

1. 다음 중 명제가 아닌 것은?

- ① 한라산은 제주도에 있다.
- ② 독도는 섬이 아니다.
- ③ 19 는 짝수이다.
- ④ 수학 책은 두껍다.
- ⑤ 삼각형의 세 내각의 크기의 합은 180° 이다.

해설

참인 명제 : ①, ⑤
거짓인 명제 : ②, ③
④의 경우 두껍다는 기준이 모호하므로 명제가 아니다.

2. 다음 중 명제가 아닌 것은?

- ① $2(x-3) = -x+5+3x$ ② $x > -1$ 이면 $x > 0$ 이다.
③ x 가 실수이면 $x^2 \geq 0$ 이다. ④ $x^2 + 4x - 5 = 0$
⑤ $x = 2$ 이면 $x^3 = 8$ 이다.

해설

참인 명제 : ③, ⑤
거짓인 명제 : ①, ②
④의 경우 $x = -5$ 또는 $x = 1$ 일 때는 참이고, 그 외의 경우는 거짓이므로 명제가 아니다.

3. p_n 이 다음과 같을 때, $f(p_n) = 1$ (p_n 이 명제이면) $f(p_n) = -1$ (p_n 이 명제가 아니면) 로 정의한다. 이 때, $f(p_1) + f(p_2) + f(p_3)$ 의 값을 구하면? (단, $n = 1, 2, 3$)

$p_1 : x^2 - x - 2 = 0$
 $p_2 : 16$ 의 양의 약수는 모두 짝수이다.
 $p_3 : \sqrt{3}$ 은 유리수이다.

- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$$f(p_n) = \begin{cases} 1 & (p_n \text{이 명제이다.}) \\ -1 & (p_n \text{이 명제가 아니다.}) \end{cases}$$

$p_1 : x^2 - x - 2 = 0 \rightarrow$ 명제가 아니다. ($\because x$ 값에 따라 참 일수도 거짓일수도 있다.)

$p_2 : \text{거짓}, p_3 : \text{거짓} \rightarrow$ 모두 거짓인 명제이다.

$$\therefore f(p_1) + f(p_2) + f(p_3) = (-1) + 1 + 1 = 1$$

4. 다음 두 조건 p, q 에 대하여 ‘ $\sim p$ 또는 q ’의 부정은?

$$p : -1 < x \leq 3, \quad q : 0 < x \leq 2$$

- ① $-1 < x \leq 0$ 또는 $2 < x \leq 3$
- ② $-1 < x < 0$ 또는 $2 \leq x \leq 3$
- ③ $-1 < x \leq 3$
- ④ $0 < x \leq 2$
- ⑤ x 는 모든 실수

해설

$\sim(\sim p \text{ 또는 } q) \leftrightarrow p$ 이고 $\sim q$ 그런데
 $\sim q : x \leq 0$ 또는 $x > 2$ 이므로 p 이고 $\sim q$
 $\leftrightarrow (-1 < x \leq 3)$ 이고 $(x \leq 0$ 또는 $x > 2)$
 $\leftrightarrow (-1 < x \leq 3$ 이고 $x \leq 0)$ 또는 $(-1 < x \leq 3$ 이고 $x > 2)$
 $\leftrightarrow -1 < x \leq 0$ 또는 $2 < x \leq 3$

5. 명제 ‘ $x > 1$ 인 어떤 x 에 대하여 $x^2 < 1$ 또는 $x^2 = 1$ ’의 부정은?

- ① $x \leq 1$ 인 모든 x 에 대하여 $x^2 > 1$
- ② $x > 1$ 인 모든 x 에 대하여 $x^2 > 1$
- ③ $x < 1$ 인 모든 x 에 대하여 $x^2 \geq 1$
- ④ $x > 1$ 인 모든 x 에 대하여 $x^2 \geq 1$
- ⑤ $x \leq 1$ 인 모든 x 에 대하여 $x^2 \geq 1$

해설

$x > 1$ 은 대전제이므로 부정이 적용되지 않는다.

$\sim$ (어떤 x) $\leftrightarrow$ (모든 x), $\sim$ (또는) $\leftrightarrow$ (그리고),

$\sim (x^2 < 1) \leftrightarrow (x^2 \geq 1)$, $\sim (x^2 = 1) \leftrightarrow (x^2 \neq 1)$

따라서 주어진 명제의 부정은 ‘ $x > 1$ 인 모든 x 에 대하여 $x^2 > 1$ ’이다.

