

# 1. 다음 중 명제가 아닌 것은?

- ①  $2(x - 3) = -x + 5 + 3x$       ②  $x > -1$  이면  $x > 0$  이다.
- ③  $x$  가 실수이면  $x^2 \geq 0$  이다.      ④  $x^2 + 4x - 5 = 0$
- ⑤  $x = 2$  이면  $x^3 = 8$  이다.

## 해설

참인 명제 : ③, ⑤

거짓인 명제 : ①, ②

④의 경우  $x = -5$  또는  $x = 1$  일 때는 참이고, 그 외의 경우는 거짓이므로 명제가 아니다.

## 2. 다음 중 거짓인 명제는?

① 직사각형은 사다리꼴이다.

②  $x > 3$  이면  $x > 5$  이다.

③  $a = b$  이면  $a^3 = b^3$  이다.

④  $x$ 가 4의 배수이면  $x$ 는 2의 배수이다.

⑤  $(x - 3)(y - 5) = 0$  이면  $x = 3$  또는  $y = 5$  이다.

해설

반례:  $x = 4$

3. 다음에서 조건  $p$  는 조건  $q$ 이기 위한 어떤 조건인지 구하여라.

$$p : a, b \text{는 모두 짝수} \quad q : a + b \text{는 짝수}$$

▶ 답: 조건

▷ 정답: 충분조건

해설

$a, b$  는 모두 짝수  $\rightarrow a + b$  는 짝수 (역은 성립하지 않음) 증명)

$a = 2m, b = 2n$  ( $n, m$  은 자연수) 이면,

$a + b = 2m + 2n = 2(m + n)$  이므로 짝수이다.

한편,  $a = 3, b = 3$  일 때  $a + b = 6$  이므로 짝수이지만,  $a, b$  는 모두 홀수이다.

$\therefore p$  는  $q$ 의 충분조건이다.

4.  $p : x = 3$ ,  $q : x^2 = 3x$ 에서  $p$ 는  $q$  이기 위한 무슨 조건인지  
구하여라.

▶ 답: 조건

▶ 정답: 충분조건

해설

조건  $p, q$ 의 진리집합을 각각  $P, Q$  라 하면  $P = \{3\}$ ,  $Q = \{0, 3\}$   
이므로  $P \subset Q$ ,  $Q \not\subset P$  ∴ 충분조건

## 5. 다음 빈 칸에 알맞은 말을 써 넣어라.

$A \cap B = A$  인 것은  $A \subset B$  이기 위한  조건이다.

▶ 답:

▷ 정답: 필요충분

해설

$A \cap B = A$  인 것이 곧,  $A \subset B$  을 의미하므로 명제와 역 모두 참이 되는 필요충분조건이다.

6. 세 수  $A = 3\sqrt{3} - 1$ ,  $B = \sqrt{3} + 2$ ,  $C = 2\sqrt{3} + 1$ 의 대소 관계를 바르게 나타낸 것은?

- ①  $C < B < A$       ②  $A < B < C$       ③  $A < C < B$   
④  $B < A < C$       ⑤  $B < C < A$

해설

$$\begin{aligned}\text{i) } A - B &= (3\sqrt{3} - 1) - (\sqrt{3} + 2) \\&= 2\sqrt{3} - 3 = \sqrt{12} - \sqrt{9} > 0 \\&\therefore A > B\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{ii) } B - C &= (\sqrt{3} + 2) - (2\sqrt{3} + 1) \\&= 1 - \sqrt{3} < 0 \\&\therefore B < C\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{iii) } C - A &= (2\sqrt{3} + 1) - (3\sqrt{3} - 1) \\&= 2 - \sqrt{3} = \sqrt{4} - \sqrt{3} > 0 \\&\therefore C > A\end{aligned}$$

따라서  $B < A < C$

7. 조건  $x < 1$  또는  $x > 2$ 의 부정은?

- ①  $x < 1$  그리고  $x > 2$
- ②  $x \leq 1$  또는  $x \geq 2$
- ③  $x \geq 1$  또는  $x \leq 2$
- ④  $x \leq 1$  그리고  $x \geq 2$
- ⑤  $1 \leq x \leq 2$

해설

$x < 1$  또는  $x > 2$ 의 부정은  $1 \leq x \leq 2$ 이다.

