

1. 다음 중 집합이 아닌 것을 모두 찾아라.

① 7 보다 작은 자연수의 모임

② 키가 큰 나무의 모임

③ 월드컵을 개최한 나라의 모임

④ 우리 반에서 농구를 잘 하는 학생의 모임

⑤ 15의 약수의 모임

해설

‘키가 큰’, ‘농구를 잘하는’ 은 그 대상을 분명히 알 수 없으므로 집합이 아니다.

2. 다음 중 틀린 것은?

① $\emptyset \subset \{1, 2, 3\}$

② $\{1, 2\} \supset \{1, 2, 3\}$

③ $\{2, 4\} \subset \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 짝수}\}$

④ $\{5, 10\} \not\subset \{x \mid x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}$

⑤ $2 \in \{1, 2, 3, 4\}$

해설

② $\{1, 2\} \subset \{1, 2, 3\}$

3. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 4 \text{ 보다 작은 자연수}\}$ 에 대하여 $X \subset A, X \neq A$ 인 집합 X 를 구한 것 중 옳지 않은 것은?

① $\emptyset$

② $\{2\}$

③ $\{1, 2\}$

④ $\{1, 3\}$

⑤ $\{1, 2, 3\}$

해설

진부분집합의 또다른 정의는 $X \subset A, X \neq A$ 이다.

따라서 $A = \{x \mid x \text{는 } 4 \text{ 보다 작은 자연수}\}$ 의 진부분집합을 구하는 문제와 같은 문제이다.

$A = \{x \mid x \text{는 } 4 \text{ 보다 작은 자연수}\} = \{1, 2, 3\}$ 이므로 $\{1, 2, 3\}$ 의 진부분집합을 구하면

$\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 3\}$ 이다.

4. $n(D) = n$ 일 때 집합 D 의 부분집합의 개수로 옳은 것은?

① n

② $2 \times n$

③ $n \times (n + 1)$

④ $2 + 2 + 2 + 2 + 2 \cdots + 2$ (2를 n 번 더한다)

⑤ $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \cdots \times 2$ (2를 n 번 곱한다)

해설

어떤 집합의 부분집합의 개수는 2를 그 집합의 원소의 개수만큼 곱한 수이다. 따라서 원소의 개수가 n 개인 집합의 부분집합의 개수는 2를 n 번 곱한 수이다.

5. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $(A \cup B) \cap (A \cup B^C)$ 을 간단히 하면?

① A

② U

③ $\emptyset$

④ B

⑤ B^C

해설

$$(A \cup B) \cap (A \cup B^C) = A \cup (B \cap B^C) = A \cup \emptyset = A$$

6. 집합 $A = \{0, 1\}$ 일 때, 집합 $X = \{(2x + 1)y \mid x \in A, y \in A\}$ 의 원소 중 가장 큰 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$x = 0, y = 0$ 일 때, $(2x + 1)y = 0$

$x = 0, y = 1$ 일 때, $(2x + 1)y = 1$

$x = 1, y = 0$ 일 때, $(2x + 1)y = 0$

$x = 1, y = 1$ 일 때, $(2x + 1)y = 3$

따라서 가장 큰 수는 3이다.

7. 다음 중 옳은 것은?

① $A = \{5\}$ 일 때, $n(A) = 5$

② $n(\{\emptyset\}) = 0$

③ $n(\{1, 2, 4\}) = 4$

④ $A = \{x \mid x \text{는 } 4 \text{ 배수}\}$ 이면 $n(A) = 4$

⑤ $n(\{1, 2, 3\}) - n(\{1, 3\}) = 1$

해설

① $n(A) = 1$

② $n(\{\emptyset\}) = 1$

③ $n(\{1, 2, 4\}) = 3$

④ $A = \{4, 8, 12, 16, \dots\}$: 무한집합

⑤ $n(\{1, 2, 3\}) - n(\{1, 3\}) = 3 - 2 = 1$

8. 다음 두 집합 사이의 관계를 기호 $\subset$, $\not\subset$ 를 나타냈을 경우 $A \subset B$ 인 개수를 구하여라.

