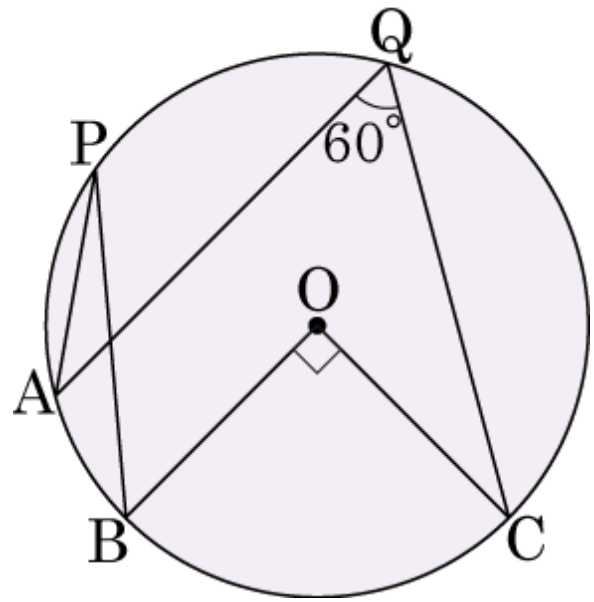
1. 다음 그림에서 $\angle BOC = 90°$, $\angle AQC = 60°$ 일 때, $\angle APB$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : _____ °

▷ 정답 : 15 °

해설

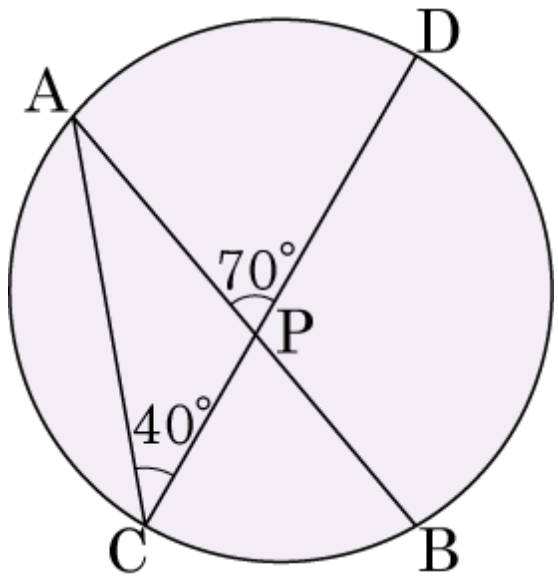
중심 O 와 A 를 이으면 $\overset{\frown}{AC}$ 의 원주각이 $60°$ 이므로 중심각 $\angle AOC = 120°$ 이다.

$\angle AOB = 120° - 90° = 30°$

$\overset{\frown}{AB}$의 중심각 $\angle AOB = 30°$

$\overset{\frown}{AB}$의 원주각 $\angle APB = 15°$

2. 다음 원의 두 현 AB, CD 의 교점은 P 이고, 호 BC 의 길이가 3π 일 때, 이 원의 원주를 구하면?



① 15π ② 16π ③ 17π

④ 18π ⑤ 19π

해설

$5.0\text{pt}\overset{\frown}{\text{BC}}$의 원주각

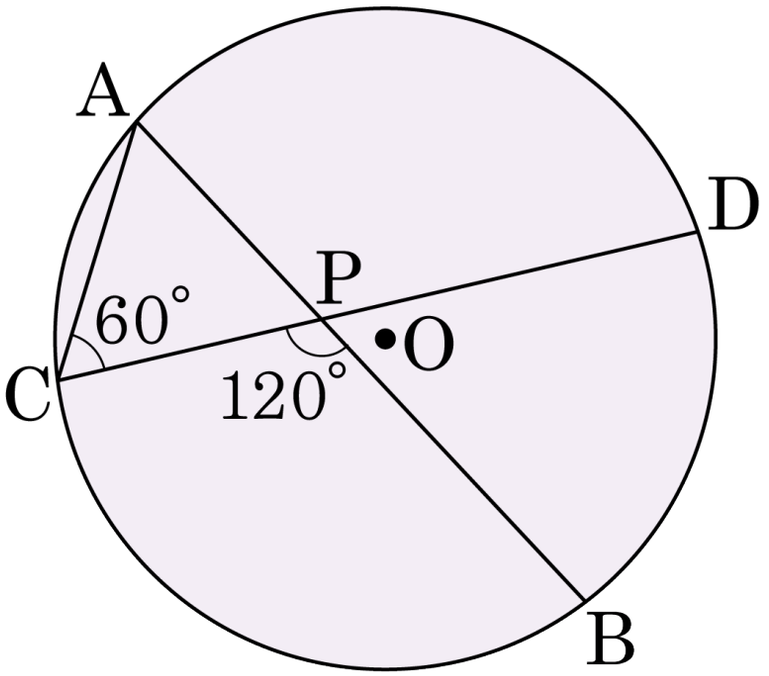
$\angle \text{CAB} = 70^\circ - 40^\circ = 30^\circ$

$(5.0\text{pt}\overset{\frown}{\text{BC}}\text{의 중심각}) = 30^\circ \times 2 = 60^\circ$

$60^\circ : 360^\circ = 3\pi : (\text{원주})$

$\therefore\ (\text{원주}) = 3\pi \times 6 = 18\pi$

3. 다음 그림의 원 O 에서 $5.0\text{pt}\overset{\frown}{\text{CB}}$ 는 원의 둘레의 길이의 몇 배인지 구하여라.



▶ 답 : _____ 배

▷ 정답 : $\frac{1}{3}$ 배

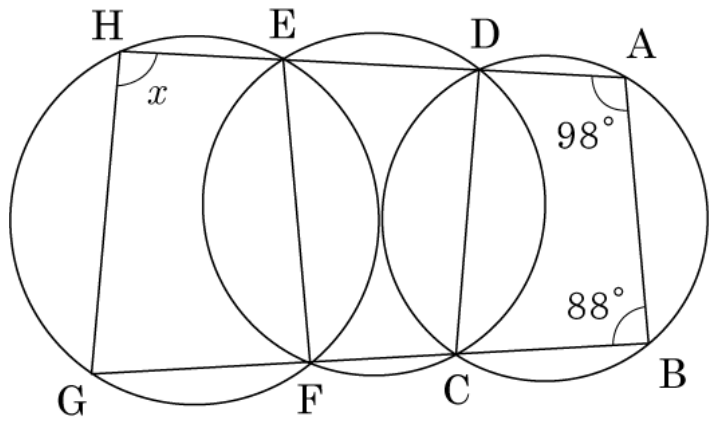
해설

$\angle\text{CAB} = 120° - 60° = 60°$

$\angle\text{COB} = 2\angle\text{CAB} = 120°$

$5.0\text{pt}\overset{\frown}{\text{CB}}$ 는 원둘레의 $\frac{120°}{360°} = \frac{1}{3}$ (배)

4. 다음 그림에서 $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : _____ °

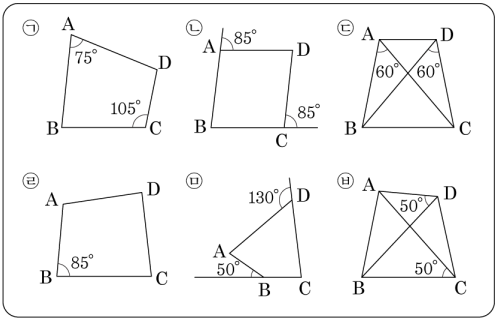
▷ 정답 : 92 °

해설

$\angle ADC = 92°$

$\angle x = \angle EFC = \angle ADC = 92°$

5. 다음 중 원에 내접하는 사각형을 모두 고른 것은?