8. 전체집합이  $U = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  일 때, 다음 중 옳은 것은?

- ① 조건 ' $x^2 - 6x + 8 = 0$ '의 진리집합은  $\{2, 3\}$ 이다.
- ② 조건 'x는 소수이다.'의 진리집합은  $\{1, 3, 5\}$ 이다.
- ③ 조건 'x는 4의 약수이다.'의 진리집합은  $\{0, 1, 2, 4\}$ 이다.
- ④ 조건 ' $0 \leq x < 4$ 이고  $x \neq 2$ 이다.'의 진리집합은  $\{0, 1, 3\}$ 이다.
- ⑤ 조건 'x는 6의 약수이다.'의 진리집합은  $\{1, 2, 3\}$ 이다.

### 해설

- ①  $x^2 - 6x + 8 = 0 \Leftrightarrow (x-2)(x-4) = 0 \Leftrightarrow x=2$  또는  $x=4$ , 따라서, 진리집합은  $\{2, 4\}$
- ② 소수는 2, 3, 5 이므로 진리집합은  $\{2, 3, 5\}$
- ③ 4의 약수는 1, 2, 4 이므로 진리집합은  $\{1, 2, 4\}$
- ④  $x=0, 1, 2, 3$ 이고  $x \neq 2$  이므로 진리집합은  $\{0, 1, 3\}$
- ⑤ 전체집합이  $U = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 이고 6의 약수는 1, 2, 3, 6 이므로 진리집합은  $\{1, 2, 3, 6\}$

9. 전체집합  $U$ 에서 두 조건  $p, q$ 를 만족하는 집합을 각각  $P, Q$ 라 한다.  
 $\sim p \rightarrow \sim q$ 가 참일 때, 다음 중 항상 옳은 것은?

①  $P \cup Q = U$

②  $P \cap Q = \emptyset$

③  $Q \subset P$

④  $P \subset Q$

⑤  $P = Q$

해설

$\sim p \rightarrow \sim q$  이 참이면  $P^c \subset Q^c \leftrightarrow P \supset Q$

해설

$\sim p \rightarrow \sim q$  이 참이면 대우인  $q \rightarrow p$  가 참따라서  $Q \subset P$

10. 다음 중 ‘모든 평화고등학교 학생들은 평화시에 살고 있다.’의 부정인 명제를 고르면?

- ① 평화시에 살고 있지 않으면 평화고등학교 학생이 아니다.
- ② 평화시에 사는 학생은 평화고등학교 학생이다.
- ③ 모든 평화고등학교 학생들은 평화시에 살고 있지 않다.
- ④ 평화시에 살고 있지 않은 평화고등학교 학생이 적어도 한명은 있다.
- ⑤ 어떤 평화고등학교 학생들은 평화시에 살고 있다.

해설

모든 ~ 이다. : (부정) ⇒ 어떤 ~ 아니다.  
적어도 ~ 아니다.

11. 두 조건  $p, q$  를 만족하는 집합을 각각  $P, Q$  라 할 때, 명제  $p \rightarrow q$  가 거짓임을 보이는 반례가 속하는 집합은?

- ①  $P \cap Q$
- ②  $P \cup Q$
- ③  $P^c \cup Q^c$
- ④  $P - Q$
- ⑤  $Q - P$

해설

$p \rightarrow q$  가 거짓임을 보이려면  $P$  의 원소 중에서  $Q$  의 원소가 아닌 것을 찾으면 된다. 따라서, 반례가 속하는 집합은  $P \cap Q^c = P - Q$

12. 다음 중  $p$ 가  $q$ 이기 위한 필요충분조건인 것은?( $a, x, y, z$ 는 모두 실수)

①  $p : a < b, \quad q : |a| < |b|$

②  $p : 2x + 3 = 5, \quad q : x^2 - 2x + 1 = 0$

③  $p : a > 3, \quad q : a^2 > 9$

④  $p : x > 0 \wedge y > 0, \quad q : x + y > 0$

⑤  $p : xy = yz, \quad q : x = z$

### 해설

주어진 명제도 참이고 역도 참인 것을 고른다.