㉠ $A = \{a, b, c\}, B = \{a, b, c, d, e\}$

㉡ $A = \{1, 2, 3, 4\}, B = \{3, 4, 5\}$

㉢ $A = \{1, 2, 3, 6\}, B = \{x | x \text{는 } 6 \text{의 약수}\}$

㉣ $A = \{x | x \text{는 } 4 \text{의 배수}\}, B = \{x | x \text{는 } 8 \text{의 배수}\}$



답 :

개



정답 : 2 개

해설

㉠ $A \subset B$ ㉡ $A \not\subset B$ ㉢ $A \subset B$ ㉣ $B \subset A$

9. 다음 두 집합 A, B 에 대하여 $A = B$ 인 것은?

① $A = \{2, 4, 6, 8, \dots\}, B = \{x \mid x \text{는 } 8 \text{ 이하의 짝수}\}$

② $A = \emptyset, B = \{0\}$

③ $A = \{a, b, c\}, B = \{b, c, d\}$

④ $A = \{0, 1\}, B = \{0, 1, 2\}$

⑤ $A = \{5, 10, 15, 20, \dots\}, B = \{x \mid x \text{는 } 5 \text{의 배수}\}$

해설

① $A = \{2, 4, 6, 8, \dots\}, B = \{2, 4, 6, 8\}$ 이므로 $B \subset A, A \not\subset B$

② $A = \emptyset, B = \{0\}$ 이므로 $A \subset B, B \not\subset A$

③ $A = \{a, b, c\}, B = \{b, c, d\}$ 이므로 포함 관계 없음.

④ $A = \{0, 1\}, B = \{0, 1, 2\}$ 이므로 $A \subset B, B \not\subset A$

⑤ $A = \{5, 10, 15, 20, \dots\},$

$B = \{5, 10, 15, 20, \dots\}$ 이므로 $A = B$

10. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 8 \text{의 양의 약수}\}$ 의 부분집합 중에서 적어도 한 개의 짝수를 포함하는 집합의 개수는?

① 12개

② 13개

③ 14개

④ 15개

⑤ 16개

해설

$A = \{1, 2, 4, 8\}$ 이므로 집합 A 의 부분집합 중 적어도 한 개의 짝수를 포함하는 집합의 개수는 전체 부분집합의 개수에서 홀수
로만 이루어진 집합 $\{1\}$ 의 부분집합의 개수를 빼면 된다.

$$\therefore 2^4 - 2^1 = 14(\text{개})$$

11. 세 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 24 \text{의 약수}\}$, $B = \{2, 3, 6, 7, 9\}$, $C = \{x \mid x \text{는 } 30 \text{의 약수}\}$ 에 대하여
 $(B \cup C) \cap A$ 의 원소 중에서 가장 큰 원소를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 6

해설

조건제시법을 원소나열법으로 고쳐보면

$A = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\}$, $C = \{1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30\}$ 이 된다.

먼저 B 와 C 의 합집합을 구해보면 $B \cup C = \{1, 2, 3, 5, 6, 7, 9, 10, 15, 30\}$ 이고 A 와 교집합을 구하면 $(B \cup C) \cap A = \{1, 2, 3, 6\}$ 이다. 따라서 가장 큰 원소는 6이다.

12. 전체집합 U 의 두 부분집합 A 와 B 에 대하여 $A \cap B^c = A$, $n(A) = 9$, $n(B) = 14$ 일 때, $n(A \cup B)$ 의 값을 구하시오. (단, $n(X)$ 는 집합 X 의 원소의 개수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 23

해설

$A \cap B^c = A - B = A$ 이므로 A, B 는 서로소

$$n(A \cap B) = 0, n(A \cup B) = n(A) + n(B) = 23$$

13. 두 집합 A, B 에 대하여 $B = \{1, 5, 8, 9, 12\}$, $A \cap B = \{9, 12\}$, $A \cup B = \{1, 3, 5, 6, 8, 9, 11, 12\}$ 일 때, 집합 A 는?