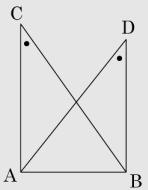
① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉤ ③ ㉠, ㉡, ㉤, ㉥

④ ㉠, ㉢, ㉤, ㉥ ⑤ ㉢, ㉤, ㉥

해설

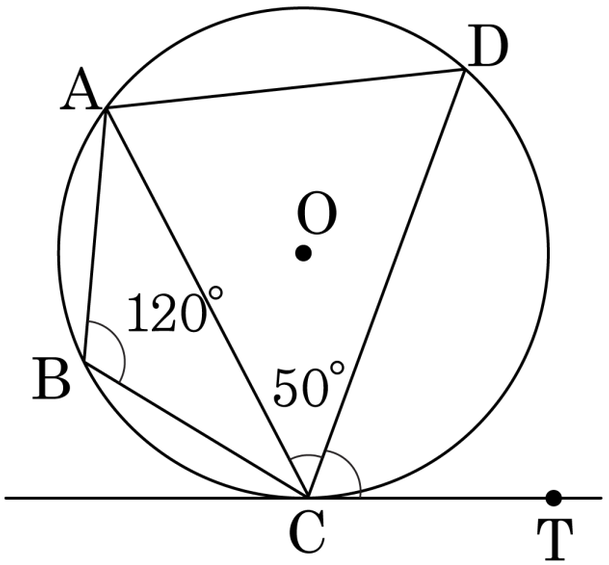
한 쌍의 대각의 합이 180°

따라서, ㉠, ㉤은 원에 내접한다.
또, 다음의 경우 네 점이 한 원 위에 있게 된다.



따라서 ㉢, ㉥가 원에 내접한다.

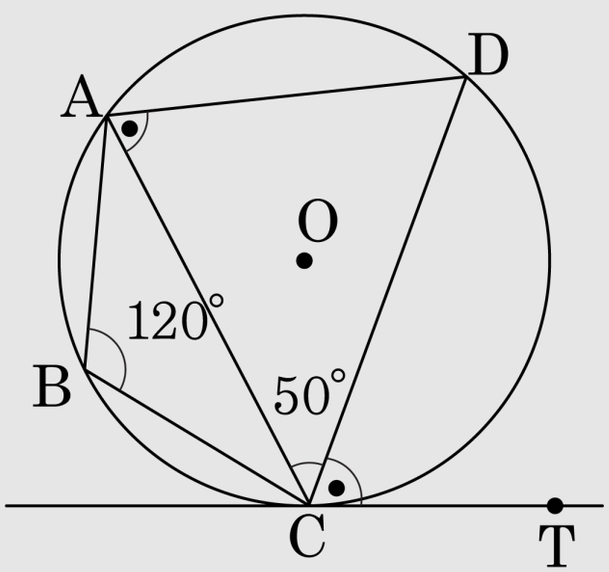
6. 다음 그림과 같이 □ABCD가 원 O에 내접한다. $\overleftrightarrow{CT}$가 원 O의 접선일 때, ∠DCT의 크기는?



① 40° ② 50° ③ 60°

④ 70° ⑤ 80°

해설



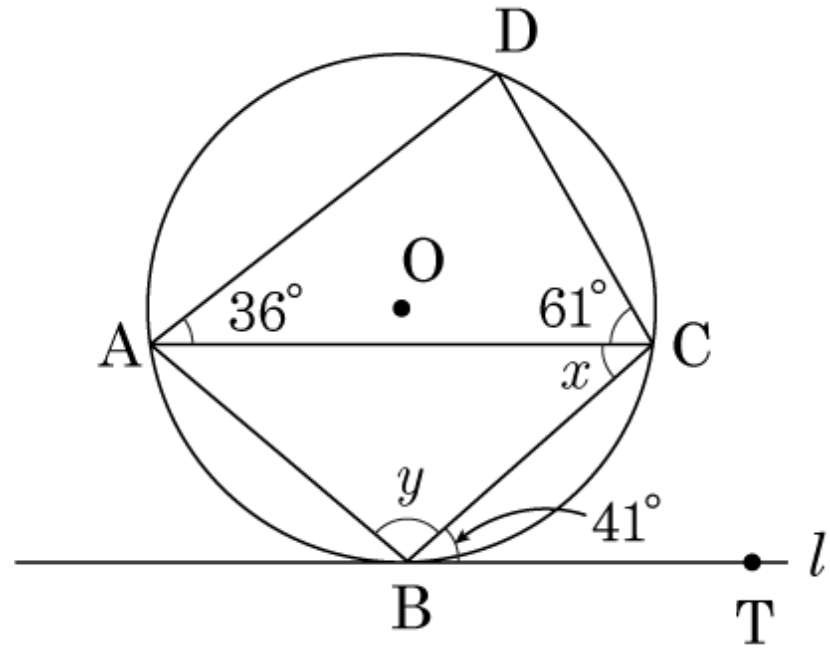
내접사각형 ABCD 에서

∠ADC = 60° 이므로

∠CAD = 180° − 60° − 50° = 70°

∴ ∠DCT = ∠CAD = 70°

7. 다음 그림에서 직선 l이 원 O 의 접선일 때, $\angle y - \angle x$ 의 값은?



① $40°$ ② $45°$

③ $50°$ ④ $55°$

⑤ $60°$

해설

접선과 현이 이루는 각의 성질에 따라

$\angle BAC = \angle CBT = 41°$

내접사각형의 성질에 따라

$\angle BAD + \angle BCD = 36° + 41° + 61° + x = 180°$

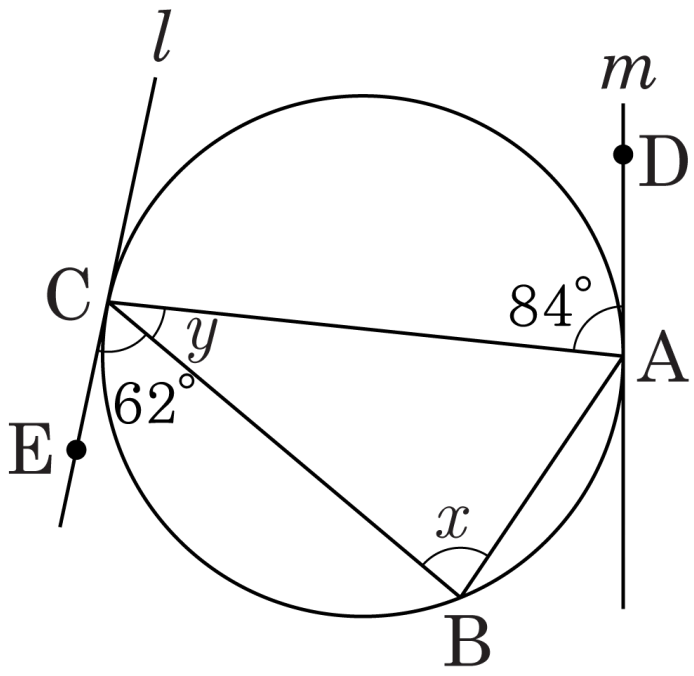
$\therefore \ \angle x = 42°$

$\triangle ABC$ 에서 $\angle BAC = 41°$, $\angle ACB = 42°$

$\therefore \ \angle y = 180° - (41° + 42°) = 97°$

$\therefore \ \angle y - \angle x = 97° - 42° = 55°$

8. 다음은 원의 접점 A, C , 각 점에서의 접선 m , l 을 그린 것이다. 이때, $\angle x$, $\angle y$ 의 값을 바르게 짝지은 것은?



