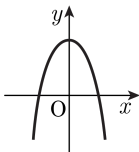
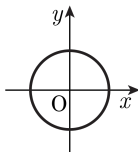


1. 다음 중 함수의 그래프인 것은?

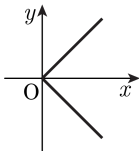
①



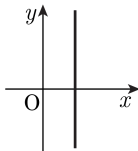
②



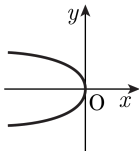
③



④



⑤



해설

함수는 하나의  $x$  값에 여러 개의  $y$  값이 대응될 수 없다.

2. 두 집합  $X = \{-2, -1, 0, 1\}$ ,  $Y = \{1, 2, 3\}$ 에 대하여  $X$ 에서  $Y$ 로의 상수함수의 개수를 구하면?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

두 집합  $X = \{-2, -1, 0, 1\}$ ,  $Y = \{1, 2, 3\}$ 에 대하여  
 $X$ 에서  $Y$ 로의 상수함수는

$f(x) = 1$ ,  $f(x) = 2$ ,  $f(x) = 3$ 의 3개가 있다.

3. 두 함수  $f(x) = 3x + 1$ ,  $g(x) = -x^2 + x$  에 대하여  $(f \circ g)(2)$ ,  $(g \circ f)(2)$  의 합숫값을 각각  $a$ ,  $b$  라 할 때,  $a - b$  의 값을 구하면?

① -47

② -35

③ 12

④ 37

⑤ 47

해설

$$a = (f \circ g)(2) = f(g(2)) = f(-2) = -5$$

$$b = (g \circ f)(2) = g(f(2)) = g(7) = -42$$

$$\therefore a - b = -5 - (-42) = 37$$

4.  $x = \frac{1}{2 + \sqrt{3}}$ ,  $y = \frac{1}{2 - \sqrt{3}}$  일 때,  $x^3 + y^3$  의 값은?

①  $8\sqrt{3}$

②  $24\sqrt{3}$

③  $30\sqrt{3}$

④ 48

⑤ 52

해설

$$x = \frac{1}{2 + \sqrt{3}} = 2 - \sqrt{3},$$

$$y = \frac{1}{2 - \sqrt{3}} = 2 + \sqrt{3}$$

$$x + y = 4, \quad xy = 1$$

$$\begin{aligned} x^3 + y^3 &= (x + y)^3 - 3xy(x + y) \\ &= 4^3 - 3 \times 4 = 52 \end{aligned}$$

5. 함수  $y = -\sqrt{ax+9} - 1$  의 정의역이  $\{x \mid x \geq -3\}$  이고, 치역이  $\{y \mid y \leq b\}$  일 때, 상수  $a, b$  에 대하여  $a+b$  의 값은? (단,  $a \neq 0$ )

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

### 해설

$ax + 9 \geq 0$  에서

$$ax \geq -9 \quad \therefore x \geq -\frac{9}{a}$$

$$-\frac{9}{a} = -3 \text{ 이므로 } a = 3$$

주어진 함수의 치역은  $\{y \mid y \leq -1\}$  이므로

$$b = -1$$

$$\therefore a + b = 3 + (-1) = 2$$

6. 무리함수  $y = \sqrt{9+3x} - 2$  에 대한 다음 설명 중 옳은 것을 고르면?

- ① 그래프는  $x$  축과 점  $\left(\frac{5}{3}, 0\right)$  에서 만난다.
- ② 정의역은  $\{x|x \leq -3\}$  이다.
- ③ 치역은  $\{y|y \geq -1\}$  이다.
- ④ 그래프를 평행이동하면  $y = -\sqrt{3x}$  의 그래프와 겹칠 수 있다.
- ⑤ 제4 사분면을 지나지 않는다.

### 해설

①  $y = \sqrt{9+3x} - 2$  에  $x = \frac{5}{3}$  를 대입하면

$$y = \sqrt{14} - 2$$

따라서, 점  $\left(\frac{5}{3}, \sqrt{14} - 2\right)$  를 지난다.

②  $9+3x \geq 0$  에서  $x \geq -3$

따라서, 정의역은  $\{x|x \geq -3\}$  이다.

③  $\sqrt{9+3x} \geq 0$  이므로 치역은  $\{y|y \geq -2\}$  이다.

④  $y = \sqrt{9+3x} - 2 = \sqrt{3(x+3)} - 2$  이므로

$y = \sqrt{3x}$  의 그래프를

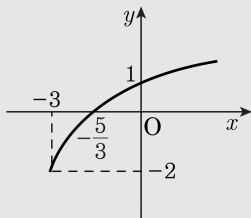
$x$  축의 방향으로  $-3$  만큼,

$y$  축의 방향으로  $-2$  만큼 평행이동한 것이다.