① $\{2, 4, 6, 7, 8\}$

② $\{2, 3, 6, 8\}$

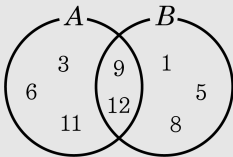
③ $\{3, 6, 8, 9, 12\}$

④ $\{3, 6, 9, 12\}$

⑤ $\{3, 6, 9, 11, 12\}$

해설

벤 다이어그램을 이용하면 다음과 같다.



그러므로 집합 $A = \{3, 6, 9, 11, 12\}$ 이다.

14. 집합 A 에 대하여 안에 공통으로 들어가는 집합을 써넣라.

(1) $A \cup \emptyset = \square$

(2) $A \cap A = \square$

(3) $A \cup A = \square$

▶ 답 :

▷ 정답 : A

해설

(1) $\emptyset$ 은 집합 A 에 포함되므로 $A \cup \emptyset = A$ 이다.

(2) $A \cap A = A$

(3) $A \cup A = A$

15. 두 집합 $A = \{1, 2, a\}$, $B = \{2, 3, a+1\}$ 에 대하여 $A \cap B = \{2, 3\}$ 일 때, 집합 $A \cup B$ 의 원소의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$A \cap B = \{2, 3\}$ 이므로 $A = \{1, 2, 3\} \therefore a = 3$

$B = \{2, 3, 4\}$

$\therefore A \cup B = \{1, 2, 3, 4\}$ 이므로 원소의 합은 10 이다.

16. 두 집합 $A = \{2, 5, 8, 9, 10\}$, $B = \{5, 9, 10, 11, 13\}$ 에서 $A \cap X = X$, $B \cup X = B$ 를 만족하는 X 의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 8 개

해설

$A \cap X = X$ 에서 $X \subset A$,

$B \cup X = B$ 에서 $X \subset B$ 이므로

$X \subset A \cap B = \{5, 9, 10\}$

집합 X 는 $\{5, 9, 10\}$ 의 부분집합이다.

따라서 집합 X 의 개수는 $2^3 = 8$ (개)

17. 전체 집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ 에 대하여 $A = \{1, 2, 4, 8\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 5 \text{ 이하의 홀수}\}$ 일 때, $A - B^c$ 은?

① {1}

② {2}

③ {1, 2}

④ {1, 2, 5}

⑤ {1, 2, 4, 5}

해설

$A = \{1, 2, 4, 8\}$, $B = \{1, 3, 5\}$ 이므로 $B^c = \{2, 4, 6, 7, 8\}$ 이다.

따라서 $A - B^c = \{1, 2, 4, 8\} - \{2, 4, 6, 7, 8\} = \{1\}$ 이다.

18. 두 집합 $A = \{1, 2, 4, 8\}$, $B = \{2, 4, 5, 8\}$ 에 대하여 $(A \cup B) - (A \cap B)$ 는?

① $\{1\}$

② $\{5\}$

③ $\{8\}$

④ $\{1, 5\}$

⑤ $\{1, 8\}$

해설

$(A \cup B) - (A \cap B) = \{1, 2, 4, 5, 8\} - \{2, 4, 8\} = \{1, 5\}$ 이다.

19. 다음 중 옳지 않은 것은?

① $(A^c)^c = A$

② $A - B = B \cap A^c$

③ $(A - B) \subset (A \cup B)$

④ $A \cap A^c = \emptyset$

⑤ $A \subset B$ 일 때, $A \cap B^c = \emptyset$

해설

② $A - B = A \cap B^c$

20. 미란이는 두 집합의 연산을 이용하여 새로운 집합을 만드는 탐구를 하다가 $A - B = \{2, 6\}$ 인 새로운 집합을 만든 원래의 두 집합 $A = \{2, 3, 4, b\}$, $B = \{3, a, 5, 7\}$ 을 발견하였다. 이 때, 원소 a, b 를 찾아 $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a + b = 10$

해설

$A - B \subset A$ 이고 $A - B = \{2, 6\}$ 이므로 $b = 6$ 이다. $A \cap B = \{3, 4\}$ 이므로 $a = 4$ 이다. 따라서 $a + b = 10$ 이다.