6. ‘모든 중학생은 고등학교에 진학한다’의 부정인 명제는?

- ① 고등학교에 진학하는 중학생은 없다.
- ② 어떤 중학생은 고등학교에 진학한다.
- ③ 고등학교에 진학하지 않는 중학생도 있다.
- ④ 모든 중학생은 고등학교에 진학하지 않는다.
- ⑤ 어떤 중학생은 고등학교에 진학하지 않는다.

해설

부정이란 ‘ p 이면 q 이다’가 ‘ p 이면 q 가 아니다’이고, ‘모든’의 부정은 ‘어떤’이므로 ‘모든 중학생은(p) 고등학교에 진학한다(q)’의 부정은 ‘어떤 중학생은 고등학교에 진학하지 않는다’이다.

7. 「모든 중학생은 고등학교에 진학한다」의 부정인 명제는?

- ① 고등학교에 진학하는 중학생은 없다.
- ② 어떤 중학생은 고등학교에 진학한다.
- ③ 중학생이 아니면 고등학교에 진학하지 않는다.
- ④ 모든 중학생은 고등학교에 진학하지 않는다.
- ⑤ 어떤 중학생은 고등학교에 진학하지 않는다.

해설

부정이란 ‘ p 이면 q 이다’가 ‘ p 이면 q 가 아니다’이고, ‘모든’의 부정은 ‘어떤’이므로 ‘모든 중학생은(p) 고등학교에 진학한다(q)’의 부정은 ‘어떤 중학생은 고등학교에 진학하지 않는다’이다.

8. 전체집합 $U = \{x \mid x \text{는 } 50 \text{ 이하의 양의 짝수}\}$ 에 대하여 세 조건 $p: x$ 는 48의 약수, $q: 0 < x < 30$, $r: x^2 - 10x + 24 = 0$ 일 때, ‘ p 이고 q 이고 $\sim r$ ’를 만족하는 집합에 속하지 않는 것은?

- ① 6 ② 8 ③ 12 ④ 16 ⑤ 24

해설

조건 p, q, r 를 만족하는 집합을 각각 P, Q, R 라 하면
 $P = \{2, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 48\}$
 $Q = \{2, 4, 6, 8, 10, \dots, 28\}$
 $R = \{4, 6\}$
‘ p 이고 q 이고 $\sim r$ ’를 만족하는 집합은 $P \cap Q \cap R^c$ 이므로
 $P \cap Q \cap R^c = \{2, 8, 12, 16, 24\}$

9. 다음 <보기>의 조건 ‘ $p(x)$ ’를 만족하는 진리집합이 바르게 연결된 것은? (단, 전체집합은 실수의 집합 R)

보기

- (1) $p(x) : x$ 는 12의 양의 약수이다.
 $P = \{1, 2, 3, 6, 12\}$
- (2) $p(x) : x^2 + 1 = 0$
 $P = \emptyset$
- (3) $p(x) : x^2 - 5x - 4 = 0$
 $P = \{1, 4\}$
- (4) $p(x) : x^2 + 4x + 5 > 0$
 $P = R$

- ① (1), (2)
- ② (2), (3)
- ③ (3), (4)
- ④ (2), (4)
- ⑤ (1), (3)

해설

- (1) $p = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$
- (2) $x^2 \geq 0$ 이므로 $x^2 + 1 \neq 0 \therefore P = \emptyset$
- (3) $P = \left\{ \frac{5 \pm \sqrt{41}}{2} \right\}$
- (4) 모든 실수 x 에 대하여 $x^2 + 4x + 5 = (x+2)^2 + 1 > 0$ 이므로 $P = R$ 이다.

10. 정의역과 공역이 실수 전체의 집합인 두 함수 $f(x), g(x)$ 에 대하여 두 조건 $p: f(x) = 0, q: g(x) = 0$ 을 만족하는 집합을 각각 A, B 라 할 때, 조건 $f(x)g(x) \neq 0$ 을 만족하는 집합은?

