1. $a > 0$ 일 때, $\sqrt{(-2a)^2} - \sqrt{9a^2}$ 을 간단히 하면?

① $-11a$　② $-7a$　③ $-5a$　④ $-a$　⑤ a

해설

$\sqrt{4a^2} - \sqrt{9a^2} = 2a - 3a = -a$

2. 다음 중 유리수가 아닌 수는?

① $\sqrt{4}+1$ ② $\sqrt{0.49}$ ③ $\sqrt{(-3)^2}$
④ $\sqrt{3}-1$ ⑤ $-\frac{1}{2}$

해설

① $\sqrt{4}+1=2+1=3$(유리수)
② $\sqrt{0.49}=0.7$(유리수)
③ $\sqrt{(-3)^2}=3$(유리수)
⑤ $-\frac{1}{2}$ (유리수)

3. 다음 중 옳은 것은?

① 0 을 제외한 모든 수의 제곱근은 2 개이다.

② $\sqrt{(-4)^2}$ 의 제곱근은 ± 2 이다.

③ $\sqrt{9}+\sqrt{16}=\sqrt{9+16}$ 이다.

④ $2\sqrt{3}=\sqrt{6}$ 이다.

⑤ π 는 유리수이다.

해설

① 음수의 제곱근은 없다.
③ $\sqrt{9}+\sqrt{16}=3+4=7$
④ $2\sqrt{3}=\sqrt{2^2\times 3}=\sqrt{12}$
⑤ π 는 무리수이다.

4. $a > 0,\ b > 0$ 일 때 옳은 것은?

① $\sqrt{a^2 b} = ab$ ② $-\sqrt{ab^2} = b\sqrt{a}$ ③ $-a\sqrt{b} = \sqrt{a^2 b}$

④ $\sqrt{\dfrac{b}{a^2}} = \dfrac{\sqrt{ab}}{a}$ ⑤ $\sqrt{\dfrac{b^2}{a}} = \dfrac{b}{\sqrt{a}}$

해설

① $\sqrt{a^2 b} = a\sqrt{b}$

② $-\sqrt{ab^2} = -b\sqrt{a}$

③ $-a\sqrt{b} = -\sqrt{a^2 b}$

④ $\sqrt{\dfrac{b}{a^2}} = \dfrac{\sqrt{b}}{a}$

5. 다음 중 유리수는?

① $\sqrt{3}-3$ ② $-\sqrt{3.61}$ ③ $\frac{\pi}{5}$
④ $\frac{1+\sqrt{6}}{2}$ ⑤ $\sqrt{9}$ 의 제곱근

해설

$-\sqrt{3.61}=-\sqrt{\frac{361}{100}}=-\sqrt{\left(\frac{19}{10}\right)^2}=-\frac{19}{10}$

6. 다음 설명 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?

① 두 유리수 $\frac{1}{5}$ 과 $\frac{1}{3}$ 사이에는 무수히 많은 유리수가 있다.
② 두 무리수 $\sqrt{5}$ 와 $\sqrt{6}$ 사이에는 무수히 많은 무리수가 있다.
③ $\sqrt{5}$ 에 가장 가까운 유리수는 2 이다.
④ 서로 다른 두 유리수의 합은 반드시 유리수이지만, 서로 다른 두 무리수의 합 또한 반드시 무리수이다.
⑤ 실수와 수직선 위의 점 사이에는 일대일 대응이 이루어진다.

해설
③ $\sqrt{4}$ 와 $\sqrt{5}$ 사이에는 무수히 많은 유리수가 존재 한다.
④ 두 무리수를 더해 유리수가 될 수도 있다.
예) $\sqrt{2}+(-\sqrt{2})=0$

7. 다음 두 수의 대소를 비교한 것 중 옳은 것은?