① 주어진 명제, 역 모두 거짓이다.

②  $p, q$ 를 만족하는 값이 모두  $x = 1$ 이므로 필요충분조건이다.

③, ④ 주어진 명제만 참이고 역은 성립하지 않는다.  $\therefore p$ 는  $q$ 이기 위한 충분조건이다.

⑤ 주어진 명제는 거짓이고 역은 참이다.

$\therefore p$ 는  $q$ 이기 위한 필요조건이다.

13.  $x - 4 = 0$  이거나  $x^2 + ax - 48 = 0$  이기 위한 충분조건일 때, 실수  $a$ 의 값은?

① 4

② 6

③ 8

④ 10

⑤ 12

해설

$$x - 4 = 0 \Rightarrow x^2 + ax - 48 = 0$$

$$\therefore 16 + 4a - 48 = 0$$

$$\therefore a = 8$$

14. 명제  $p, q, r$  에 대하여  $p$  는  $q$  이기 위한 필요조건,  $r$  은  $q$  이기 위한 충분조건일 때,  $p$  는  $r$  이기 위한 무슨 조건인가?

- ① 필요
  - ② 충분
  - ③ 필요충분
  - ④ 아무 조건도 아니다.
  - ⑤  $q$ 에 따라 다르다.

해설

$p$  는  $q$  이기 위한 필요조건이므로  $p \Leftarrow q$ ,  
 즉  $q \Rightarrow p$  가 성립하고  $r$  은  $q$  이기 위한 충분조건,  
 즉  $r \Rightarrow q$  가 성립하므로  $r \Rightarrow q \Rightarrow p$  이다.  
 그러나  $p \Rightarrow r$  인지는 알 수 없다.  
 따라서  $r \Rightarrow p$  이므로  $p$  는  $r$  이기 위한 필요조건이다.

15.  $a > b > 0$  일 때,  $a^2 > b^2$  이다. 이를 이용하여  $x > y > -1$  일 때,  
 $\sqrt{x+1}$ ,  $\sqrt{y+1}$  의 대소를 비교하면?

- ①  $\sqrt{x+1} < \sqrt{y+1}$       ②  $\sqrt{x+1} \leq \sqrt{y+1}$
- ③  $\sqrt{x+1} > \sqrt{y+1}$       ④  $\sqrt{x+1} \geq \sqrt{y+1}$
- ⑤  $\sqrt{x+1} = \sqrt{y+1}$

해설

$$\begin{aligned}(\sqrt{x+1})^2 - (\sqrt{y+1})^2 &= (x+1) - (y+1) \\&= x - y > 0\end{aligned}$$

$$\therefore \sqrt{x+1} > \sqrt{y+1}$$

16. 자연수  $n$ 에 대하여  $2^{4n}$ ,  $3^{3n}$ 의 대소를 바르게 비교한 것은?

- ①  $2^{4n} < 3^{3n}$       ②  $2^{4n} > 3^{3n}$       ③  $2^{4n} \leq 3^{3n}$   
④  $2^{4n} \geq 3^{3n}$       ⑤  $2^{4n} = 3^{3n}$

해설

$$\frac{2^{4n}}{3^{3n}} = \left(\frac{2^4}{3^3}\right)^n = \left(\frac{16}{27}\right)^n < 1$$
$$\therefore 2^{4n} < 3^{3n}$$

17. 부등식  $|x+y| \leq |x| + |y|$  에서 등호가 성립할 필요충분조건은?

①  $x = y$

②  $xy > 0$

③  $xy \geq 0$

④  $x \geq 0, y \geq 0$

⑤  $x \leq 0, y \leq 0$

해설

$|x+y| = |x| + |y|$  의 양변을 제곱하여 정리하면

$$xy = |xy|$$

( i )  $xy = |xy| \Rightarrow xy \geq 0$

( ii ) 또  $xy > 0$  이면  $x, y$  는 같은 부호이므로 등식이 성립한다.