- ① $A^c \cap B$

② $A \cap B^c$

③

$A^c \cap B^c$
- ④ $A^c \cup B^c$

⑤ $A^c \cup B$

해설

조건 $f(x)g(x) \neq 0$ 을 만족하는 집합은
 $\{x \mid f(x) \neq 0 \text{이고 } g(x) \neq 0\}$ 이므로 주어진 조건을 만족하는 집합은 $A^c \cap B^c$

11. 다음 다섯 개의 명제 중 참인 명제의 개수는? (단, a, b, c 는 실수)

- ㉠

$|a| + |b| = 0 \leftrightarrow ab = 0$
- ㉡

$a < b$ 이면 $ac < bc$ 이다.
- ㉢

$a < b$ 이면 $a^2 < b^2$ 이다.
- ㉣

$a + b\sqrt{3} = 0$ 이면 $a = 0$ 그리고 $b = 0$
- ㉤

$a < b$ 이면 $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$

①

없다. ② 1개 ③ 2개 ④ 3개 ⑤ 4개

해설

㉠

$|a| + |b| = 0 \leftrightarrow a = b = 0 \leftrightarrow ab = 0$

㉡

$c \leq 0$ 인 경우 성립하지 않는다.

㉢

반례 : $a = -1, b = 0$

㉣

반례 : $a = \sqrt{3}, b = -1$ (a, b 가 유리수일 때 명제가 성립한다.)

㉤

반례 : $a = -1, b = 1$ (a, b 가 같은 부호일 때 성립한다.)

12. 다음 명제의 참, 거짓을 써라. (단, x, y 는 실수)
' $xy \neq 0$ 이면 $x \neq 0$ 또는 $y \neq 0$ 이다.'

▶ 답 :

▷ 정답 : 참

해설

대우가 참이면 주어진 명제도 참이다.

대우 : $x = 0, y = 0 \Rightarrow xy = 0$ (참)

13. 다음 중 거짓인 명제를 모두 고른 것은?

- ㉠ $xy > x + y > 4$ 이면 $x > 2, y > 2$ 이다.
- ㉡ $x > 1$ 이면 $x^2 > 1$ 이다.
- ㉢ $x + y = 0$ 이면 $x = 0$ 이고 $y = 0$ 이다.
- ㉣ $x = 1$ 이면 $x^2 = 1$ 이다.
- ㉤ $2x + 4 > 0$ 이면 $x > -2$ 이다.

해설

- ㉠ (반례) $x = 1.5, y = 10$ 이면 $xy > x + y > 4$ 이지만 $x < 2, y > 2$ 이므로 거짓이다.
- ㉢ (반례) $x = -1, y = 1$ 이면 $x + y = 0$ 이지만 $x \neq 0, y \neq 0$ 이므로 거짓이다.

14. 다음 <보기>의 명제 중 참인 명제의 개수를 구하면?

보기

- ㉠ 소수이면 홀수이다.
- ㉡ $ab \neq 6$ 이면 $a \neq 2$ 또는 $b \neq 3$ 이다.
- ㉢ 실수 a, b 에 대하여 $a^2 + b^2 = 0$ 이면 $|a| + |b| = 0$ 이다.
- ㉣ 실수 a, b, c 에 대하여 $ac = bc$ 이면 $a = b$ 이다.
- ㉤ $x^2 = 4$ 이면 $x = 2$ 이다.

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

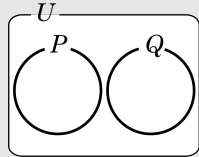
- ㉠ 짝수인 소수도 있다.
- ㉡ 대우명제 ‘ $a = 2$ 이고 $b = 3$ 이면 $ab = 6$ 이다.’ 는 참이므로 주어진 명제는 참이다.
- ㉢ $a^2 + b^2 = 0$ 이면 $a = 0$ 이고 $b = 0$ 이다.
따라서 $|a| + |b| = 0$ 이다.
- ㉣ $c = 0$ 이면 $ac = bc$ 이지만 $a = b$ 인 것은 아니다.
- ㉤ $x^2 = 4$ 이면 $x = \pm 2$ 이다

15. 전체집합 U 에서 두 조건 p, q 를 만족시키는 집합을 P, Q 라 하자.
명제 「 $p \rightarrow \sim q$ 」가 참일 때, 다음 중 옳은 것은 ?

- ① $P \cap Q = P$ ② $P \cap Q = Q$ ③ $P - Q = P$
④ $P^c \cup Q = U$ ⑤ $P \cap Q^c = \emptyset$

해설

$\sim q$ 를 만족시키는 집합은 Q^c 이고 $p \rightarrow \sim q$ 가 참이면 $P \subset Q^c$
이므로 벤 다이어그램을 그리면 아래의 그림과 같다.



따라서, $P \cap Q = \emptyset$ 이므로 $P - Q = P$ 이다.