① $\angle x = 84°, \angle y = 34°$

② $\angle x = 85°, \angle y = 34°$

③ $\angle x = 85°, \angle y = 35°$

④ $\angle x = 86°, \angle y = 35°$

⑤ $\angle x = 86°, \angle y = 36°$

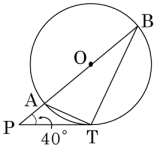
해설

$\angle ECB = \angle BAC = 62°$

$\angle CAD = \angle x = 84°$

$\therefore \angle y = 180° - 84° - 62° = 34°$

9. 다음 그림에서 $\overline{PT}$ 는 원 O 의 접선이고 $\overline{AB}$ 는 지름이다. $\angle APT = 40°$ 일 때, $\angle PTA$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ____°

▷ 정답 : 25°

해설

$\angle PTA = \angle x$ 라 하면

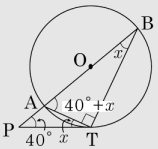
$\angle BAT = 40° + \angle x$ 에서

$\triangle ABT$ 에서

$(40° + x) + x = 90°$

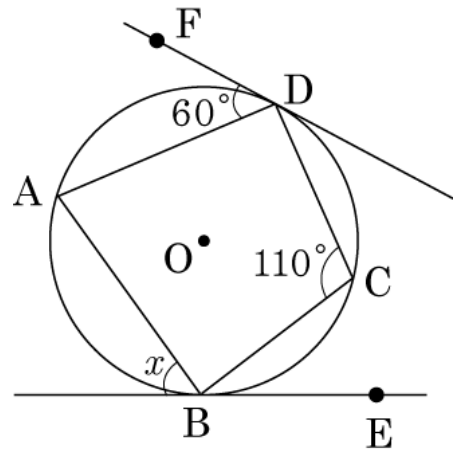
$2x = 50°$

$x = 25°$



$\therefore$ 25°

10. 다음 그림에서 직선 BE, DF 는 원 O 의 접선일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ____°

▷ 정답 : 50°

해설

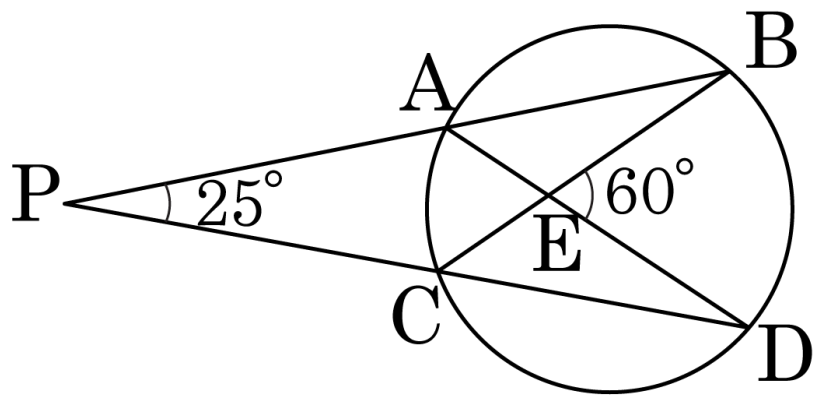
$\angle BAD = 180° - 110° = 70°$

두 점 D, B 를 이으면 $\angle FDA = \angle ABD = 60°$

$\triangle ADB$ 에서 $\angle ADB = 180° - 70° - 60° = 50°$

$\therefore \angle x = \angle ADB = 50°$

11. 다음 그림에서 $\angle P = 25°$, $\angle BED = 60°$ 일 때, $\angle ABC$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : _____ °

▷ 정답 : 17.5°

해설

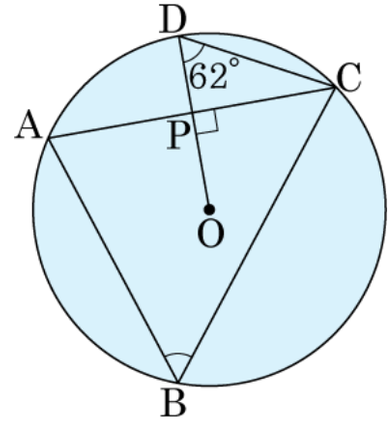
$\triangle AEB$ 에서

$\angle ABC = x$ 라면

$25° + x + x = 60°$

$2x = 35°$ $\therefore x = 17.5°$

12. 원의 중심 O 에서 $\overline{AC}$ 에 내린 수선의 발을 P , $\overline{OP}$ 의 연장선과 원 O 가 만나는 점을 D 라 하자. $\angle ODC = 62°$ 일 때, $\angle ABC$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : _____ °

▷ 정답 : 56°

해설

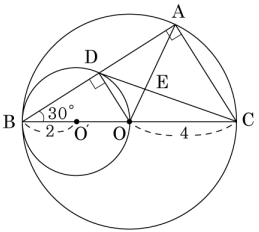
$\overline{OD} = \overline{OC}$ 이므로

$\angle OCD = \angle ODC = 62°$

$\therefore \angle DOC = 180° - 62° \times 2 = 56°$

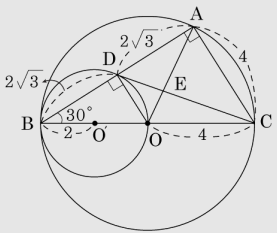
$\angle ABC = \frac{1}{2}\angle AOC = \frac{1}{2} \times 2\angle DOC = \angle DOC = 56°$

13. 다음 그림의 원 O 의 지름은 8 , 원 O′ 의 지름은 4 , $\angle ABC = 30°$ 이다. 이때, $\overline{DE}$ 의 길이는?



① $\frac{\sqrt{7}}{3}$ ② $\frac{\sqrt{7}}{2}$ ③ $\frac{2\sqrt{7}}{3}$ ④ $\sqrt{7}$ ⑤ $\frac{3\sqrt{7}}{2}$

해설

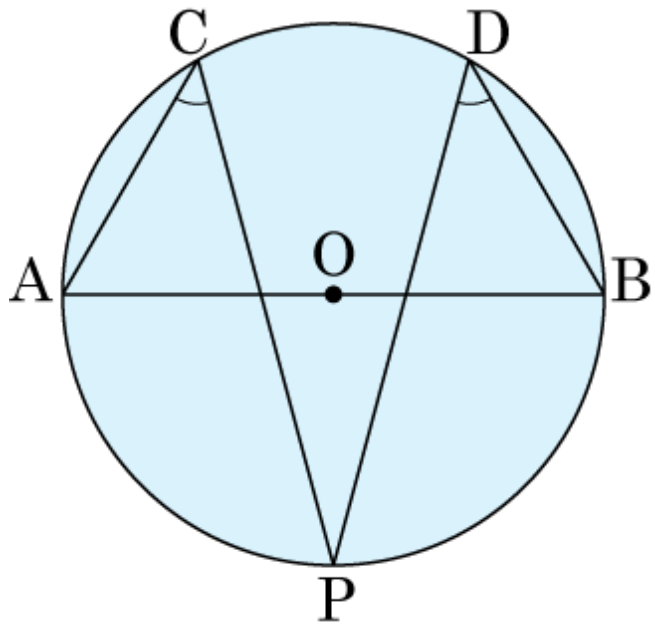


$\overline{AD} = \overline{BD} = 2\sqrt{3}$, $\overline{BO} = \overline{CO} = 4$ 이므로 점 E 는 $\triangle ABC$ 의 무게중심이다.

