

1. $\sqrt{120}$ 에 $\sqrt{a}$ 를 곱했더니 자연수가 되었다. a 의 최솟값을 구하라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 30

해설

$\sqrt{120} = \sqrt{2^3 \times 3 \times 5}$ 이므로 지수가 홀수인 경우 짝수가 되도록 맞춘다. 이렇게 해서 최솟값으로 만들기 위해서는 $\sqrt{2^4 \times 3^2 \times 5^2}$ 이 되어야 한다.

$$\text{따라서 } \sqrt{120} \sqrt{a} = \sqrt{2^3 \times 3 \times 5} \sqrt{a} = \sqrt{2^4 \times 3^2 \times 5^2}$$

$$\therefore \sqrt{a} = \sqrt{2 \times 3 \times 5}$$

$$\therefore a = 2 \times 3 \times 5$$

2. $\sqrt{30+x}$ 의 값이 자연수가 되도록 하는 가장 작은 자연수 x 는?

① 4

② 6

③ 9

④ 10

⑤ 19

해설

$\sqrt{36}$ 이므로 $x = 6$ 이다.

3. $\sqrt{(3-2\sqrt{2})^2} - \sqrt{(2\sqrt{2}-3)^2}$ 을 간단히 하면?

① $6 - 4\sqrt{2}$

② $-4\sqrt{2}$

③ 6

④ 0

⑤ $-6 + 4\sqrt{2}$

해설

$3 > 2\sqrt{2}$ 이므로

$$\begin{aligned} & |3 - 2\sqrt{2}| - |2\sqrt{2} - 3| \\ &= 3 - 2\sqrt{2} + 2\sqrt{2} - 3 = 0 \end{aligned}$$

4. $-\sqrt{10}$ 와 $\sqrt{17}$ 사이의 정수의 개수는 몇 개인가?

① 5 개

② 6 개

③ 7 개

④ 8 개

⑤ 9 개

해설

$-4 < -\sqrt{10} < -3$, $4 < \sqrt{17} < 5$ 이므로 $-3, -2, \dots, 4$ 로 총 8 개이다.

5. 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고른 것은?

$$\textcircled{㉠} \sqrt{\frac{1}{3}} \sqrt{\frac{3}{4}} = \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$$

$$\textcircled{㉡} -\sqrt{60} \times \sqrt{\frac{2}{3}} = -4\sqrt{10}$$

$$\textcircled{㉢} \sqrt{3} \times \sqrt{12} = 6$$

$$\textcircled{㉤} \sqrt{0.1} \times \sqrt{0.9} = \sqrt{0.09} = 0.03$$

$$\textcircled{㉥} 3\sqrt{5} \times 2\sqrt{7} = 6\sqrt{35}$$

① ㉠, ㉡

② ㉠, ㉢

③ ㉡, ㉢

④ ㉡, ㉤

⑤ ㉤, ㉥

해설

$$\textcircled{㉡} -\sqrt{60} \times \sqrt{\frac{2}{3}} = -\sqrt{60 \times \frac{2}{3}}$$

$$= -\sqrt{40} = -2\sqrt{10}$$

$$\textcircled{㉤} \sqrt{0.1} \times \sqrt{0.9} = \sqrt{0.09} = 0.3$$

6. $\frac{3\sqrt{2}}{2\sqrt{3}} = a\sqrt{6}$ 이고 $\frac{3\sqrt{10}}{\sqrt{5}} = b\sqrt{2}$ 일 때, $\sqrt{ab}$ 의 값은? (단, $a > 0$, $b > 0$)

① $\frac{\sqrt{6}}{6}$

② $\frac{\sqrt{6}}{4}$

③ $\frac{\sqrt{6}}{3}$

④ $\frac{\sqrt{6}}{2}$

⑤ $\sqrt{6}$

해설

$$\frac{3\sqrt{2}}{2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{6}}{2} = a\sqrt{6} \quad \therefore a = \frac{1}{2}$$

$$\frac{3\sqrt{10}}{\sqrt{5}} = 3\sqrt{2} = b\sqrt{2} \quad \therefore b = 3$$

$$\sqrt{ab} = \sqrt{\frac{1}{2} \times 3} = \sqrt{\frac{3}{2}} = \frac{\sqrt{3} \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6}}{2}$$

7. 다음 중 옳은 것은?

