

1. 다음 중 집합이 아닌 것은?

- ① 5의 배수의 모임
- ② 15보다 큰 14의 약수의 모임
- ③ 10보다 큰 홀수의 모임
- ④ 가장 작은 자연수의 모임
- ⑤ 10보다 조금 작은 수들의 모임

해설

- ① $\{5, 10, 15, \dots\}$
- ② $\emptyset$
- ③ $\{11, 13, 15, \dots\}$
- ④ $\{1\}$

2. 집합 $A = \{k \mid k \leq 12, k \text{는 } 3\text{의 배수}\}$ 를 원소나열법으로 나타내면?

① $A = \{3, 6\}$

② $A = \{3, 6, 9\}$

③ $A = \{3, 6, 9, 12\}$

④ $A = \{3, 6, 9, 10, 12\}$

⑤ $A = \{3, 6, 9, 10, 11\}$

해설

집합 A 를 원소나열법으로 나타내면 $A = \{3, 6, 9, 12\}$ 이다.

3. 다음 중 옳지 않은 것은?

① $A \cap B = B \cap A$

② $A \cap \emptyset = \emptyset$

③ $(A \cap B) \subset B$

④ $A \subset B$ 이면 $A \cup B = B$

⑤ $B \subset A$ 이면 $A \cap B = A$

해설

③ $(A \cap B) \subset A, (A \cap B) \subset B$

④ $A \subset B$ 이면 $A \cup B = B$

⑤ $B \subset A$ 이면 $A \cap B = B$

4. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A - B = \{3, 4\}$, $B - A = \{2, 5, 6\}$, $(A \cup B)^c = \{1\}$ 일 때, 집합 B 를 나타낸 것으로 옳은 것은?

① $\{2, 5, 6\}$

② $\{2, 5, 6, 7\}$

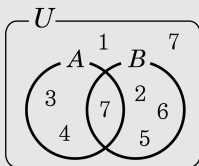
③ $\{1, 2, 5\}$

④ $\{1, 2, 5, 6\}$

⑤ $\{1, 2, 5, 6, 7\}$

해설

주어진 집합을 벤 다이어그램으로 나타내면



$$\therefore B = \{2, 5, 6, 7\}$$

[별해] $(A \cup B)^c = \{1\}$ 이므로

$A \cup B = \{2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ 이다.

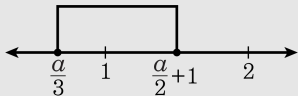
$$B = (A \cup B) - (A - B) = \{2, 5, 6, 7\}$$

5. 두 집합 $A = \{1, 2\}$, $B = \left\{x \mid \frac{a}{3} \leq x \leq \frac{a}{2} + 1\right\}$ 에 대하여 $A - B = \{2\}$ 일 때, 상수 a 의 값의 범위는?

- ① $a < 2$ ② $a \leq 3$ ③ $a < 3$
④ $0 \leq a < 2$ ⑤ $0 < a \leq 2$

해설

$A - B = \{2\}$ 이므로 $1 \in B$, $2 \notin B$



따라서 $\frac{a}{3} \leq 1$, $1 \leq \frac{a}{2} + 1 < 2$ 이므로 $0 \leq a < 2$

6. 두 집합 $A = \{x | x \text{는 } 20 \text{보다 작은 } 4 \text{의 배수}\}$, $B = \{1, a, 2 + a, 8, 8a\}$ 에서 $A \cap B = \{4, 8, 16\}$ 일 때, $A \cup B$ 는?(단, a 는 자연수이다.)

① $\{1, 2, 4, 8, 16\}$

② $\{1, 2, 4, 8, 12, 16\}$

③ $\{1, 2, 4, 8, 12, 16, 20\}$

④ $\{1, 2, 4, 8, 12, 16, 32\}$

⑤ $\{1, 2, 4, 8, 12, 16, 24, 32\}$

해설

$$A = \{4, 8, 12, 16\}$$

$A \cap B = \{4, 8, 16\}$ 이므로 $4 \in B$, $8 \in B$, $16 \in B$ 이다.

이 때, a 가 자연수라 했으므로, $a < 2 + a < 8a$ 이다.