⑤  $y = \sqrt{9+3x} - 2$  의 그래프는

그림과 같으므로

제4 사분면을 지나지 않는다.



7.  $f\left(\frac{x+1}{2}\right) = 3x + 2$  일 때,  $f(2)$  의 값을 구하면?

① 2

② 3

③ 8

④ 11

⑤ 12

해설

$$\frac{x+1}{2} = 2 \text{에서 } x = 3$$

$$\therefore f(2) = 11$$

8. 실수 전체의 집합에서  $f(x) = \frac{1}{2}x + 1$ 로 정의된 함수  $f$ 에 대하여  $(f \circ f \circ f)(x) = 2$ 가 되는  $x$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$\begin{aligned}(f \circ f)(x) &= f(f(x)) = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{2}x + 1 \right) + 1 \\ &= \frac{1}{4}x + \frac{3}{2}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(f \circ f \circ f)(x) &= f(f(f(x))) = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{4}x + \frac{3}{2} \right) + 1 \\ &= \frac{1}{8}x + \frac{7}{4} = 2\end{aligned}$$

$$\therefore x = 2$$

9. 실수 전체의 집합  $R$ 에서  $R$ 로의 함수  $f(x) = |x - 2| + kx - 5$ 의 역함수가 존재할 때, 상수  $k$ 의 범위는 무엇인가?

①  $k < -1$

②  $-1 < k < 1$

③  $k < 1$

④  $k < -1$  또는  $k > 1$

⑤  $k > 1$

### 해설

$x \geq 2$  일 때,  $f(x) = (k + 1)x - 7$

$x < 2$  일 때,  $f(x) = (k - 1)x - 3$

그런데  $f(x)$ 의 역함수가 존재하므로  $f(x)$ 는 일대일대응이다.

따라서,  $(k + 1)(k - 1) > 0$  이므로

$k < -1$  또는  $k > 1$

10.  $f(x) = x^2 + 1 (x \geq 0)$ ,  $g(x) = x^2 - 6x + 10 (x \geq 3)$  에 대하여  $(f^{-1} \circ g)^{-1}(3)$  의 값을 구하면?

① 10

② 6

③ 4

④ 3

⑤ 0

해설

$$(f^{-1} \circ g)^{-1} = g^{-1} \circ f$$

$$\therefore (g^{-1} \circ f)(3) = g^{-1}(f(3)) = g^{-1}(10)$$

$g^{-1}(10) = k$  라 하면,  $g(k) = 10$  이다.

$$\therefore k^2 - 6k + 10 = 10$$

$$\therefore k = 6 \quad (\because k \geq 3)$$

11. 함수  $f(x) = 2x + 3$  에 대하여 다음 중 틀린 것은?

①  $f(0) = 3$

②  $f^{-1}(4) = 1$

③  $(f \circ f^{-1})(5) = 5$

④  $(f \circ f^{-1})(3) = 3$

⑤  $(f^{-1})^{-1}(2) = 7$

해설

$$f(x) = 2x + 3, y = 2x + 3$$

$$\Rightarrow x = \frac{y-3}{2}$$

$$\Rightarrow y = \frac{1}{2}x - \frac{3}{2} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{1}{2}x - \frac{3}{2}$$

$$\therefore \textcircled{2} : f^{-1}(4) = \frac{1}{2}$$

12. 다음 중 우함수인 것을 모두 고르면?

$$\textcircled{\text{㉠}} y = x^4 - 3x^2$$

$$\textcircled{\text{㉡}} y = \frac{1}{x}$$

$$\textcircled{\text{㉢}} y = \sqrt{x^2 + 1}$$

$$\textcircled{\text{㉤}} y = 4x$$

$$\textcircled{\text{㉥}} y = \frac{3}{x^2}$$

$$\textcircled{\text{㉦}} y = x^3$$

$$\textcircled{1} \textcircled{\text{㉠}}, \textcircled{\text{㉡}}, \textcircled{\text{㉢}}$$

$$\textcircled{2} \textcircled{\text{㉠}}, \textcircled{\text{㉢}}, \textcircled{\text{㉥}}$$

$$\textcircled{3} \textcircled{\text{㉠}}, \textcircled{\text{㉥}}, \textcircled{\text{㉦}}$$

$$\textcircled{4} \textcircled{\text{㉡}}, \textcircled{\text{㉢}}, \textcircled{\text{㉦}}$$

$$\textcircled{5} \textcircled{\text{㉡}}, \textcircled{\text{㉤}}, \textcircled{\text{㉥}}$$

해설

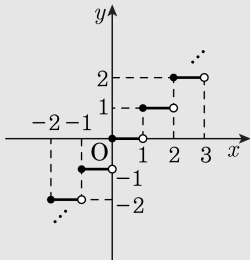
우함수인 것은  $y = x^4 - 3x^2$ ,  $y = \sqrt{x^2 + 1}$ ,  $y = \frac{3}{x^2}$  이고, 나머지는 모두 기함수이다.

