

1. x 에 대한 이차방정식 $2mx^2 + (5m+2)x + 4m+1 = 0$ 이 중근을 갖도록 하는 실수 m 의 값은?

① $-\frac{3}{2}, -2$

② $-\frac{7}{12}, -\frac{1}{2}$

③ $-\frac{7}{2}, 2$

④ $-\frac{2}{7}, 2$

⑤ $\frac{2}{7}, \frac{3}{2}$

해설

주어진 이차방정식의 판별식을 D 라고 하면 중근을 가질 조건은 $D = 0$ 이므로

$$D = (5m+2)^2 - 4 \cdot 2m \cdot (4m+1) = 0$$

$$25m^2 + 20m + 4 - 32m^2 - 8m = 0$$

$$7m^2 - 12m - 4 = 0$$

$$(7m+2)(m-2) = 0$$

$$\therefore m = -\frac{2}{7} \text{ 또는 } 2$$

2. 부등식 $x^2 - kx + 2 > 0$ 이 항상 성립하도록 하는 상수 k 의 범위를 구하면 $a < k < b$ 이다. 이 때, ab 의 값은?

① -10 ② -9 ③ -8 ④ -7 ⑤ -6

해설

$x^2 - kx + 2 > 0$ 이 항상 성립하려면
판별식이 실근을 갖지 않을 때이므로
 $D = k^2 - 4 \cdot 2 < 0$
 $k^2 - 8 < 0, (k - 2\sqrt{2})(k + 2\sqrt{2}) < 0$
 $\therefore -2\sqrt{2} < k < 2\sqrt{2}$
따라서 $a = -2\sqrt{2}, b = 2\sqrt{2}$ 이므로
 $ab = -2\sqrt{2} \times 2\sqrt{2} = -8$

3. 직선 $x+2y+3=0$ 과 수직이고 점 $(2, 0)$ 을 지나는 직선의 방정식을 구하면?

① $2x-y-4=0$

② $x-2y-4=0$

③ $2x-3y-4=0$

④ $3x-y-4=0$

⑤ $3x-2y-4=0$

해설

$$y = -\frac{1}{2}x - \frac{3}{2} \text{ 에 수직이므로, 기울기는 } 2$$

$(2, 0)$ 을 지나므로,

$$\Rightarrow y = 2(x-2)$$

$$\Rightarrow y = 2x-4$$

4. $1 - 4x^2 - y^2 + 4xy = (1 + ax + by)(1 + cx + dy)$ 일 때, $ac + bd$ 의 값을 구하면?

① -6

② -5

③ -4

④ -3

⑤ -2

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= 1 - (4x^2 - 4xy + y^2) \\&= 1^2 - (2x - y)^2 \\&= (1 + 2x - y)(1 - 2x + y) \\ \therefore a &= 2, b = -1, c = -2, d = 1 \\ \therefore ac + bd &= 2 \times (-2) + (-1) \times 1 = -5\end{aligned}$$

5. a, b, c 가 삼각형의 세 변의 길이를 나타낼 때, $a^2(b-c) + b^2(c-a) + c^2(a-b) = 0$ 을 만족하는 삼각형 ABC는 어떤 삼각형인가?

- ① $\angle B = 120^\circ$ 인 둔각삼각형 ② 직각삼각형
③ $\angle B = 150^\circ$ 인 둔각삼각형 ④ 이등변삼각형
⑤ $\angle A = 35^\circ$ 인 예각삼각형

해설

$$\begin{aligned} & a^2b - a^2c + b^2c - b^2a + c^2a - c^2b \\ &= a^2(b-c) + a(c+b)(c-b) + bc(b-c) \\ &= (b-c) \{a^2 + (c+b)a + bc\} \\ &= (b-c)(a+b)(a+c) \\ &\therefore b = c \quad (\because a+b \neq 0, a+c \neq 0) \end{aligned}$$

6. 너비가 40cm 인 철판의 양쪽을 접어 단면이 직사각형인 물받이를 만들려고 한다. 단면의 넓이가 최대가 될 때, 높이를 구하면?

① 10 ② 8 ③ 6 ④ 4 ⑤ 2

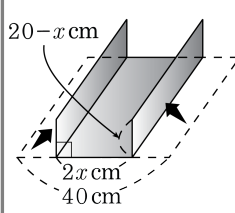
해설

직사각형의 가로를 $2x$ 라 하면 세로는 $20 - x$ 이다.