$\triangle ACD$ 에서 $\overline{CD} = 2\sqrt{7}$ 이다.

$\therefore \overline{DE} = 2\sqrt{7} \times \frac{1}{3} = \frac{2\sqrt{7}}{3}$

14. 다음 그림과 같은 원 O 에서 $\angle ACP + \angle BDP$ 의 값을 구하면?



① 86° ② 88° ③ 90°

④ 92° ⑤ 94°

해설

점 O 와 P 를 연결하면

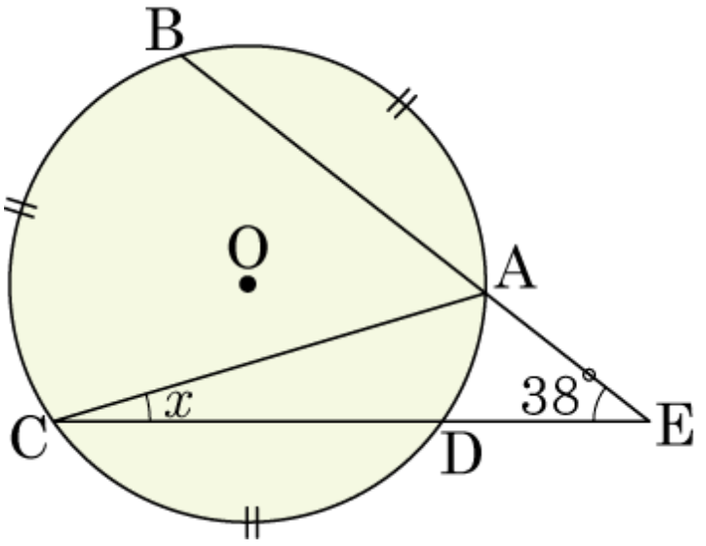
$\angle AOP = 2\angle ACP$

$\angle BOP = 2\angle BDP$

$\therefore\ \angle AOP + \angle BOP = 2\angle ACP + 2\angle BDP = 180^\circ$

$\therefore\ \angle ACP + \angle BDP = 90^\circ$

15. 다음 그림에서 원 위에 $5.0\text{pt}\overset{\frown}{AB} = 5.0\text{pt}\overset{\frown}{BC} = 5.0\text{pt}\overset{\frown}{CD}$ 인 점 A, B, C, D 를 잡고, 직선AB 와 직선 CD 의 교점을 E 라 한다. $\angle E = 38°$ 일 때, $\angle ACD$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : _____ °

▷ 정답 : 16.5 °

해설

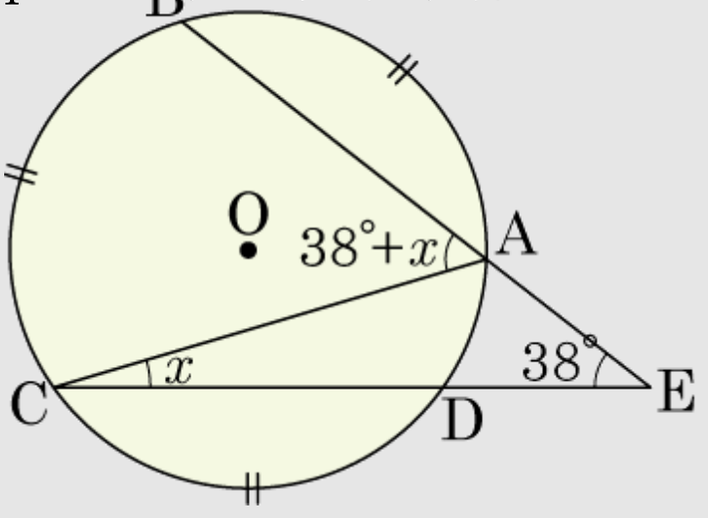
$5.0\text{pt}\overset{\frown}{AB}$, $5.0\text{pt}\overset{\frown}{BC}$, $5.0\text{pt}\overset{\frown}{CD}$, $5.0\text{pt}\overset{\frown}{AD}$의 원주각의 합은

$3(38° + x) + x = 180°$,

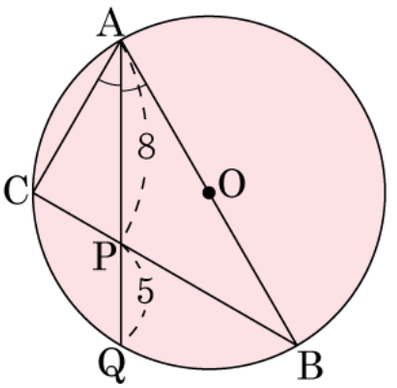
$114° + 3x + x = 180°$

$4x = 66°$

$\therefore\ x = 16.5°$



16. 다음 그림에서 $\overline{AB}$ 는 원 O 의 지름이고 $\angle BAC$ 의 이등분선과 $\overline{BC}$ 가 만나는 점을 P , 원 O 와 만나는 점을 Q 라 한다. $\overline{AP} = 8$, $\overline{PQ} = 5$ 일 때, $\overline{BP}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $3\sqrt{10}$

해설

$\triangle PQB \backsim \triangle BQA$ ($\because$ AA 닮음)

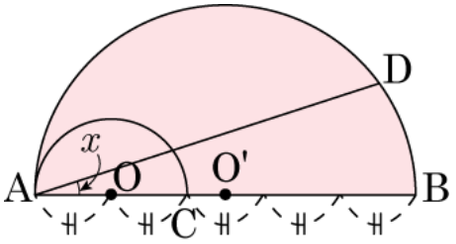
$\overline{PQ} : \overline{BQ} = \overline{BQ} : \overline{AQ}$

$\overline{BQ}^2 = \overline{PQ} \times \overline{AQ} = 5 \times 13 = 65$

$\therefore \overline{BQ} = \sqrt{65}$

$\therefore \overline{BP} = \sqrt{25 + 65} = \sqrt{90} = 3\sqrt{10}$

17. 다음 그림에서 $\overline{AB} = 5$, $\overline{AC} = 2$ 이다. $5.0\text{pt}\overset{\frown}{AD} = 25.0\text{pt}\overset{\frown}{AC}$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ____°