$xy = 0$  이면 등호가 성립한다.

따라서,  $xy \geq 0 \Rightarrow xy = |xy|$

( i ), ( ii )에서

$$xy = |xy| \Leftrightarrow xy \geq 0$$

18. 전체집합  $U = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$  에 대하여 조건  $x^2 - 2 > 0$  의 진리집합은?

- ①  $\emptyset$
- ②  $\{0, 1\}$
- ③  $\{3, 4, 5\}$
- ④  $\{2, 3, 4, 5\}$
- ⑤  $U$

해설

주어진 조건  $x^2 - 2 > 0$  에

$x = 0$  을 대입하면  $0 - 2 > 0$  (거짓)

$x = 1$  을 대입하면  $1 - 2 > 0$  (거짓)

$x = 2$  를 대입하면  $4 - 2 > 0$  (참)

$x = 3$  을 대입하면  $9 - 2 > 0$  (참)

$x = 4$  를 대입하면  $16 - 2 > 0$  (참)

$x = 5$  를 대입하면  $25 - 2 > 0$  (참)

따라서 구하는 진리집합은  $\{2, 3, 4, 5\}$

19. 전체집합  $U$ 에서 두 조건  $p, q$ 를 만족하는 집합을 각각  $P, Q$ 라 할 때, 다음 중 ‘ $\sim p$  이면  $\sim q$ 이다.’가 거짓임을 보이는 원소가 속하는 집합은?

①  $P \cap Q^c$

②  $P \cup Q^c$

③  $P \cap Q$

④  $P^c \cap Q$

⑤  $P^c \cap Q^c$

해설

‘ $\sim p$  이면  $\sim q$ 이다.’가 거짓이므로 대우명제 ‘ $q$  이면  $p$ 이다.’도 거짓이다. 즉  $Q \subset P$ 가 거짓이므로  $Q - P \neq \emptyset$ 임을 보이면 된다. 따라서  $Q \cap P^c$ 에 속하는 원소이다.

20. 실수 전체의 집합에서의 두 조건  $p : -1 < x < 4$ ,  $q : a-3 < x < a+6$  일 때, 명제  $p \rightarrow q$  가 참이기 위한 실수  $a$  의 최댓값과 최솟값의 합은?

① 0

② 2

③ 4

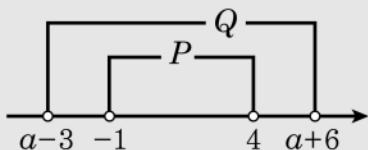
④ 6

⑤ 8

### 해설

두 조건  $p$ ,  $q$  를 만족하는 집합을 각각  $P$ ,  $Q$  라고 하면  $P = \{x \mid -1 < x < 4\}$

$$Q = \{x \mid a-3 < x < a+6\}$$



이때, 명제  $p \rightarrow q$  가 참이려면  $P \subset Q$  이어야 하므로 위 수직선에서  $a-3 \leq -1$  이고  $a+6 \geq 4$  이다.

$$\therefore -2 \leq a \leq 2$$

따라서,  $a$  의 최댓값은 2, 최솟값은  $-2$  이므로 최댓값과 최솟값의 합은 0이다.

21. 다음에서 조건  $p$ 가 조건  $q$  이기 위한 필요조건이고 충분조건은 아닌 것을 골라 기호로 써라. (단,  $a, b$ 는 실수)

㉠  $p : A \cup B = B, q : A \subset B$

㉡  $p : a^2 + b^2 = 0, q : a = 0 \text{ } \circ\text{]} \text{ and } b = 0$

㉢  $p : a^2 = b^2, q : a = b$

▶ 답:

▷ 정답: ㉢

해설

㉢  $p : a^2 = b^2 \leftarrow q : a = b$

$\therefore p$  는  $q$  이기 위한 필요조건

22. 다음에서 조건  $p$  는 조건  $q$  이기 위한 필요조건이지만 충분조건이 아닌 것은? (단,  $a, x, y$ 는 실수)

①  $p : a < 0, q : \sqrt{a^2} = -a$

②  $p : xy < 0, q : x < 0$  이고  $y > 0$

③  $p : xy = 0, q : x = 0$  또는  $y = 0$

④  $p : A \cup (B - A) = B, q : A \subset B$

⑤  $p : x, y$  가 유리수,  $q : x + y, xy$  가 유리수

해설

② 충분조건일 때의 반례는  $x > 0$ 이고,  $y < 0$ 인 경우이다.