단면의 넓이는

$$2x(20-x) = -2x^2 + 40x = -2(x^2 - 20x + 200) + 100 = -2(x-10)^2 + 200$$

$\therefore x = 10$ 일 때 넓이가 최대이다.



7. 점 $P(a, b)$ 가 직선 $y = -x + 2$ 위를 움직일 때 점 $Q(a - b, a + b)$ 의 자취가 나타내는 도형의 방정식을 구하면?

① $x = 1$

② $y = 2$

③ $x + y = 2$

④ $x - y = -4$

⑤ $x + y = 0$

해설

$P(a, b)$ 가 $y = -x + 2$ 위의 점이므로

$$b = -a + 2 \cdots \textcircled{1}$$

$Q(a - b, a + b) = (x, y)$ 라 하면,

$$a - b = x, a + b = y$$

$$\therefore a = \frac{x + y}{2}, b = \frac{y - x}{2}$$

$$\textcircled{1} \text{에 대입하면 } \frac{y - x}{2} = -\frac{x + y}{2} + 2$$

$$\therefore y - x = -(x + y) + 4$$

$$\therefore y = 2$$

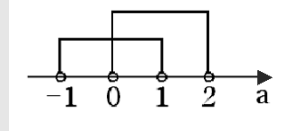
8. $x^2 - 2ax + 1 = 0$, $x^2 - 2ax + 2a = 0$ 중에서 한 개의 방정식만 허근을 갖도록 양수 a 의 범위를 정할 때, $\alpha \leq a < \beta$ 이다. 이때 $\alpha + \beta$ 의 값을 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$\frac{D_1}{4} = a^2 - 1 < 0 \text{에서 } -1 < a < 1$$

$$\frac{D_2}{4} = a^2 - 2a < 0 \text{에서 } 0 < a < 2$$



그림에서 $a > 0$ 이므로 $1 \leq a < 2$

$\therefore \alpha = 1, \beta = 2$

9. 중심이 직선 $2x+y=0$ 위에 있고, 두 점 $(3, 0)$, $(0, 1)$ 을 지나는 원의 방정식은 ?

- ① $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 6 = 0$
② $x^2 + y^2 + 2x - 4y - 6 = 0$
③ $5x^2 + 5y^2 - 8x + 16y - 21 = 0$
④ $5x^2 + 5y^2 + 8x - 16y - 21 = 0$
⑤ $x^2 + y^2 - 4x + 8y - 12 = 0$

해설

구하는 원의 중심이 직선 $2x + y = 0$ 위에 있으므로 중심을 $(a, -2a)$ 라 할 수 있다.

$$(x-a)^2 + (y+2a)^2 = r^2$$

점 $(3, 0)$ 을 지나므로,

$$(3-a)^2 + (2a)^2 = r^2 \dots \textcircled{1}$$

또, 점 $(0, 1)$ 을 지나므로,

$$a^2 + (1+2a)^2 = r^2 \dots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{에서 } a = \frac{4}{5}, r^2 = \frac{37}{5}$$

$$\therefore \left(x - \frac{4}{5}\right)^2 + \left(y + \frac{8}{5}\right)^2 = \frac{37}{5}$$

$$\text{정리하면 } 5x^2 + 5y^2 - 8x + 16y - 21 = 0$$

10. 두 점 A(-8, -2), B(2, 8) 에 대하여 원 $x^2 + y^2 = 27$ 위를 움직이는 점을 P 라고 할 때, $\triangle ABC$ 의 무게 중심 G 는 어떻게 움직이는가?
- ① $(x+1)^2 + (y-1)^2 = 1$ ② $(x+1)^2 + (y-1)^2 = 2$
③ $(x+2)^2 + (y+1)^2 = 2$ ④ $(x+2)^2 + (y-2)^2 = 3$
⑤ $(x+1)^2 + (y-1)^2 = 4$

해설

$P(a, b) \ a^2 + b^2 = 27$
무게중심 $G(x, y) = \left(\frac{-8+2+a}{3}, \frac{-2+8+b}{3} \right)$
 $\qquad\qquad\qquad = \left(\frac{a-6}{3}, \frac{b+6}{3} \right)$
 $X = \frac{a-6}{3}, \ Y = \frac{b+6}{3}$
 $a = 3X+6, \ b = 3Y-6 \ a^2 + b^2 = 27$ 에 대입하면,
 $(3X+6)^2 + (3Y-6)^2 = 27$
 $\therefore (X+2)^2 + (Y-2)^2 = 3$
따라서 $G(X, Y)$ 의 자취는 $(x+2)^2 + (y-2)^2 = 3$