▷ 정답 : 18 °

해설

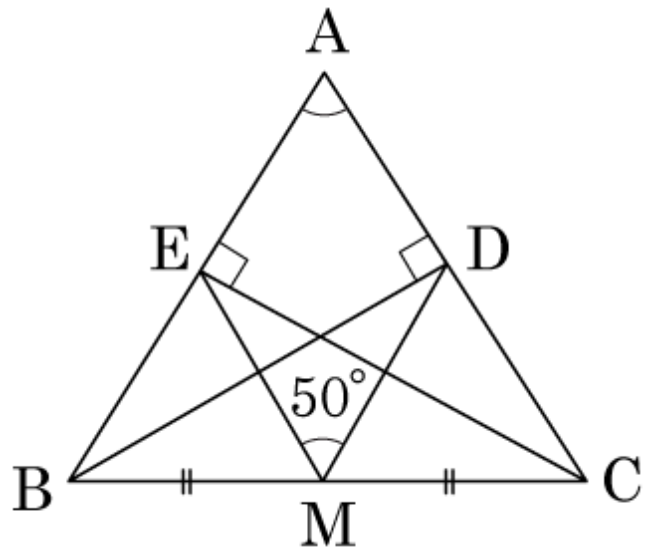
$5.0\text{pt}\overset{\frown}{AC} = \frac{1}{2} \times 2\pi = \pi$, $5.0\text{pt}\overset{\frown}{AD} = 2\pi$

$5.0\text{pt}\overset{\frown}{AB} = \frac{1}{2} \times 5\pi = \frac{5\pi}{2}$

$\therefore 5.0\text{pt}\overset{\frown}{BD} = \frac{5}{2}\pi - 2\pi = \frac{1}{2}\pi$

$\angle x = \frac{5.0\text{pt}\overset{\frown}{BD}}{5.0\text{pt}\overset{\frown}{AB}} \times 90° = \frac{1}{2}\pi \times \frac{2}{5\pi} \times 90° = 18°$

18. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 점 M 은 $\overline{BC}$ 의 중점이고, $\overline{AB} \perp \overline{CE}, \overline{AC} \perp \overline{BD}$ 이다. $\angle EMD = 50°$ 일 때, $\angle A$ 의 크기를 구하면?

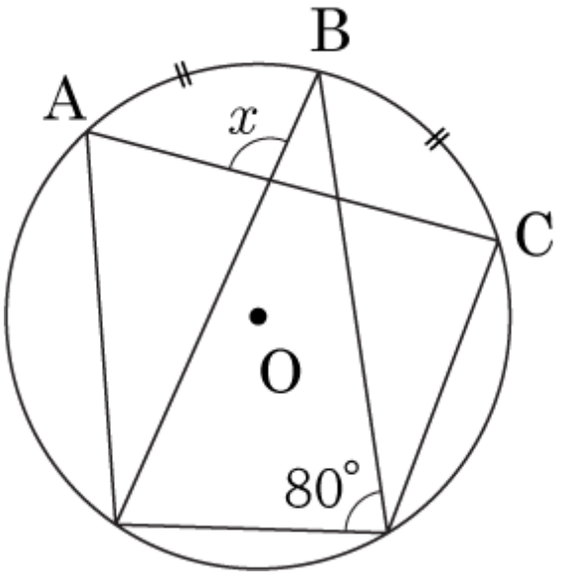


① $25°$ ② $30°$ ③ $45°$ ④ $50°$ ⑤ $65°$

해설

$\angle BEC = \angle BDC$ 이므로 네 점 B, C, D, E 는 한 원 위에 있고, $\overline{BM} = \overline{CM}$ 이므로 점 M 은 원의 중심이다. $\angle EMD = 2\angle EBD = 50°$ 이므로 $\angle EBD = 25°$ 이다.
따라서 $\triangle ABD$ 에서 $\angle BAD = 90° - 25° = 65°$ 이다.

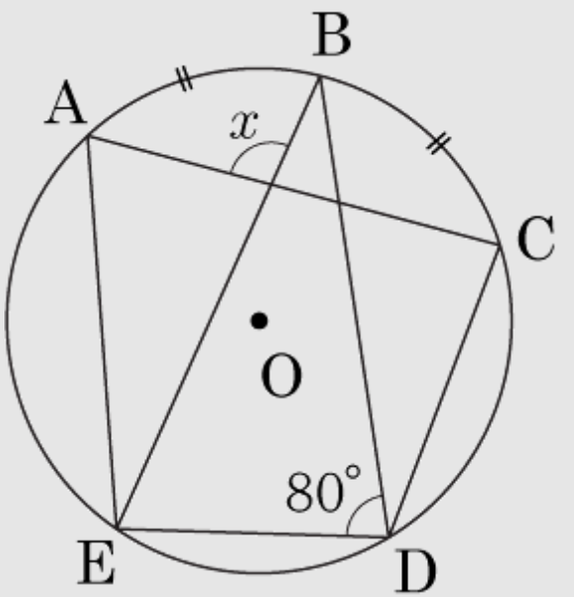
19. 다음 그림과 같이 원 O 위의 점 A, B, C 가 있다. $\angle x$ 의 크기는? (단, 5.0pt$\overset{\frown}{\mathrm{AB}}$ = 5.0pt$\overset{\frown}{\mathrm{BC}}$)



① 100° ② 110° ③ 120°

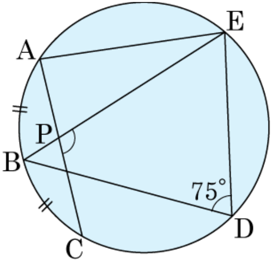
④ 130° ⑤ 140°

해설



다음 그림에서 점 D, E 를 잡으면 $\angle \mathrm{BDC} = \angle \mathrm{BEA}$ 이다.
내접사각형 AEDC 에서 $\angle \mathrm{A} + \angle \mathrm{EDC} = 180°$ 이므로 $x = \angle \mathrm{A} + \angle \mathrm{BEA} = \angle \mathrm{A} + \angle \mathrm{BDC} = 100°$ 이다.

20. 다음 그림에서 $5.0pt\overset{\frown}{AB} = 5.0pt\overset{\frown}{BC}$ 이고 $\angle BDE = 75°$ 이다. $\overline{AC}$ 와 $\overline{BE}$ 의 교점을 P 라 할 때, $\angle CPE$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : °

▷ 정답 : 105 °

해설

$5.0pt\overset{\frown}{AB} = 5.0pt\overset{\frown}{BC}$ 이므로

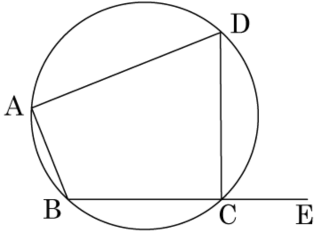
$\angle AEB = \angle BDC = x$

□ACDE 에서

$$\begin{aligned}\angle CAE &= 180° - \angle CDE \\ &= 180° - (75° + x) \\ &= 105° - x\end{aligned}$$

$\angle CPE = \angle CAE + x = 105°$

21. 다음 그림의 원에서 5.0pt24.88pt$\overset{\frown}{\mathrm{ADC}}$ 의 길이는 원주의 $\frac{2}{3}$, 5.0pt24.88pt$\overset{\frown}{\mathrm{BCD}}$ 의 길이는 원주의 $\frac{2}{5}$ 일 때, $\angle\mathrm{ADC}+\angle\mathrm{DCE}$ 의 크기의 합을 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad}$ °

▷ 정답 : 132°

해설

$\angle\mathrm{ABC} = 180° \times \frac{2}{3} = 120°$

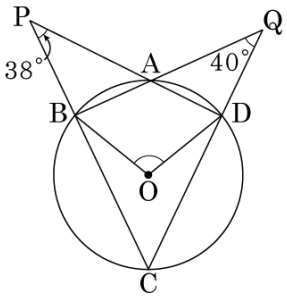
$\angle\mathrm{BAD} = 180° \times \frac{2}{5} = 72°$

$\therefore\ \angle\mathrm{ADC} = 60°$

$\angle\mathrm{DCE} = 72°$

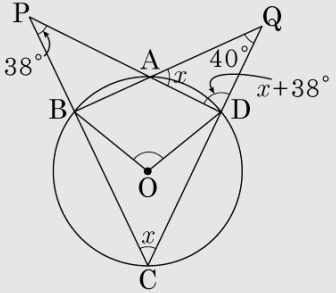
$\angle\mathrm{ADC} + \angle\mathrm{DCE} = 60° + 72° = 132°$

22. 다음 그림에서 □ABCD 는 원 O 에 내접하고 $\angle DPC = 38°$, $\angle BQC = 40°$ 일 때, $\angle BOD$ 의 크기는?