16. 두 조건 p, q 를 만족하는 집합을 각각 P, Q 라 하고, $P \cup Q = P$ 일 때, 다음 중 참인 명제는?

① $p \rightarrow q$

② $q \rightarrow p$

③ $\sim p \rightarrow q$

④ $q \rightarrow \sim p$

⑤ $\sim q \rightarrow \sim p$

해설

$P \cup Q = P$ 이므로 $Q \subset P$ 이다. 따라서, $q \Rightarrow p$

17. 전체집합 U 에 대하여 두 조건 p, q 를 만족하는 집합을 각각 P, Q 라 할 때, $P \cup (Q - P) = Q$ 이다. 다음 명제 중 반드시 참인 것은?

- ① $\sim p \rightarrow q$
- ② $q \rightarrow p$
- ③ $q \rightarrow \sim p$
- ④ $\sim q \rightarrow \sim p$
- ⑤ $\sim p \rightarrow \sim q$

해설

$P \cup (Q - P) = P \cup (Q \cap P^c)$ (차집합의 성질)
 $= (P \cup Q) \cap (P \cup P^c)$ (분배법칙)
 $= (P \cup Q) \cap U$
 $= P \cup Q = Q$ 이므로 $P \subset Q$
 $P \subset Q$ 이면 $Q^c \subset P^c$ 이므로 $\sim q \rightarrow \sim p$ 가 참

해설

$P \subset Q$ 이면 $p \rightarrow q$ 가 참이고 그 대우인 $\sim q \rightarrow \sim p$ 도 참이다.

18. 명제 ‘모든 실수 x, y, z 에 대하여 $xy = yz = zx$ 이다.’를 부정한 것은?

- ① 모든 실수 x, y, z 에 대하여 $xy \neq yz \neq zx$ 이다.
- ② 어떤 실수 x, y, z 에 대하여 $xy \neq yz$ 이고 $yz \neq zx$ 이다.
- ③ 모든 실수 x, y, z 에 대하여 $xy \neq yz$ 이고 $yz \neq zx$ 이다.
- ④ 어떤 실수 x, y, z 에 대하여 $xy \neq yz$ 이고 $yz \neq zx$ 이고 $zx \neq xy$ 이다.
- ⑤ 어떤 실수 x, y, z 에 대하여 $xy \neq yz$ 또는 $yz \neq zx$ 또는 $zx \neq xy$ 이다.

해설

‘ $xy = yz = zx$ ’는 ‘ $xy = yz$ 이고 $yz = zx$ 이고 $zx = xy$ ’이므로
‘ $xy = yz = zx$ ’의 부정은 $xy \neq yz$ 또는 $yz \neq zx$ 또는 $zx \neq xy$
이다. 따라서 주어진 명제의 부정은 어떤 실수 x, y, z 에 대하여
 $xy \neq yz$ 또는 $yz \neq zx$ 또는 $zx \neq xy$ 이다.

19. 다음 조건을 p 라 할 때, 모든 실수 x 에 대하여 p 가 참인 것을 모두 고르면?

① $|x| = x$

② $x^2 = 1$

③ $(x-1)(x+1) = x^2 - 1$

④ $x^2 \geq 0$

⑤ $x^2 + 1 > 2x$

해설

① 모든 실수 x 에 대하여 $|x| = x$ (거짓)

$x \geq 0$ 일 때 $|x| = x$, $x < 0$ 일 때 $|x| = -x$ 이다.

② 모든 실수 x 에 대하여 $x^2 = 1$ (거짓)

$x = \pm 1$ 일 때만 $x^2 = 1$ 이다.

③ 모든 실수 x 에 대하여 $(x-1)(x+1) = x^2 - 1$ (참)

④ 모든 실수 x 에 대하여 $x^2 \geq 0$ (참)

⑤ 모든 실수 x 에 대하여 $x^2 + 1 > 2x$ (거짓) $x^2 + 1 - 2x = (x-1)^2 \geq 0$ 이므로 $x \neq 1$ 인 x 에 대해서만 $x^2 + 1 > 2x$ 이다.

20. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 두 원소 x, y 에 대하여 다음 명제 중 거짓인 것은?

- ① 어떤 x, y 에 대하여 $x^2 + y^2 = 5$ 이다.
- ② 어떤 x, y 에 대하여 $x + y \leq 5$ 이다.
- ③ 모든 x 에 대하여 $x - 1 < 5$ 이다.
- ④ 어떤 x 에 대하여 $x^2 - 1 \leq 0$ 이다.
- ⑤ 모든 x 에 대하여 $|x - x^2| \geq 5$ 이다.

