

1. 다음 중 어떤 수를 5로 나누었을 때의 나머지가 될 수 없는 것은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$0 \leq (\text{나머지}) < 5$$

2. 세 수 $2^2 \times 3^2 \times 5^2$, $2^2 \times 3^3 \times 5$, $2^3 \times 3^4 \times 5^3$ 의 최대공약수는?

① $2^3 \times 3^3 \times 5^2$

② $2^2 \times 3^2 \times 5^2$

③ $2^2 \times 3^3 \times 5^3$

④ $2^3 \times 3^2 \times 5$

⑤ $2^2 \times 3^2 \times 5$

해설

$2^2 \times 3^2 \times 5^2$, $2^2 \times 3^3 \times 5$, $2^3 \times 3^4 \times 5^3$ 에서
최대공약수: $2^2 \times 3^2 \times 5$ (지수가 작은 쪽)

3. 두 수 $2 \times a \times 7^2$ 과 $b \times 5 \times 7 \times 13$ 의 최대공약수가 $2 \times 5 \times 7$ 이고,
최소공배수가 $2^3 \times 5 \times 7^2 \times 13$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

① 7

② 8

③ 9

④ 13

⑤ 14

해설

최대공약수가 $2 \times 5 \times 7$ 이므로 $a = 5$,

최소공배수가 $2^3 \times 5 \times 7^2 \times 13$ 이므로 $b = 2^3 = 8$

따라서 $a + b = 13$ 이다.

4. 다음 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

㉠ $2^4 = 8$

㉡ $5 \times 5 \times 5 \times 7 \times 7 = 5^3 \times 7^2$

㉢ $3^2 = 2^3$

㉤ $\frac{1}{2 \times 2 \times 5 \times 5 \times 5} = \frac{1}{2^2 \times 5^3}$

㉥ $\frac{1}{5^2 \times 5^4} = \frac{1}{5^8}$

① ㉠, ㉡

② ㉠, ㉢

③ ㉠, ㉥

④ ㉡, ㉤

⑤ ㉢, ㉥

해설

㉠ $2^4 = 16$

㉢ $3^2 \neq 2^3$

㉥ $\frac{1}{5^2 \times 5^4} = \frac{1}{5^6}$

5. 40 에 적당한 자연수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 이 때, 곱해야 할 자연수 중 300 이하의 자연수를 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

▷ 정답 : 40

▷ 정답 : 90

▷ 정답 : 160

▷ 정답 : 250

해설

$$40 = 2^3 \times 5$$

곱해야 할 자연수를 x 라 할 때,

$$(2^3 \times 5) \times x = y^2$$

$$\begin{aligned} x &= 2 \times 5, 2^3 \times 5, 2 \times 3^2 \times 5, 2^5 \times 5, 2 \times 5^3 \\ &= 10, 40, 90, 160, 250, \dots \end{aligned}$$

x 는 300 이하의 자연수 이므로

10, 40, 90, 160, 250

6. a 와 12 의 공배수가 12 의 배수와 같을 때, 다음 중 a 의 값이 될 수 없는 것은?

① 2

② 4

③ 6

④ 12

⑤ 24

해설

a 와 12 의 공배수가 12 의 배수와 같다는 것은 a 와 12 의 최소공배수가 12 이라는 뜻이므로

a 와 12 의 최소공배수가 12 가 나오기 위해서는 a 가 12 의 약수가 되어야 한다.

24 는 12 의 약수가 아니고 a 가 24 가 될 경우 24 와 12 의 최소공배수는 24 이므로 24 가 아니다.

7. 122 를 나누면 4 가 부족하고 186 을 나누면 3 이 부족한 수 중에서 가장 작은 수를 구하면?

① 3

② 4

③ 7

④ 9

⑤ 63

해설

$126 = 2 \times 3^2 \times 7$, $189 = 3^3 \times 7$ 이므로

최대공약수는 $3^2 \times 7 = 63$,

63 의 약수 중 나머지 4 보다 큰 수는 7, 9, 21, 63

따라서 가장 작은 수는 7이다.

8. 약수의 개수가 24 개 이고, $2^a \times 3^b \times 5^c$ 으로 소인수분해되는 자연수는 모두 몇 개인지 구하여라. (단 a, b, c 는 자연수)

▶ 답: 개

▷ 정답: 9 개

해설

$$\begin{aligned} 24 &= 2 \times 2 \times 6 = 2 \times 4 \times 3 = 4 \times 2 \times 3 = 4 \times 3 \times 2 \\ &= 2 \times 6 \times 2 = 2 \times 3 \times 4 = 3 \times 4 \times 2 = 3 \times 2 \times 4 \\ &= 6 \times 2 \times 2 \end{aligned}$$

이므로 자연수는 9 개이다.

9. a, b 의 최대공약수는 4 , 두 수의 곱이 96 일 때, (a, b) 의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 2 개

해설

a, b 의 최대공약수가 4 이므로

$a = 4x$, $b = 4y$ (x , y 는 서로소, $x < y$)라 하면

$4x \times 4y = 96$ 이다. 따라서 $x \times y = 6$

즉, (x, y) 는 $(1, 6), (2, 3)$ 이므로 (a, b) 는

$(4, 24), (8, 12)$ 이다.

따라서 2 개이다.

10. 두 자리 자연수 a, b 의 곱은 735 이고, $a+b$ 와 $a-b$ 의 최대공약수는 14 일 때, a, b 의 최대공약수를 구하여라. (단, $a > b$)

▶ 답:

▷ 정답: 7

해설

$735 = 3 \times 5 \times 7^2$ 이므로, 두 자리 a, b 의 순서쌍은 다음과 같다.

$(a, b) = (49, 15), (35, 21),$

위 순서쌍이 $a+b$ 와 $a-b$ 의 최대공약수 14 를 만족시켜야 하므로,

$\rightarrow a = 35, b = 21$

$\therefore a, b$ 의 최대공약수 = 7