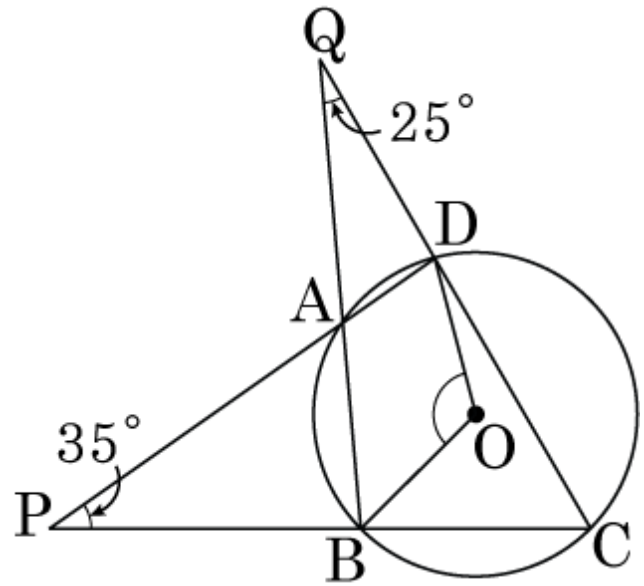
① $78°$ ② $82°$ ③ $90°$ ④ $98°$ ⑤ $102°$

해설



$\angle BCD = \angle x$ 라 하면 $\angle ADQ = \angle x + 38°$,
$\angle DAQ = \angle BCD = x$
$\triangle ADQ$ 의 세 내각의 크기의 합은
$\angle x + (\angle x + 38°) + 40° = 180°$
$\therefore \angle x = 51°$ 이다.
따라서 $\angle BOD = 2\angle BCD = 2 \times 51° = 102°$

23. 다음 그림에서 □ABCD 는 원 O 에 내접하고 $\angle DPC = 35°$, $\angle BQC = 25°$ 일 때, $\angle BOD$ 의 크기는?



① $100°$ ② $110°$ ③ $120°$ ④ $135°$ ⑤ $150°$

해설

$\angle BCD = x$ 라 하면, $\angle DAQ = x$

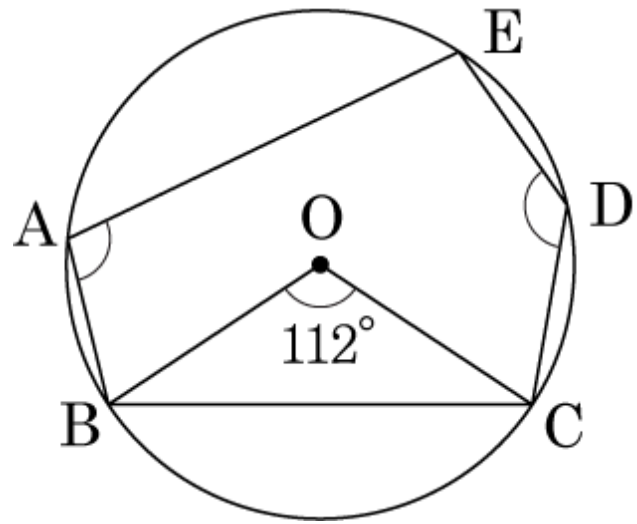
$\angle ADQ = x + 35°$ (삼각형의 외각)

$\triangle QAD$ 에서 $x + 25° + (x + 35°) = 180°$

$\therefore x = 60°$

따라서 $\angle BOD = 2\angle BCD = 2 \times 60° = 120°$ 이다.

24. 다음 그림에서 오각형 ABCDE 는 원 O 에 내접하고 $\angle BOC = 112°$ 일 때, $\angle A + \angle D$ 의 크기는?



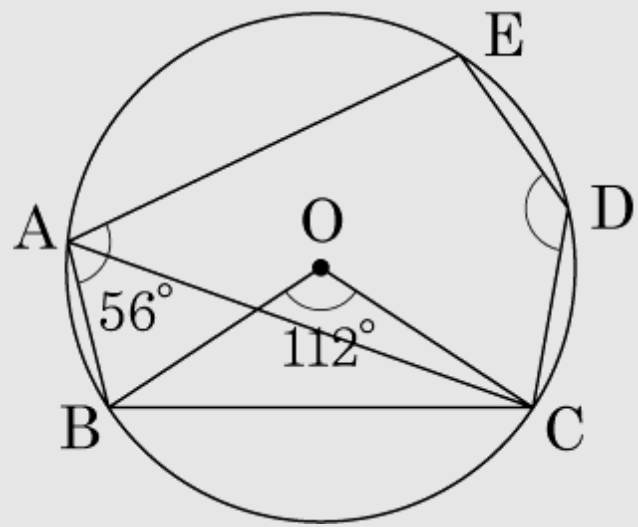
① $252°$ ② $236°$ ③ $212°$ ④ $186°$ ⑤ $164°$

해설

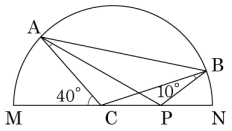
점 A 와 점 C 에 보조선을 그으면

$\angle D + \angle EAC = 180°$, $\angle BAC = \frac{1}{2} \times \angle BOC = 112° = 56°$

$\therefore \angle A + \angle D = 180° + 56° = 236°$



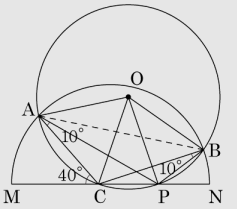
25. A, B 는 지름이 $\overline{MN}$, 중심이 C 인 반원 위의 점이고, P 는 반지름 $\overline{CN}$ 위의 점이다. $\square ACPB$ 가 반원에 내접할 때, $\angle CAP = \angle CBP = 10°$, $\angle APC = 30°$ 일 때, $\angle BCN$ 는?



