로 나타내면 $\{\varnothing, \{1\}, \{2\}, \{4\}, \{1, 2\}, \{1, 4\}, \{2, 4\}, \{1, 2, 4\}\}$ 이다.
③ $\{\varnothing\} \notin 2^A$

10. 임의의 두 집합 X, Y에 대하여, 연산 $\triangle$을 $X \triangle Y = (X \cup Y) \cap (X^c \cup Y^c)$로 정의한다.1에서 30까지의 정수 중 2의 배수, 3의 배수, 5의 배수의 집합을 차례로 A, B, C라 할 때, $(A \triangle B) \triangle C$의 원소의 개수를 구하면?

① 10개 ② 13개 ③ 15개 ④ 17개 ⑤ 19개

해설

$X \triangle Y = (X \cup Y) - (X \cap Y) = (X - Y) \cup (Y - X)$

$(A \triangle B) \triangle C$ 의 벤다이어그램은 다음과 같다.

$\therefore \quad n((A \triangle B) \triangle C) = n(A) + n(B) + n(C) - 2\{n(A \cap B) + n(B \cap C) + n(C \cap A)\} + 4n(A \cap B \cap C) = (15 + 10 + 6) - 2(5 + 2 + 3) + 4 = 15$(개)