23. 다음 중  $p$  가  $q$  이기 위한 무슨 조건인지 차례대로 바르게 적은 것은?

- (가)  $p : a + b, ab$  가 정수,  $q : a, b$  가 모두 정수
- (나)  $p : a + b, ab$  가 유리수,  $q : a, b$  가 모두 유리수
- (다)  $p : |a + b| < |a - b|, q : a < 0$  또는  $b < 0$

① (가) 필요, (나) 필요, (다) 필요충분

② (가) 필요, (나) 충분, (다) 필요충분

③ (가) 필요, (나) 필요충분, (다) 충분

④ (가) 충분, (나) 필요충분, (다) 필요

⑤ (가) 충분, (나) 필요, (다) 필요충분

해설

(가)는  $q \rightarrow p$  가 성립하므로 필요조건이다.

(나) 역시  $q \rightarrow p$  만 성립하므로 필요조건이다.

(다)는  $p \leftrightarrow q$  가 성립하므로 필요충분조건이다.

24. 다음 두 조건  $p : 2 \leq x \leq 5$ ,  $q : x \geq a$ 에 대하여  $p$ 는  $q$ 이기 위한 충분조건이 되도록 상수  $a$ 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$p$  가  $q$  이기 위한 충분조건이므로 각각의 진리집합을  $P, Q$  라 할 때,  $P \subset Q$  이 성립해야 한다. 따라서  $2 \leq x \leq 5$  를 만족하는 영역은  $x \geq a$ 를 만족하는 영역에 포함되어야 함으로  $a \leq 2$  따라서  $a$ 의 최댓값은 2

25. 두 조건  $p : -5 \leq x < 6$ ,  $q : 2a - 3 < x \leq a + 2$ 에 대하여  $p$  가  $q$  이기 위한 필요조건이 되도록 하는 정수  $a$ 의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답:  $a = 5$  개

해설

두 조건  $p$ ,  $q$  를 만족하는 집합을 각각  $P$ ,  $Q$  라고 하면

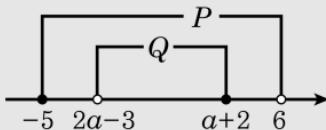
$$P = \{x \mid -5 \leq x < 6\},$$

$$Q = \{x \mid 2a - 3 < x \leq a + 2\}$$

이때,  $p$  가  $q$  이기 위한 필요조건이므로  $q \Rightarrow p$

$$\therefore Q \subset P$$

따라서, 다음 수직선에서



$$2a - 3 \geq -5 \quad \text{이고} \quad a + 2 < 6$$

$$2a \geq -2 \quad \text{이고} \quad a < 4$$

$$\therefore -1 \leq a < 4$$

따라서, 정수  $a$  는  $-1, 0, 1, 2, 3$ 의 5개이다.

26. 두 조건  $p : -1 < x < 3$ ,  $q : a - 1 < x < a + 5$ 에 대하여  $p$ 는  $q$ 이기 위한 충분조건이 되도록 하는  $a$ 의 최댓값과 최솟값의 합은?

① -2

② -1

③ 0

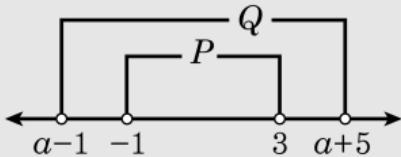
④ 1

⑤ 2

해설

$p$ 는  $q$ 이기 위한 충분조건이 되기 위해서는

$\{x \mid -1 < x < 3\} \subset \{x \mid a - 1 < x < a + 5\}$ 이어야 하므로 두 조건  $p, q$ 를 만족하는 집합을 각각  $P, Q$ 라 하면 다음 그림에서  $a - 1 \leq -1$ 이고  $a + 5 \geq 3$