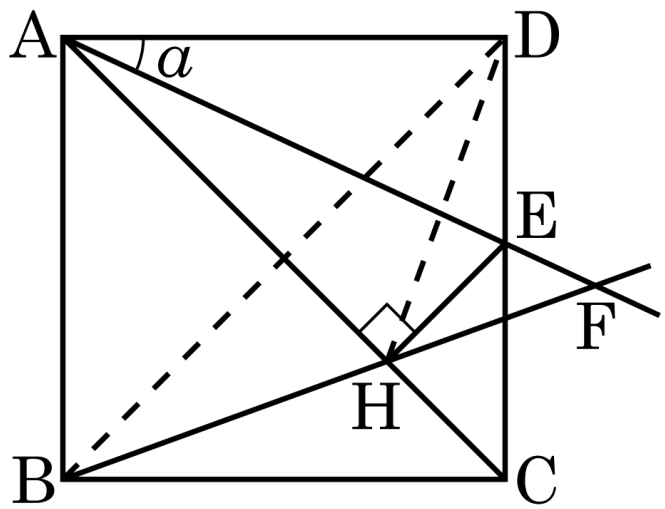
① 10° ② 15° ③ 20° ④ 25° ⑤ 30°

해설

네 점 A, C, P, B 는 한 원 O 위에 있고,
$\angle APC = 30°$,
$\angle AOC = 2\angle APC = 60°$ (원주각과 중심각),
$\angle COP = 2\angle CAP = 20°$ (원주각과 중심각)
$\overline{CA} = \overline{CB}$ (반지름) 이므로 현의 길이가 같으면 중심각의 크기도 같고,
$\therefore \angle AOC = \angle COB = 60°$,
$\therefore \angle BOP = 60 - 20 = 40°$
$\therefore \angle BCN = \angle BCP = \frac{1}{2}\angle BOP = \frac{1}{2} \times 40° = 20°$



26. 정사각형 ABCD 의 변 CD 위의 점 E 에서 대각선 AC 에 내린 수선의 발을 H , 두 선분 AE 와 BH 의 연장선이 만나는 점을 F 라고 하고 $\angle DAE = a$ 라고 할 때, $\angle EHF$ 의 크기를 구하여라.



① $5a°$ ② $4a°$ ③ $3a°$ ④ $2a°$ ⑤ $a°$

해설

$\angle AHE = \angle ADE = 90°$ 이므로 네 점 A, H, E, D 는 한 원 위에 있다. 따라서 호 5.0pt$\overset{\frown}{DE}$ 에 대한 원주각은 모두 같으므로, $\angle DAE = \angle DHE = a$ 이다.

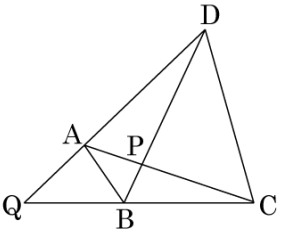
$\overline{BD}//\overline{HE}$ 이므로

$\angle BDC = \angle HEC = 45°$, $\angle DHE = \angle HDB$

또한, $\overline{HD}=\overline{HB}$ 이므로 $\angle HBD = \angle HDB = a$

$\therefore\ \angle EHF = \angle HDB = a$

27. 다음 중 □ABCD가 원에 내접하는 조건인 것을 골라라.



㉠ $\angle ABC + \angle BCD = 180°$

㉡ $\angle ACD = \angle ABC$

㉢ $\angle BAD = \angle BCD$

㉣ $\overline{PA} \times \overline{PC} = \overline{PB} \times \overline{PD}$

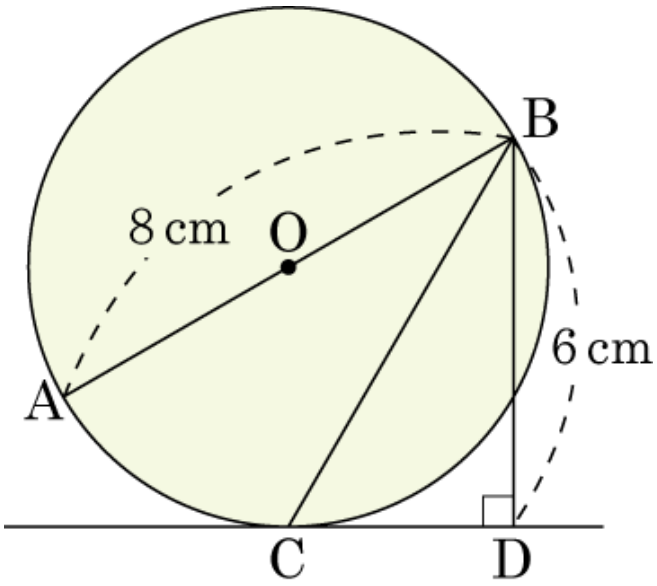
▶ 답 :

▷ 정답 : ㉣

해설

㉠ $\angle ABC + \angle ADC = 180°$
㉡ $\angle ACD = \angle ABD$
㉢ $\angle BAD = \angle BCD = 90°$

28. 다음 그림에서 $\overleftrightarrow{CD}$ 는 원 O 의 접선이다. $\overline{AB}$ 가 원의 지름이고 $\overline{CD} \perp \overline{BD}$ 일 때, $\overline{AC}$ 의 길이는?

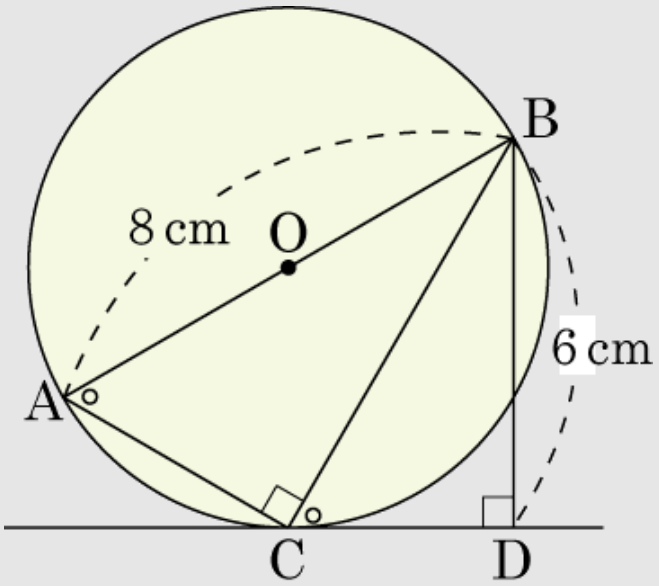


① 2cm ② 4cm

③ $2\sqrt{3}$cm ④ $3\sqrt{2}$cm

⑤ $4\sqrt{2}$cm

해설



$\angle ACB = 90°$, $\angle BAC = \angle BCD$ 이므로

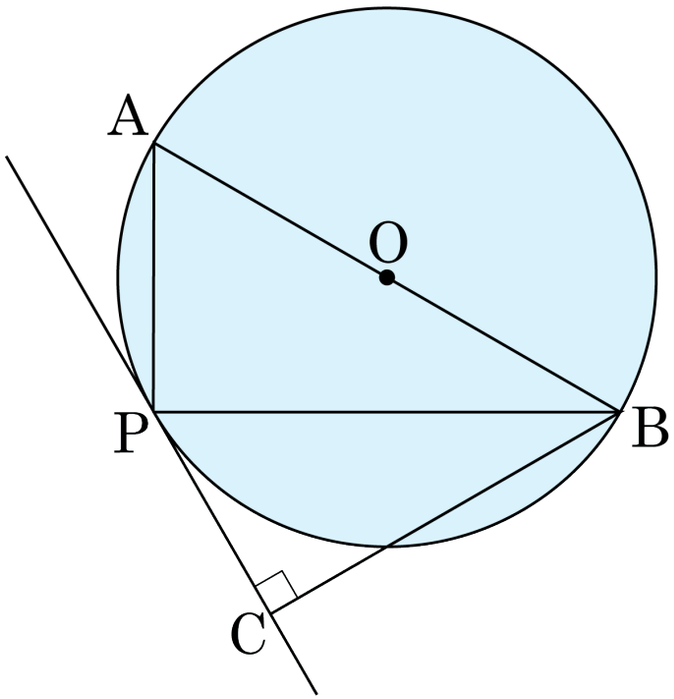
$\triangle ABC \backsim \triangle CBD$ (AA 닮음)