① $a < 0$ 이면 $\sqrt{a^2} = a$

② $a < b$ 이면 $\sqrt{(a-b)^2} = a-b$

③ 음수의 제곱근은 음수이다.

④ 0의 제곱근은 0이다.

⑤ $\sqrt{(-5)^2} = -5$

해설

① $a < 0$ 이면 $\sqrt{a^2} = -a$

② $a < b$ 이면 $\sqrt{(a-b)^2} = -(a-b) = b-a$

③ 음수의 제곱근은 없다.

⑤ $\sqrt{(-5)^2} = \sqrt{25} = 5$

8. 다음 중 가장 큰 수는 무엇인가?

① $\sqrt{25}$

② $(-\sqrt{4^2})^2$

③ $\sqrt{(-8)^2}$

④ $(\sqrt{3})^2$

⑤ $-\sqrt{16}$

해설

① $\sqrt{25} = 5$

② $(-\sqrt{4^2})^2 = (-4)^2 = 16$

③ $\sqrt{(-8)^2} = 8$

④ $(\sqrt{3})^2 = 3$

⑤ $-\sqrt{16} = -4$

따라서 가장 큰 수는 16 이다.

9. $A = (-\sqrt{9})^2 - (-\sqrt{5})^2 - \sqrt{(-2)^2}$, $B = \sqrt{8^2} \div (-\sqrt{2})^2 + \sqrt{(-5)^2} \times \left(\sqrt{\frac{1}{5}}\right)^2$ 일 때, AB 의 값을 구하면?

① -60

② -48

③ 10

④ 48

⑤ 60

해설

$$A = 9 - 5 - 2 = 2$$

$$B = (8 \div 2) + \left(5 \times \frac{1}{5}\right) = 4 + 1 = 5$$

$$AB = 2 \times 5 = 10$$

10. 다음 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

보기

㉠ $4 - \sqrt{9} < -1$

㉡ $4\sqrt{5} + 1 > 4\sqrt{5} + \sqrt{2}$

㉢ $-\sqrt{5} > -4$

㉣ $\sqrt{28} + 1 > 3 + 2\sqrt{7}$

㉤ $2\sqrt{3} - 2 < 3\sqrt{2} - 2$

㉥ $2 - \sqrt{2} > \sqrt{2}$

① ㉠, ㉡, ㉤, ㉥

② ㉡, ㉢, ㉤

③ ㉠, ㉢, ㉥

④ ㉢, ㉤

⑤ ㉣, ㉥

해설

㉠ $4 - \sqrt{9} - (-1) = 5 - \sqrt{9} > 0$

$\therefore 4 - \sqrt{9} > -1$

㉡ $4\sqrt{5} + 1 - (4\sqrt{5} + \sqrt{2})$

$= 4\sqrt{5} + 1 - 4\sqrt{5} - \sqrt{2}$

$= 1 - \sqrt{2} < 0$

$\therefore 4\sqrt{5} + 1 < 4\sqrt{5} + \sqrt{2}$

㉢ $-\sqrt{5} > -\sqrt{16}$

$\therefore -\sqrt{5} > -4$

㉣ $\sqrt{28} + 1 - (3 + 2\sqrt{7})$

$= \sqrt{28} + 1 - 3 - \sqrt{28}$

$= -2 < 0$

$\therefore \sqrt{28} + 1 < 3 + 2\sqrt{7}$

㉤ $2\sqrt{3} - 2 - (3\sqrt{2} - 2)$

$= 2\sqrt{3} - 3\sqrt{2} = \sqrt{12} - \sqrt{18} < 0$

$\therefore 2\sqrt{3} - 2 < 3\sqrt{2} - 2$

㉥ $2 - \sqrt{2} - \sqrt{2} = 2 - 2\sqrt{2} < 0$

$\therefore 2 - \sqrt{2} < \sqrt{2}$

11. 다음에서 $a - b$ 의 값을 구하면?