해설

⑤ (반례) $x = 1$ 인 경우 $|1 - 1| = 0$ 이므로 거짓이다.

21. 다음 명제 중 거짓인 명제는?

- ① 두 삼각형이 합동이면 넓이가 같다.
- ② 두 자연수 m, n 에 대하여 $m^2 + n^2$ 이 홀수이면 mn 은 홀수이다.
- ③ 자연수 n 에 대하여 n^2 이 짝수이면 n 은 짝수이다.
- ④ 어떤 x 에 대하여 $x^2 \leq 0$ 이다.
- ⑤ 정사각형은 평행사변형이다.

해설

② (반례) $m = 2, n = 1$ 인 경우

22. 다음 중 명제 「 $x + y \geq 2$ 이고 $xy \geq 1$ 이면, $x \geq 1$ 이고 $y \geq 1$ 이다.」가 거짓임을 보이는 반례는?

① $x = 1, y = \frac{1}{2}$

③ $x = 1, y = 1$

⑤ $x = -1, y = -5$

② $x = 100, y = \frac{1}{2}$

④ $x = 2, y = 4$

해설

가정을 만족시키면서 결론을 만족시키지 않는 것을 고르면 된다.
따라서 ②가 올바른 반례이다

23. 조건 p 를 만족하는 집합을 P 라 하고, 조건 q 를 만족하는 집합을 Q 라 하자. 명제 ‘ p 이면 q 이다.’ 가 거짓일 때, 반례의 집합은?

① P ② Q ③ $P - Q$ ④ P^c ⑤ Q^c

해설

만약 ‘ p 이면 q 이다.’ 가 참이라면 P 의 모든 원소는 Q 의 원소이어야 한다. 하지만 ‘ p 이면 q 이다’ 가 거짓이므로 P 의 원소이지만 Q 의 원소가 아닌 것이 반례로 적당하다.

24. 전체집합 $U = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 자연수}\}$ 에서 두 조건 p, q 를 만족하는 두 집합을 각각 P, Q 라 하자. $P = \{x \mid x \text{는 } 2\text{의 배수}\}$, $Q = \{x \mid x \text{는 } 3\text{의 배수}\}$ 일 때, $p \rightarrow \sim q$ 가 거짓임을 보이는 원소는?

- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 6
- ⑤ 7

해설

$p \rightarrow \sim q$ 의 반례는 $P \not\subset Q^c$ 을 만족하는 원소이다.
즉, P 의 원소이면서 Q^c 의 원소가 아닌 것이므로 $P \cap (Q^c)^c = P \cap Q$
 $\therefore P \cap Q = \{6\}$

25. n 이 100보다 작은 자연수일 때, 다음 명제가 거짓임을 보여주는 반례는 모두 몇 가지인가?

‘ n^2 이 12의 배수이면 n 은 12의 배수이다.’

▶ 답 : 8 가지

▷ 정답 : 8 가 지

해설

명제가 거짓임을 보이는 반례는 n^2 이 12의 배수이면서 n 이 12의 배수가 아닌 수를 찾으면 된다. 즉, n 은 6의 배수이면서 12의 배수가 아닌 수를 찾으면 된다.

$n \in \{6 \times 1, 6 \times 3, 6 \times 5, 6 \times 7, 6 \times 9, 6 \times 11, 6 \times 13, 6 \times 15\}$

26. 명제 「 $0 < x < 1$ 이면 $|x - a| < 1$ 이다.」가 참이 되도록 하는 실수 a 의 값의 범위를 구할 때 정수의 개수는 ?

- ① 1개 ② 2개 ③ 0개 ④ 3개 ⑤ 5개

해설

$|x - a| < 1$ 에서 $-1 < x - a < 1$
 $\therefore a - 1 < x < a + 1$
 $\{x \mid 0 < x < 1\} \subset \{x \mid a - 1 < x < a + 1\}$ 이어야 한다.
 $\therefore a - 1 \leq 0, a + 1 \geq 1$ 에서 $0 \leq a \leq 1$
 $\therefore a = 0, 1$
 $\therefore$ 정수의 개수는 2개