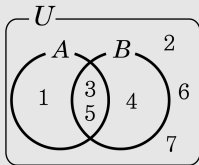
21. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ 의 두 부분집합 $A = \{1, 3, 5\}$, $B = \{3, 4, 5\}$ 에 대하여 $A^c \cap B^c$ 의 원소의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$A^c \cap B^c = (A \cup B)^c = (\{1, 3, 4, 5\})^c = \{2, 6, 7\}$ 이므로 원소의 합은 $2 + 6 + 7 = 15$ 이다.



22. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A - B$ 와 다른 집합은?

① $(A \cup B) - B$

② $A - (A \cap B)$

③ $A \cap B^c$

④ $B^c - A^c$

⑤ $(A \cup B) - (A \cap B)$

해설

$A - B = A \cap B^c = A - (A \cap B) = (A \cup B) - B = B^c - A^c$ 이므로
⑤이다.

23. $A = \{1, 3, 5, 7, 8\}$, $B = \{1, 7, 8, 9\}$ 에 대하여 $A \cap X = X$, $(A - B) \cup X = X$ 를 만족하는 집합 X 의 개수는?

① 2 개

② 4 개

③ 8 개

④ 16 개

⑤ 32 개

해설

$(A - B) \subset X \subset A$, 즉 $\{3, 5\} \subset X \subset \{1, 3, 5, 7, 8\}$ 이므로 집합 X 의 개수는 $2 \times 2 \times 2 = 8(\text{개})$ 이다.

24. 세 집합 $A = \{1, 2, 4, 8\}$, $B = \{3, 4, 8, 9\}$, $C = \{1, 2, 3, 5\}$ 에 대하여 $(A \cap B) - C$ 는?

① $\{4\}$

② $\{2, 4\}$

③ $\{4, 8\}$

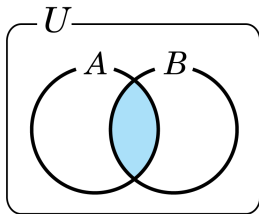
④ $\{2, 8\}$

⑤ $\{2, 4, 8\}$

해설

$(A \cap B) - C = \{4, 8\} - \{1, 2, 3, 5\} = \{4, 8\}$ 이다.

25. 다음 벤 다이어그램에서 $n(U) = 57$, $n(A) = 30$, $n(B) = 25$, $n(A^c \cap B^c) = 14$ 일 때, 색칠한 부분이 나타내는 집합의 원소의 개수는?



- ① 12 개 ② 14 개 ③ 19 개 ④ 24 개 ⑤ 38 개

해설

주어진 벤 다이어그램의 색칠한 부분은 $A \cap B$ 이다.

$$n(A \cup B) = n(U) - n(A^c \cap B^c) = 57 - 14 = 43$$

$$n(A \cap B) = n(A) + n(B) - n(A \cup B) = 30 + 25 - 43 = 12$$

26. 혜진이네 반에서 독서동아리에 가입한 학생은 10명, 댄스동아리에 가입한 학생은 13명, 댄스동아리만 가입한 학생은 8명이다. 독서동아리와 댄스동아리를 모두 가입한 학생 수와 독서동아리나 댄스동아리에 가입한 학생 수를 각각 구하여라.

▶ 답 : 명

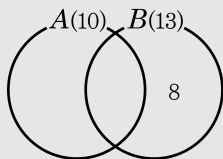
▶ 답 : 명

▷ 정답 : 모두 가입한 학생 수 5명

▷ 정답 : 하나 가입한 학생 수 18명

해설

독서동아리에 가입한 학생들의 모임을 A , 댄스동아리에 가입한 학생들의 모임을 B 라고 할 때, 주어진 조건을 벤 다이어그램으로 나타내면 다음과 같다.



(독서동아리와 댄스동아리를 모두 가입한

학생 수) $= n(A \cap B) = n(B) - 8 = 13 - 8 = 5$ (명)

(독서동아리나 댄스동아리에 가입한 학생 수)

$$= n(A \cup B)$$

$$= n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$= 10 + 13 - 5 = 18(\text{명})$$

27. n 이 자연수이고 집합 A, B 가 $A = \{x \mid x = 3 \times n\}$, $B = \{x \mid x = 3 \times n + 1\}$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?