$$\sqrt{1.08} = a\sqrt{3}, \quad \sqrt{\frac{20}{49}} = b\sqrt{5}$$

① $\frac{1}{5}$

② $\frac{1}{10}$

③ $\frac{11}{35}$

④ $\frac{22}{35}$

⑤ $\frac{31}{35}$

해설

$$\sqrt{1.08} = \sqrt{\frac{108}{100}} = \sqrt{\frac{2^2 \times 3^3}{10^2}} = \frac{6\sqrt{3}}{10} = \frac{3}{5}\sqrt{3}$$

$$\therefore a = \frac{3}{5}$$

$$\sqrt{\frac{20}{49}} = \sqrt{\frac{2^2 \times 5}{7^2}} = \frac{2\sqrt{5}}{7}$$

$$\therefore b = \frac{2}{7}$$

$$\therefore a - b = \frac{21}{35} - \frac{10}{35} = \frac{11}{35}$$

12. a, b 가 유리수일 때, $\sqrt{(2 - \sqrt{3})^2} - \sqrt{(1 - \sqrt{3})^2} = a + b\sqrt{3}$ 에서 $a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $a - b = 5$

해설

$2 - \sqrt{3} > 0, 1 - \sqrt{3} < 0$ 이므로

$$\begin{aligned}\sqrt{(2 - \sqrt{3})^2} - \sqrt{(1 - \sqrt{3})^2} &= |2 - \sqrt{3}| - |1 - \sqrt{3}| \\ &= 2 - \sqrt{3} + 1 - \sqrt{3} \\ &= 3 - 2\sqrt{3}\end{aligned}$$

$3 - 2\sqrt{3} = a + b\sqrt{3}$ 이므로

$$a = 3, b = -2$$

$$\therefore a - b = 3 - (-2) = 5$$

13. 유리수 a 에 대하여 $\frac{2\sqrt{3}+a-5}{a\sqrt{3}-3}$ 가 유리수가 되도록 a 의 값을 정할 때, a 의 값을 모두 구하면?

① 1, 2

② 2, 3

③ 3, 4

④ 3, 5

⑤ 4, 5

해설

분모를 유리화 시키면

$$\begin{aligned} & \frac{2\sqrt{3}+a-5}{a\sqrt{3}-3} \\ &= \frac{(2\sqrt{3}+a-5)(a\sqrt{3}+3)}{(a\sqrt{3}-3)(a\sqrt{3}+3)} \\ &= \frac{9a+6\sqrt{3}+a^2\sqrt{3}-5a\sqrt{3}-15}{3a^2-9} \end{aligned}$$

가 유리수가 되어야 하므로 분자의

$6\sqrt{3}-5a\sqrt{3}+a^2\sqrt{3}=0$ 이 되어야 한다.

$a^2-5a+6=0$ 이고, 이차방정식 $a^2-5a+6=0$ 을 인수분해하면
 $(a-3)(a-2)=0$ 이므로 $a=3$ 또는 $a=2$ 이다.