13. 다음 중 옳지 않은 것을 고르면? (단,  $[x]$  는  $x$  보다 크지 않은 최대의 정수)

- ①  $y = [x]$  의 그래프는 함수의 그래프이다.
- ②  $y = [x]$  의 정의역이 모든 실수일 때, 치역은 정수 전체의 집합이다.
- ③  $x = 2.1$  이면  $[x] = 2$  이다.
- ④  $x = -1.8$  이면  $[x] = -2$  이다.
- ⑤  $y = [x]$  의 그래프는 원점에 대하여 대칭이다.

해설

$y = [x]$  의 그래프는 다음 그림과 같으므로



$y = [x]$  의 그래프는 원점에 대하여 대칭이 아니다.

14.  $\sqrt{18 - 8\sqrt{2}}$ 의 정수 부분을  $x$ , 소수 부분을  $y$ 라 할 때,  $x^2 - 2xy + y^2$ 의 값을 구하면?

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

$$\sqrt{18 - 2\sqrt{32}} = \sqrt{16} - \sqrt{2} = 4 - \sqrt{2}$$

$$1 < \sqrt{2} < 2, 2 < 4 - \sqrt{2} < 3$$

$$x = 2, y = 2 - \sqrt{2}$$

$$x^2 - 2xy + y^2 = (x - y)^2 = (2 - 2 + \sqrt{2})^2 = 2$$

15. 함수  $f(x) = \frac{x}{x+1}$  에 대하여  $f^9\left(\frac{1}{2}\right) + f^{10}\left(\frac{1}{2}\right)$  의 값을 구하면?  
(단,  $f^2 = f \circ f$ ,  $f^n = f^{n-1} \circ f$  이다.)

①  $\frac{80}{399}$

②  $\frac{82}{399}$

③  $\frac{83}{399}$

④  $\frac{85}{399}$

⑤  $\frac{86}{399}$

해설

$$f^2(x) = f(f(x)) = f\left(\frac{x}{x+1}\right) = \frac{\frac{x}{x+1}}{\frac{x}{x+1} + 1}$$

$$= \frac{x}{2x+1}$$

$$f^3(x) = f(f^2(x)) = f\left(\frac{x}{2x+1}\right) = \frac{\frac{x}{2x+1}}{\frac{x}{2x+1} + 1}$$

$$= \frac{x}{3x+1}$$

$$f^4(x) = f(f^3(x)) = f\left(\frac{x}{3x+1}\right) = \frac{\frac{x}{3x+1}}{\frac{x}{3x+1} + 1}$$

$$= \frac{x}{4x+1}$$

이제  $f^{n-1}(x) = \frac{x}{(n-1)x+1}$  라고 놓으면

$$f^n(x) = f(f^{n-1}(x)) = f\left(\frac{x}{(n-1)x+1}\right)$$

$$= \frac{\frac{x}{(n-1)x+1}}{\frac{x}{(n-1)x+1} + 1} = \frac{x}{(n-1)x+1+x}$$

$$= \frac{x}{nx+1}$$

$$\therefore f^9(2) + f^{10}(2) = \frac{2}{9 \cdot 2 + 1} + \frac{2}{10 \cdot 2 + 1} = \frac{80}{399}$$

16. 함수  $f(x) = 4x - 1$ 의 역함수를  $g(x)$ 라 할 때, 함수  $f(3x)$ 의 역함수를  $g(x)$ 로 나타내면 무엇인가?

①  $g\left(\frac{x}{3}\right)$

②  $3g(x)$

③  $g(3x)$

④  $\frac{1}{3}g(3x)$

⑤  $\frac{1}{3}g(x)$

해설

$f(x) = 4x - 1$ 에서  $f(x)$ 를  $y$ 로 놓고

$y = 4x - 1$ 을  $x$ 에 관하여 정리하면

$$x = \frac{1}{4}y + \frac{1}{4}$$

이 때,  $x$ 와  $y$ 를 바꾸면

$$f^{-1}(x) = g(x) = \frac{1}{4}x + \frac{1}{4}$$

또,  $f(3x) = 12x - 1$ 에서  $f(3x) = y$ 로 놓고

$y = 12x - 1$ 을  $x$ 에 관하여 정리하면

$$x = \frac{1}{12}y + \frac{1}{12}$$

$$\therefore f^{-1}(3x) = \frac{1}{12}x + \frac{1}{12} = \frac{1}{3}\left(\frac{1}{4}x + \frac{1}{4}\right) = \frac{1}{3}g(x)$$

17. 함수  $f(x) = x^2 - 4x + 6 (x \geq 2)$  의 역함수를  $g(x)$  라 할 때,  $y = f(x)$  와  $y = g(x)$  의 그래프의 두 교점 사이의 거리를 구했을 때, 옳은 것은 무엇인가?