① $1 \in A$

② $3 \notin A$

③ $4 \notin B$

④ $7 \in B$

⑤ $8 \in B$

해설

집합 A 의 원소는 3, 6, 9, 12 ... 이고 집합 B 의 원소는 4, 7, 10, ... 이므로 $7 \in B$ 이다.

28. 다음 중 집합의 원소가 없는 것을 모두 고르면? (정답 2개)

① $\{0\}$

② $\{x|x \text{는 } 4 \text{의 약수 중 홀수}\}$

③ $\{x|x \text{는 } 3 \times x = 0 \text{인 자연수}\}$

④ $\{x|x \text{는 } 11 < x < 12 \text{인 자연수}\}$

⑤ $\{x|x \text{는 } x \leq 1 \text{인 자연수}\}$

해설

① $\{0\}$

② $\{1\}$

⑤ $\{1\}$

29. 집합 $A = \{2, 4, 6, \dots, n\}$ 의 부분집합 중에서 원소 2, 4, n 을 모두 포함하는 부분집합의 개수가 16 개일 때, n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

집합 A 의 원소의 개수를 a 개라 하면 원소 2, 4, n 을 모두 포함하는 부분집합의 개수는 2^{a-3} 개이다.

$$2^{a-3} = 16 = 2^4$$

$$a - 3 = 4 \text{ 이므로 } a = 7$$

따라서 집합 A 의 원소의 개수가 7 개이므로 n 의 값은 14이다.

30. 전체집합 U 의 공집합이 아닌 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A \cap B = A$ 일 때, 다음 중 항상 옳은 것은?

① $A \cap B = \emptyset$

② $A \cup B = U$

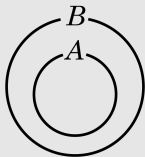
③ $B \subset A^c$

④ $A - B = \emptyset$

⑤ $B \cap A^c = \emptyset$

해설

$A \cap B = A$ 이면 집합 A, B 는 다음 벤 다이어그램과 같은 포함관계를 만족한다.



① $A \cap B = A$

② $A \cup B = B$

③ $B \not\subset A^c$

⑤ $B \cap A^c \neq \emptyset$

31. 집합 A, B, C 에 대하여 다음 중 $A - (B - C)$ 와 같은 집합은?

① $(A - B) - (A - C)$

② $(A - B) \cap (A - C)$

③ $(A - B) \cup (A - C^c)$

④ $(A \cap B) \cup (A - C)$

⑤ $(A \cup B) - (A \cup C)$

해설

$$\begin{aligned} A - (B - C) &= A \cap (B - C)^c \\ &= A \cap (B \cap C^c)^c \\ &= A \cap (B^c \cup (C^c)^c) \\ &= (A \cap B^c) \cup (A \cap (C^c)^c) \\ &= (A - B) \cup (A - C^c) \end{aligned}$$

32. 100 이하의 자연수의 부분집합 중 자연수 k 의 배수의 집합을 A_k 라고 할 때, $n(A_2 \cap (A_3 \cup A_9))$ 의 값은?

① 5

② 11

③ 16

④ 22

⑤ 33

해설

$$A_2 \cap (A_3 \cup A_9) = A_2 \cap A_3 = A_6$$

$$n(A_6) = 16$$

33. 전체집합 U 의 임의의 두 부분집합 X, Y 에 대하여 $X \Delta Y = (X \cup Y) \cap (X^c \cup Y^c)$ 라고 정의하자. 1부터 60까지의 자연수에 대하여 집합 A, B 를 각각 2의 배수, 3의 배수들의 집합이라고 할 때, $A \Delta B$ 의 원소의 개수를 구하면?

① 10 개

② 15 개

③ 20 개

④ 25 개

⑤ 30 개

해설

$$A \Delta B = (A \cup B) \cap (A^c \cup B^c) = (A \cup B) - (A \cap B)$$

60 까지 2 의 배수는 30 개, 3 의 배수는 20 개, 6 의 배수는 10 개이다. $A \Delta B = (A \cup B) - (A \cap B)$ 의 원소의 개수 $(30 + 20 - 10) - 10 = 30$ (개)