14. 다음 제공근표에서 $\sqrt{3.33}$ 의 값은 a 이고, $\sqrt{b} = 1.817$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

수	0	1	2	3
3.0	1.732	1.735	1.738	1.741
3.1	1.761	1.764	1.766	1.769
3.2	1.789	1.792	1.794	1.797
3.3	1.817	1.819	1.822	1.825
3.4	1.844	1.847	1.849	1.852

▶ 답 :

▷ 정답 : 5.125

해설

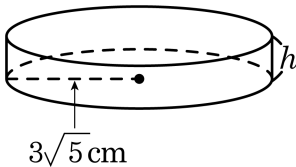
$$\sqrt{3.33} = 1.825$$

$$\sqrt{3.30} = 1.817$$

$$\therefore a = 1.825, b = 3.30$$

$$\therefore a + b = 1.825 + 3.30 = 5.125$$

15. 밑면의 반지름의 길이가 $3\sqrt{5}$ cm 인 원기둥의 부피가 $15\sqrt{42}\pi$ cm³ 일 때, 이 원기둥의 높이를 구하면?



- ① $\sqrt{42}$ cm ② $\frac{\sqrt{42}}{2}$ cm ③ $\frac{\sqrt{42}}{3}$ cm
④ $\sqrt{52}$ cm ⑤ $\frac{\sqrt{52}}{3}$ cm

해설

$$V = \text{밑넓이} \times \text{높이}$$

$$15\sqrt{42}\pi = \pi \times (3\sqrt{5})^2 \times h$$

$$15\sqrt{42}\pi = \pi \times 45 \times h$$

$$\therefore \text{높이 } h = \frac{15\sqrt{42}}{45} = \frac{\sqrt{42}}{3} (\text{cm})$$

16. 반지름의 길이의 비가 $1 : 3$ 인 두 원이 있다. 이 두 원의 넓이의 합이 $40\pi\text{cm}^2$ 일 때, 작은 원의 반지름의 길이는 몇 cm 인가?

① 1cm

② 2cm

③ 3cm

④ 4cm

⑤ 5cm

해설

작은 원의 반지름을 r 라고 하면, 큰 원의 반지름은 $3r$ 이다.

$$(\text{두 원의 넓이의 합}) = \pi r^2 + \pi(3r)^2 = 10\pi r^2 = 40\pi \text{ cm}^2$$

$$r^2 = 4$$

$$\therefore r = 2 \text{ cm } (\because r > 0)$$

17. $\sqrt{48a}$ 와 $\sqrt{52-a}$ 모두 정수가 되도록 하는 양의 정수 a 의 개수는?

① 0 개

② 1 개

③ 2 개

④ 3 개

⑤ 4 개

해설

$$\sqrt{48a} = \sqrt{2^4 \times 3 \times a} \dots \textcircled{1}$$

$$52 - a = 0, 1, 4, 9, 16, 25, 49 \dots \textcircled{2}$$

②를 만족하는 $a = 52, 51, 48, 43, 36, 27, 3$

이 중 ①을 만족하는 것은 3, 27, 48

18. 다음 중 무리수에 대한 설명이 아닌 것을 모두 고르면? (정답 2개)

① 순환하지 않는 무한소수

② 분수로 나타낼 수 없는 수

③ 유한소수

④ 순환소수

⑤ 유리수가 아닌 수

해설

③ ④ 유한소수, 순환소수는 유리수이다.

19. $\frac{\sqrt{15}-\sqrt{3}}{\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{14}+\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$ 를 간단히 하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{5} + \sqrt{7}$

해설

$$\begin{aligned} & \frac{(\sqrt{15}-\sqrt{3})\sqrt{3}}{\sqrt{3}\sqrt{3}} + \frac{(\sqrt{14}+\sqrt{2})\sqrt{2}}{\sqrt{2}\sqrt{2}} \\ &= \sqrt{5}-1 + \sqrt{7}+1 \\ &= \sqrt{5} + \sqrt{7} \end{aligned}$$

20. $5 < \sqrt{4n} < 6$ 을 만족하는 자연수 n 의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 2 개

해설

$$5 < \sqrt{4n} < 6 \rightarrow \sqrt{25} < \sqrt{4n} < \sqrt{36}$$

$$\frac{25}{4} < n < 9 \therefore n = 7, 8$$