따라서 $8a \neq 4$, $8a \neq 8$ 이다.

$$8a = 16 \quad \therefore a = 2$$

$$B = \{1, 2, 4, 8, 16\}$$

$$\therefore A \cup B = \{1, 2, 4, 8, 12, 16\}$$

7. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 등식 $(A \cap B) \cup (A^c \cap B^c) = U$ 가 성립할 때, 다음 중 A, B 사이의 관계를 가장 옳게 나타낸 것은?

① $A \cup B = U$

② $A \cap B = B$

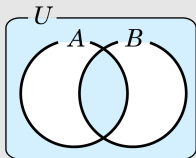
③ $A - B = \emptyset$

④ $A = B$

⑤ $A \cap B = \emptyset$

해설

$(A \cap B) \cup (A^c \cap B^c) = (A \cap B) \cup (A \cup B)^c = U$
 이므로 벤다이어그램을 그려보면 하얀 부분, 즉 $(A - B) \cup (B - A) = \emptyset$ 이 됨을 알 수 있다. 따라서 $A - B = \emptyset$ 이고 $B - A = \emptyset$
 $(\because P \cup Q = \emptyset$ 이면 $P = \emptyset$ 이고 $Q = \emptyset)$
 $A \subset B, B \subset A$ ($\because P - Q = \emptyset$ 이면 $P \subset Q$)
 $\therefore A = B$ ($\because P \subset Q, Q \subset P$ 이면 $P = Q$)



8. 두 집합 A, B 가 다음과 같을 때 $(A - B) \cup X = X$, $(A \cup B) \cap X = X$ 를 만족하는 집합 X 의 개수는?

$$A = \{x | x \text{는 } 8 \text{의 약수}\}, B = \{x | x \text{는 } 5 \text{이하의 홀수}\}$$

- ① 2개 ② 4개 ③ 6개 ④ 8개 ⑤ 10개

해설

$$(A - B) \cup X = X \text{ 이므로 } (A - B) \subset X$$

$$(A \cup B) \cap X = X \text{ 이므로 } X \subset (A \cup B),$$

$$A = \{1, 2, 4, 8\}, B = \{1, 3, 5\}$$

$$\{2, 4, 8\} \subset X \subset \{1, 2, 3, 4, 5, 8\}$$

집합 X 는 집합 $A \cup B$ 의 부분집합 중 원소 2, 4, 8을 반드시 포함하는 집합이다.

$$\therefore 2^{6-3} = 2^3 = 8 \text{ (개)}$$

9. 집합 P 에 대하여 $2^A = \{P \mid P \subset A\}$ 로 정의한다. $A = \{1, 2, 4\}$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

① $\emptyset \in 2^A$

② $\emptyset \subset 2^A$

③ $\{\emptyset\} \in 2^A$

④ $\{\emptyset\} \subset 2^A$

⑤ $A \in 2^A$

해설

$2^A = \{P \mid P \subset A\}$ 는 집합 A 의 부분집합의 집합을 의미한다. 집합 A 의 부분집합은 $\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{4\}, \{1, 2\}, \{1, 4\}, \{2, 4\}, \{1, 2, 4\}$ 이다.

따라서 2^A 를 원소나열법으로 나타내면 $\{\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{4\}, \{1, 2\}, \{1, 4\}, \{2, 4\}, \{1, 2, 4\}\}$ 이다.

③ $\{\emptyset\} \notin 2^A$

10. 임의의 두 집합 X, Y 에 대하여, 연산 Δ 을 $X\Delta Y = (X \cup Y) \cap (X^c \cup Y^c)$ 로 정의한다. 1에서 30까지의 정수 중 2의 배수, 3의 배수, 5의 배수의 집합을 차례로 A, B, C 라 할 때, $(A\Delta B)\Delta C$ 의 원소의 개수를 구하면?

① 10개

② 13개

③ 15개

④ 17개

⑤ 19개

해설

$$X\Delta Y = (X \cup Y) - (X \cap Y) = (X - Y) \cup (Y - X)$$

$(A\Delta B)\Delta C$ 의 벤다이어그램은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \therefore n((A\Delta B)\Delta C) &= n(A) + n(B) + n(C) - 2\{n(A \cap B) + n(B \cap C) + n(C \cap A)\} + 4n(A \cap B \cap C) \\ &= (15 + 10 + 6) - 2(5 + 2 + 3) + 4 \\ &= 15(\text{개}) \end{aligned}$$