$$\therefore -2 \leq a \leq 0$$

따라서,  $a$ 의 최댓값은 0, 최솟값은 -2 이므로

$$0 + (-2) = -2$$

27. 네 조건  $p$ ,  $q$ ,  $r$ ,  $s$ 에 대하여  $p$ ,  $q$ 는 각각  $r$ 이기 위한 충분조건,  $s$ 는  $r$ 이기 위한 필요조건,  $q$ 는  $s$ 이기 위한 필요조건이다. 이때,  $p$ 는  $q$ 이기 위한 어떤 조건인지를 말하여라.

▶ 답: 조건

▶ 정답: 충분조건

해설

$p$ 는  $r$ 이기 위한 충분조건이므로  $p \Rightarrow r$

$q$ 는  $r$ 이기 위한 충분조건이므로  $q \Rightarrow r$

$s$ 는  $r$ 이기 위한 필요조건이므로  $r \Rightarrow s$

$q$ 는  $s$ 이기 위한 필요조건이므로  $s \Rightarrow q$

따라서,  $p \Rightarrow r \Rightarrow s \Rightarrow q$

$\therefore p \Rightarrow q$

그러나  $q \Rightarrow p$ 인지는 알 수 없다.

$\therefore p$ 는  $q$ 이기 위한 충분조건이다.

28. 두 실수  $a, b$ 에 대하여  $0 < a < b$ ,  $a + b = 1$  일 때, 다음 중 대소를 비교한 것으로 옳지 않은 것은?

①  $\sqrt{b} - \sqrt{a} < \sqrt{b-a}$

②  $\sqrt{b} - \sqrt{a} < \sqrt{a} + \sqrt{b}$

③  $\sqrt{a} + \sqrt{b} < 1$

④  $\sqrt{b-a} < 1$

⑤  $\sqrt{b-a} < \sqrt{a} + \sqrt{b}$

해설

$$\begin{aligned}(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2 - 1^2 &= a + b + 2\sqrt{ab} - 1 \\&= 2\sqrt{ab} (\because a + b = 1) > 0\end{aligned}$$

$$\therefore \sqrt{a} + \sqrt{b} > 1$$

29. 부등식  $7^{20} < n^{10}$  을 만족시키는 자연수  $n$ 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 50

해설

$$\frac{7^{20}}{n^{10}} = \frac{(7^2)^{10}}{n^{10}} = \left(\frac{49}{n}\right)^{10} < 1$$

$$\frac{49}{n} < 1 \text{ 이므로 } n > 49$$

따라서 자연수  $n$ 의 최솟값은 50이다.

30. 다음 [보기] 중 절대부등식인 것의 개수는? (단,  $x$ ,  $y$ ,  $z$ 는 실수이다.)

[보기]

- Ⓐ  $x^2 - xy + y^2 \geq 0$
- Ⓑ  $x^2 + 4x \geq -4$
- Ⓒ  $|x| + |y| \geq |x - y|$
- Ⓓ  $x^2 \geq 0$
- Ⓔ  $x^2 + y^2 + z^2 \geq xy + yz + zx$

① 1개

② 2개

③ 3개

④ 4개

⑤ 5개

해설

$$\begin{aligned}\text{Ⓐ } x^2 - xy + y^2 &= x^2 - yx + \frac{1}{4}y^2 - \frac{1}{4}y^2 + y^2 \\ &= \left(x - \frac{1}{2}y\right)^2 + \frac{3}{4}y^2 \geq 0 \rightarrow \text{절대부등식}\end{aligned}$$

$$\text{Ⓑ } x^2 + 4x + 4 = (x + 2)^2 \geq 0 \rightarrow \text{절대부등식}$$

$$\begin{aligned}\text{Ⓒ } (|x| + |y|)^2 &= x^2 + 2|x||y| + y^2 \\ (|x - y|)^2 &= x^2 - 2xy + y^2\end{aligned}$$

$$\text{Ⓓ } x^2 \geq 0 \rightarrow \text{절대부등식}$$

$$\begin{aligned}\text{Ⓔ } x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx &= \frac{1}{2} \left( (x-y)^2 + (y-z)^2 + (z-x)^2 \right) \geq 0 \\ &\rightarrow \text{절대부등식}\end{aligned}$$

따라서 옳은 것은 모두 4 개이다.