$\therefore\ 8 : \overline{BC} = \overline{BC} : 6$

$\overline{BC}^2 = 48,\ \overline{BC} = 4\sqrt{3}\,\text{cm}$

$\therefore\ \overline{AC} = \sqrt{8^2 - (4\sqrt{3})^2} = 4\,\text{cm}$

29. 다음 그림에서 점 P 는 반지름이 5 인 원 O 의 접점이고, $\overline{BC} \perp \overline{PC}$, $\overline{BP} = 4\sqrt{5}$ 일 때, $\triangle PBC$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$\triangle APB \backsim \triangle PCB$

$\overline{AB} : \overline{BP} = \overline{BP} : \overline{BC}$

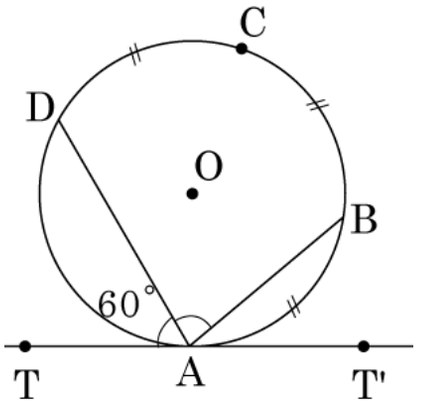
$\overline{AB} \times \overline{BC} = \overline{BP^2}$, $10 \times \overline{BC} = (4\sqrt{5})^2$

$\therefore \overline{BC} = 8$

$\overline{PC} = \sqrt{\overline{BP^2} - \overline{BC^2}} = \sqrt{80 - 64} = 4$

$\therefore \triangle PBC = \frac{1}{2} \times \overline{PC} \times \overline{BC} = \frac{1}{2} \times 4 \times 8 = 16$

30. 다음 그림에서 직선 TA 는 원 O 의 접선이고 $5.0\text{pt}\overset{\frown}{\text{AB}} = 5.0\text{pt}\overset{\frown}{\text{BC}} = 5.0\text{pt}\overset{\frown}{\text{CD}}$, $\angle\text{DAT} = 60°$ 이다. $\angle\text{BAD}$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : _____ °

▷ 정답 : 80°

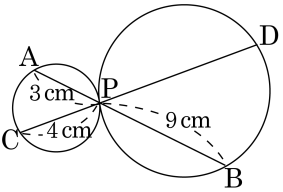
해설

$\overline{\text{BD}}$ 를 그으면 $\angle\text{BAT}' = \angle\text{ADB}$

$5.0\text{pt}\overset{\frown}{\text{AB}} : 5.0\text{pt}\overset{\frown}{\text{BD}} = 1 : 2$ 이므로 $\angle\text{BAT}' = \frac{1}{2}\angle\text{BAD}$

$60° + \angle\text{BAD} + \frac{1}{2}\angle\text{BAD} = 180°$ 이므로 $\angle\text{BAD} = 80°$

31. 다음 그림과 같이 점 P 에서 두 원이 접하고, $\overline{AP} = 3\,\text{cm}$, $\overline{BP} = 9\,\text{cm}$, $\overline{CP} = 4\,\text{cm}$ 일 때, $\overline{DP}$ 의 길이를 구하여라.

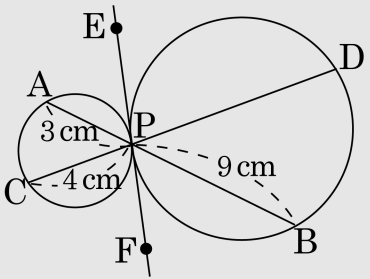


▶ 답 : cm

▷ 정답 : 12 cm

해설

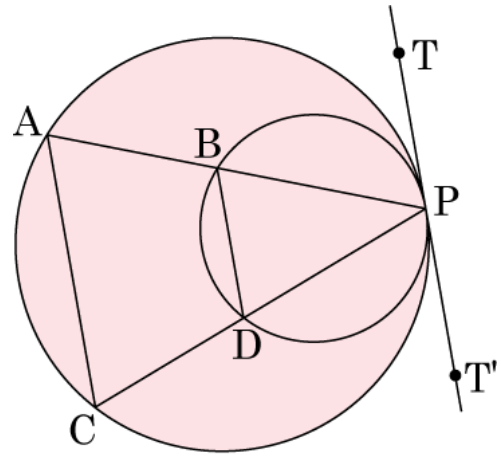
두 원의 공통접선 $\overline{EF}$ 를 그으면
$\angle APE = \angle ACP, \angle FPB = \angle BDP$ 이다.



$\therefore \angle ACP = \angle BDP$
또한, $\angle APC = \angle BPD$ ($\because$ 맞꼭지각) 이다.
$\therefore \triangle APC \equiv \triangle BPD$ (AA 닮음)
따라서 $\overline{PA} : \overline{PB} = \overline{PC} : \overline{PD}$ 에서

$$\overline{DP} = \frac{\overline{PB} \times \overline{PC}}{\overline{PA}} = \frac{9 \times 4}{3} = 12\,(\text{cm})$$

32. 다음 그림에서 점 P 는 두 원의 접점이고 직선 TT′ 는 점 P 를 지나는 접선이다. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\angle PDB = \angle PCA$

② $\angle BPT = \angle ACP$

③ $\angle BPT = \angle BDP$

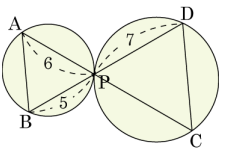
④ $\overline{AC} // \overline{BD}$

⑤ $\overline{BD} : \overline{AC} = \overline{AB} : \overline{BP}$

해설

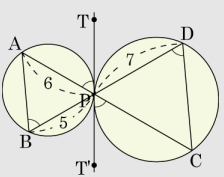
⑤ $\triangle APC \sim \triangle BPD$ 이므로 $\overline{BD} : \overline{AC} = \overline{PB} : \overline{PA}$

33. 다음 그림과 같이 점 P 에서 접하는 두 원에 대하여 $\overline{AP} = 6$, $\overline{BP} = 5$, $\overline{DP} = 7$ 일 때, $\overline{PC}$ 의 길이는?



① 6 ② $\frac{16}{3}$ ③ $\frac{12}{5}$ ④ $\frac{42}{5}$ ⑤ 7

해설



공통외접선을 그으면

$\angle ABP = \angle APT$, $\angle APT = \angle T'PC$ (맞꼭지각), $\angle T'PC = \angle PDC$

$\therefore \angle ABP = \angle CDP$

또한 $\angle BAP = \angle DCP$, $\angle ABP = \angle CDP$ 이므로

$\triangle PAB \sim \triangle PCD$ (AA 닮음)

따라서, $\overline{PA} : \overline{PC} = \overline{PB} : \overline{PD}$ 이므로

$6 : \overline{PC} = 5 : 7$ 이다.

$\therefore \overline{PC} = \frac{42}{5}$