① $4 > \sqrt{3}+2$
② $\sqrt{11}-3 > \sqrt{11}-\sqrt{8}$
③ $3 > \sqrt{13}$
④ $\sqrt{\frac{1}{2}} < \frac{1}{3}$
⑤ $2+\sqrt{2} > 2+\sqrt{3}$

해설

① $4-\sqrt{3}-2 = 2-\sqrt{3} > 0$
$\therefore\ 4 > \sqrt{3}+2$

② $\sqrt{11}-3-\left(\sqrt{11}-\sqrt{8}\right) = -3+\sqrt{8}$
$= -\sqrt{9}+\sqrt{8} < 0$
$\therefore\ \sqrt{11}-3 < \sqrt{11}-\sqrt{8}$

③ 양변을 제곱하면
(좌변)$= 3^2 = 9$, (우변)$= \left(\sqrt{13}\right)^2 = 13$
$\therefore\ 3 < \sqrt{13}$

④ 양변을 제곱하면
(좌변)$= \left(\sqrt{\frac{1}{2}}\right)^2 = \frac{1}{2}$, (우변)$= \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9}$
$\therefore\ \sqrt{\frac{1}{2}} > \frac{1}{3}$

⑤ $2+\sqrt{2}-\left(2+\sqrt{3}\right) = \sqrt{2}-\sqrt{3} < 0$
$\therefore\ 2+\sqrt{2} < 2+\sqrt{3}$

8. $-\sqrt{2}$ 와 $\sqrt{5}$ 사이에 있는 수에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?

① 자연수가 2 개 있다.
② 정수가 3 개 있다.
③ 무수히 많은 무리수가 있다.
④ 무수히 많은 유리수가 있다.
⑤ 무수히 많은 실수가 있다.

해설
② $-\sqrt{2}$ 와 $\sqrt{5}$ 사이에는 정수가 -1, 0, 1, 2 모두 4 개이다.

9. 다음 설명 중 옳은 것을 모두 고르면?(단, $a > 0$)

① 모든 수의 제곱근은 항상 2 개이다.

② a^2 의 제곱근은 a 이다.

③ $\sqrt{a}$ 는 제곱근 a 와 같다.

④ $\sqrt{a^2}$ 의 제곱근은 $\sqrt{a}$ 이다.

⑤ 모든 자연수의 제곱근은 항상 2 개이다.

해설

① 0 의 제곱근은 한 개이고 음수의 제곱근은 없다.

② a^2 의 제곱근은 $\pm a$

④ $\sqrt{a^2}$ 의 제곱근은 $\pm\sqrt{a}$

10. 다음 보기의 수를 각각 제곱근으로 나타낼 때, 근호를 사용하지 않아도 되는 것을 모두 고르면?

보기

㉠ $\sqrt{36}$	㉡ 25	㉢ $\sqrt{(-3)^2}$
㉣ 1.6	㉤ $\dfrac{49}{9}$	㉥ $\dfrac{81}{6}$

① ㉠, ㉡　　② ㉡, ㉣　　③ ㉡, ㉤
④ ㉠, ㉢, ㉤　　⑤ ㉡, ㉣, ㉥

해설

㉠ $\sqrt{36} = 6$ 이므로 6 의 제곱근은 $\pm\sqrt{6}$ 이다.
㉢ $\sqrt{(-3)^2} = 3$ 이므로 3 의 제곱근은 $\pm\sqrt{3}$ 이다.
㉣ (1.6 의 제곱근) $= \pm\sqrt{1.6}$ (1.6 은 제곱수가 아니다.)
㉥ $\left(\dfrac{81}{6}\text{의 제곱근}\right) = \pm\dfrac{9}{\sqrt{6}}$

11. $\sqrt{960-32a}$ 가 정수가 되도록 하는 자연수 a 중에서 가장 큰 값을 M, 가장 작은 값을 m 이라고 할 때, $M-2m$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 4 ④ 6 ⑤ 8

해설

$\sqrt{960-32a}=\sqrt{16(60-2a)}=4\sqrt{60-2a}$

$60-2a=0$ 일 때, a 는 최대

$60-2a=36$ 일 때, a 는 최소

$M=\frac{60}{2}=30$, $m=\frac{60-36}{2}=12$

$M-2m=30-2\times12=6$

12. 다음 중 수직선에 나타낼 때, 가장 오른쪽에 있는 수는?