31. 실수  $a, b$ 에 대하여  $a^2 + b^2 \geq -ab$ 임을 증명한 것이다. [가], [나]에 들어갈 알맞은 부등호로 짹지어진 것은?

$$\begin{aligned}A &= a^2 + b^2, \quad B = -ab \\A - B &= a^2 + b^2 - (-ab) \\&= a^2 + b^2 + ab \\&= a^2 + ab + \left(\frac{b}{2}\right)^2 - \left(\frac{b}{2}\right)^2 + b^2 \\&= \left(a + \frac{b}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}b^2 ([가]) 0\end{aligned}$$

따라서  $A - B \geq 0$ 이므로  $A([나])B$ 이다. 즉,  $a^2 + b^2 \geq -ab$  (단 등호는  $a = b = c$  일 때 성립)

- ①  $>, \geq$       ②  $\geq, \geq$       ③  $>, >$       ④  $<, \geq$       ⑤  $\leq, \leq$

### 해설

$$\begin{aligned}A &= a^2 + b^2, \quad B = -ab \\A - B &= a^2 + b^2 - (-ab) \\&= a^2 + b^2 + ab \\&= a^2 + ab + \left(\frac{b}{2}\right)^2 - \left(\frac{b}{2}\right)^2 + b^2 \\&= \left(a + \frac{b}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}b^2 \geq 0\end{aligned}$$

( $a, b$ 가 실수이므로)

$$\left(a + \frac{b}{2}\right)^2 \geq 0, \frac{3}{4}b^2 \geq 0$$

따라서  $A - B \geq 0$ 이므로  $A \geq B$ 이다.

즉,  $a^2 + b^2 \geq -ab$  (단 등호는  $a = b = c$  일 때 성립)

32. 실수  $x$ 에 대하여 두 조건  $p : a \leq x \leq 1$ ,  $q : x \geq -1$ 이 있다. 명제  $p \rightarrow q$ 를 참이 되게 하는 상수  $a$ 의 범위는?

①  $a > 1$

②  $a \leq 1$

③  $-1 \leq a \leq 1$

④  $a \geq -1$

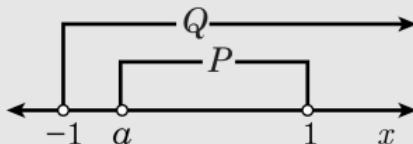
⑤  $a \leq -1$

해설

조건  $p$ ,  $q$ 의 진리집합을 각각  $P$ ,  $Q$ 라 하자.

( i )  $a > 1$  일 때,  $P = \emptyset$  이므로  $P \subset Q \therefore a > 1$

( ii )  $a \leq 1$  일 때, 수직선에 나타내면



$$\therefore -1 \leq a \leq 1$$

( i ), ( ii )에서  $a \geq -1$

33. 세 조건  $p, q, r$ 를 만족하는 진리집합이 각각  $P = \{x \mid x \leq -2, 1 \leq x \leq 5\}$ ,  $Q = \{x \mid x \leq a\}$ ,  $R = \{x \mid x \leq b\}$ 이다.  $p$ 는  $q$ 이기 위한 필요조건이고,  $r$ 이기 위한 충분조건이 되도록 상수  $a, b$ 에 대한  $a$ 의 최댓값을  $M$ ,  $b$ 의 최솟값을  $m$ 이라 할 때,  $M + m$ 의 값을 구하시오.

▶ 답 :

▶ 정답 : 3

해설

$p$  가  $q$  이기 위한 필요조건,  $r$  이기 위한 충분조건이므로  $Q \subset P \subset R$  이 성립한다.

따라서  $a \leq -2, b \geq 5$  이므로  $a$ 의 최댓값은  $-2$ ,  $b$ 의 최솟값은  $5$   
 $\therefore -2 + 5 = 3$