① 1

②  $\sqrt{2}$

③  $\sqrt{3}$

④ 2

⑤  $\sqrt{5}$

### 해설

$y = f(x)$  와  $y = g(x)$  의 그래프의 두 교점은

$y = f(x)$  의 그래프와 직선  $y = x$  의 교점과 같다.

$$x^2 - 4x + 6 = x \text{ 에서}$$

$$x^2 - 5x + 6 = 0, (x-2)(x-3) = 0$$

$$\therefore x = 2 \text{ 또는 } x = 3$$

따라서  $y = f(x)$  와  $y = g(x)$  의 그래프의

두 교점은  $(2, 2), (3, 3)$  이고,

이 두 교점 사이의 거리는

$$\sqrt{(3-2)^2 + (3-2)^2} = \sqrt{2}$$

### 해설

$$x^2 - 4x + 6 = x ,$$

즉  $x^2 - 5x + 6 = 0$  의 두 근을  $\alpha, \beta$  라 하면

이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$$\alpha + \beta = 5, \alpha\beta = 6$$

따라서  $y = f(x)$  와  $y = g(x)$  의

그래프의 두 교점은  $(\alpha, \alpha), (\beta, \beta)$  사이의 거리는

$$\sqrt{(\alpha - \beta)^2 + (\alpha - \beta)^2} = \sqrt{2} \sqrt{(\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta}$$

$$= \sqrt{2} \sqrt{5^2 - 4 \cdot 6} = \sqrt{2}$$

18. 다음 <보기>에 주어진 함수의 그래프 중에서  $y$  축에 대하여 대칭인 것을 모두 고르면?

I.  $y = 2|x| + 1$

II.  $|y| = 2x + 1$

III.  $|y| = 2|x| + 1$

① I

② II

③ III

④ I, II

⑤ I, III

해설

I.  $x$ 에 절댓값이 있으므로  $y$ 축에 대하여 대칭

II.  $y$ 에 절댓값이 있으므로  $x$ 축에 대하여 대칭

III.  $x, y$ 에 모두 절댓값이 있으므로 원점에 대하여 대칭이고  
또한  $y$ 축에 대해서도 대칭이다.

19. 임의의 양수  $x$  에 대하여 정의된 함수  $f(x)$  가 다음 두 조건을 만족할 때,  $f\left(\frac{1}{2}\right)$  의 값은?

(가)  $f(2) = -3$

(나) 임의의 두 양수  $x, y$  에 대하여

$$f(xy) = f(x) + f(y)$$

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

$$f(1 \times 2) = f(1) + f(2) \text{ 에서}$$

$$f(1) = 0 \quad f(1) = f\left(\frac{1}{2} \times 2\right)$$

$$= f\left(\frac{1}{2}\right) + f(2) = 0 \text{ 이므로}$$

$$f\left(\frac{1}{2}\right) = -f(2) = 3$$

20. 곡선  $y^2 - 2y + 4x - 3 = 0$ 에  $x$ 축 위의 점  $(a, 0)$ 으로 부터 그은 두 접선이 직교하도록  $a$ 의 값을 정하면?

① -1

② 0

③ 1

④ 2

⑤ 3

### 해설

곡선  $y^2 - 2y + 4x - 3 = 0$ 에 접하는 직선의 기울기를  $m$  이라 하면,

그 접선은 점  $(a, 0)$  을 지나므로  $y = m(x - a)$

이것을 주어진 식에 대입하여 정리하면,

$$(mx - am)^2 - 2(mx - am) + 4x - 3 = 0$$

$$m^2x^2 - 2(am^2 + m - 2)x + a^2m^2 + 2am - 3 = 0$$

$$\frac{D}{4} = (am^2 + m - 2)^2 - m^2(a^2m^2 + 2am - 3) = 0$$

정리하면,  $(1 - a)m^2 - m + 1 = 0$

$m$ 의 두 근을  $\alpha, \beta$ 라 하면,

두 접선이 직교하기 위해서는  $\alpha\beta = -1$  이어야 하므로

$$\alpha\beta = \frac{1}{1 - a} = -1$$

$$\therefore a = 2$$