27. 실수 x 에 대한 두 조건

$$p : |x - 2| < a \text{ (단, } a > 0 \text{)}$$
$$q : x < -3 \text{ 또는 } x > 1$$

에 대하여 명제 $p \rightarrow q$ 가 참이 되기 위한 a 의 값의 범위를 $\alpha < a \leq \beta$ 라 할 때, $\alpha + \beta$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$|x - 2| < a$ 에서 $-a < x - 2 < a \therefore 2 - a < x < 2 + a \therefore$
 $P = \{x | 2 - a < x < 2 + a\}$, $Q = \{x | x < -3 \text{ 또는 } x > 1\}$
따라서 $P \subset Q$ 가 되려면 $2 + a \leq -3 \cdots \textcircled{1}$ 또는 $2 - a \geq 1 \cdots \textcircled{2}$,
즉, $a \leq -5$ 또는 $a \leq 1$
그런데 $a > 0$ 이므로 구하는 a 의 범위는 $0 < a \leq 1$

$\textcircled{1} :$

$\textcircled{2} :$

$\therefore \alpha = 0, \beta = 1$
 $\therefore \alpha + \beta = 1$

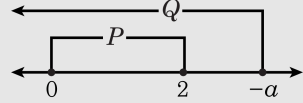
28. 실수 x 에 대한 두 조건 $p : 0 \leq x \leq 2$, $q : x + a \leq 0$ 이 있다. 명제 $p \rightarrow q$ 가 참일 때, a 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

p , q 를 만족하는 집합을 각각 P , Q 라 하면 $p \rightarrow q$ 가 참이므로 $P \subset Q$ 이다. $P = \{x | 0 \leq x \leq 2\}$, $Q = \{x | x \leq -a\}$



위의 그림에서 $P \subset Q$ 이라면 $2 \leq -a$, $a \leq -2$ 따라서 a 의 최댓값은 -2

29. 자연수 n 에 대하여 $n! = n \times (n-1) \times (n-2) \times \cdots \times 2 \times 1$ 로 정의된다. 예를 들어, $1! = 1$, $2! = 2 \times 1$, $3! = 3 \times 2 \times 1 = 6$ 이다. 전체집합 $U = \{x \mid x = n! \text{ (} n, x \text{는 자연수)}\}$ 에서 두 조건 p, q 가 각각 p : 일의 자리가 0인수, q : 자리수가 네 자리 이상인 수 일 때, 조건 ‘ p 이고 $\sim q$ ’를 만족하는 집합의 원소의 개수는?

- ① 0개
- ② 1개
- ③ 2개
- ④ 3개
- ⑤ 4개

해설

‘ p 이고 $\sim q$ ’ $\Rightarrow P \cap Q^c = P - Q$
i) 일의 자리가 0인 수 중 네자리 미만인 수의 일의 자리가 0
이기 위해서는 인수로 2, 5를 가져야 한다.
 $5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$
ii) $6! = 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 720$

30. 전체집합 U 의 임의의 부분집합을 A 라 하고 조건 p, q 를 만족시키는 집합을 P, Q 라 하자. $(A \cap P) \cup (A^c \cap Q) = (A \cap P) \cup Q$ 가 성립할 때 다음 중 참인 명제는?

① $\sim q \rightarrow p$

② $p \rightarrow q$

③ $p \leftrightarrow q$

④ $q \rightarrow p$

⑤ $q \rightarrow \sim p$

해설

집합 A 가 전체집합 U 의 임의의 부분집합이므로 $A = U$ 라 놓으면, 좌변 : $(U \cap P) \cup (\emptyset \cap Q) = P \cup \emptyset = P$
우변 : $(U \cap P) \cup Q = P \cup Q \therefore P = P \cup Q$ 이므로 $Q \subset P$
 $\therefore q \rightarrow p$ 는 참이다.

31. 실수 x 에 대하여 두 조건 $p : a \leq x \leq 1$, $q : x \geq -1$ 이 있다. 명제 $p \rightarrow q$ 를 참이 되게 하는 상수 a 의 범위는?

① $a > 1$

② $a \leq 1$

③ $-1 \leq a \leq 1$

④ $a \geq -1$

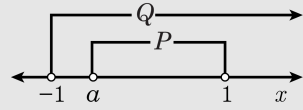
⑤ $a \leq -1$

해설

조건 p, q 의 진리집합을 각각 P, Q 라 하자.

(i) $a > 1$ 일 때, $P = \emptyset$ 이므로 $P \subset Q \therefore a > 1$

(ii) $a \leq 1$ 일 때, 수직선에 나타내면



$\therefore -1 \leq a \leq 1$

(i), (ii)에서 $a \geq -1$