$3+\sqrt{3}$, $2\sqrt{3}-1$, $1+\sqrt{2}$, $\sqrt{3}-2$, $6-\sqrt{3}$

① $3+\sqrt{3}$ ② $2\sqrt{3}-1$ ③ $1+\sqrt{2}$
④ $\sqrt{3}-2$ ⑤ $6-\sqrt{3}$

해설

① $\sqrt{1}<\sqrt{3}<\sqrt{4}$
$3+\sqrt{1}<3+\sqrt{3}<3+\sqrt{4}$
$\therefore\ 4<3+\sqrt{3}<5$
② $2\sqrt{3}-1=\sqrt{12}-1$
$\sqrt{9}<\sqrt{12}<\sqrt{16}$
$\sqrt{9}-1<\sqrt{12}-1<\sqrt{16}-1$
$\therefore\ 2<\sqrt{12}-1<3$
③ $\sqrt{1}<\sqrt{2}<\sqrt{4}$
$1+\sqrt{1}<1+\sqrt{2}<1+\sqrt{4}$
$\therefore\ 2<1+\sqrt{2}<3$
④ $\sqrt{3}-2=\sqrt{3}-\sqrt{4}<0$
음수이므로 제일 왼쪽에 있다.
⑤ $-\sqrt{4}<-\sqrt{3}<-\sqrt{1}$
$6-\sqrt{4}<6-\sqrt{3}<6-\sqrt{1}$
$\therefore\ 4<6-\sqrt{3}<5$
①과 ⑤를 비교해 보면
$3+\sqrt{3}-(6-\sqrt{3})=2\sqrt{3}-3=\sqrt{12}-\sqrt{9}>0$
$\therefore\ 3+\sqrt{3}>6-\sqrt{3}$

13. 자연수 A 의 양의 제곱근을 a , 자연수 B 의 음의 제곱근을 b 라고 할 때, 다음 보기에서 옳은 것을 모두 고르면? (단, $A < B$)

보기

㉠ $a+b=0$	㉡ $ab<0$
㉢ $a^2<b^2$	㉣ $a-b>0$

① ㉠, ㉡　② ㉠, ㉢　③ ㉡, ㉣
④ ㉠, ㉡, ㉢　⑤ ㉡, ㉢, ㉣

해설

$|a|<|b| \ \cdots(1)$
$a>0$, $b<0 \ \cdots(2)$
(1), (2) 에 의해 ㉠ $a+b<0$

14. a의 값의 범위가 $-2 < a < 2$ 일 때, $\sqrt{(a-2)^2} - \sqrt{(a+2)^2}$ 의 식을 간단히 하면?

① 0 ② $-2a-4$ ③ -4
④ $-2a$ ⑤ $2a$

해설

$\sqrt{a^2} = \begin{cases} a \ge 0\text{일 때,} & a \\ a < 0\text{일 때,} & -a \end{cases}$ 이므로

$\sqrt{(a-2)^2} - \sqrt{(a+2)^2} = -a+2-a-2 = -2a$

15. $\sqrt{59+a}=b$라 할 때, b가 자연수가 되도록 하는 가장 작은 자연수 a와 그 때의 b의 합 $a+b$의 값은?

① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

해설

59 보다 큰 제곱수는 $64, 81, 100, \cdots$ 이므로
$59+a=64, 81, 100\cdots$
$\therefore a=5, 22, 41, \cdots$
따라서 가장 작은 자연수 $a=5$, $b=\sqrt{59+5}=8$이다.
$\therefore a+b=5+8=13$