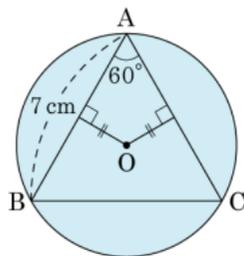


1. 다음 그림과 같이 원의 중심 O 에서 \overline{AB} , \overline{AC} 까지 거리가 같고, $\angle A = 60^\circ$, $\overline{AB} = 7\text{cm}$ 일 때, \overline{BC} 의 길이를 구하여라.



▶ 답:

cm

▷ 정답: 7 cm

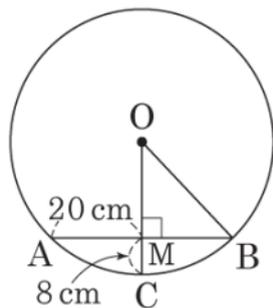
해설

원의 중심에서 \overline{AB} , \overline{AC} 까지 거리가 같으므로

$$\overline{AB} = \overline{AC}, \angle B = \angle C = 60^\circ$$

$\therefore \triangle ABC$ 는 정삼각형이므로 $\overline{BC} = 7(\text{cm})$

2. 다음 그림의 원 O 에서 $\overline{AB} \perp \overline{OC}$ 이고, $\overline{AM} = 20 \text{ cm}$, $\overline{CM} = 8 \text{ cm}$ 일 때, 원 O 의 반지름의 길이를 구하여라.



▶ 답: cm

▷ 정답: 29 cm

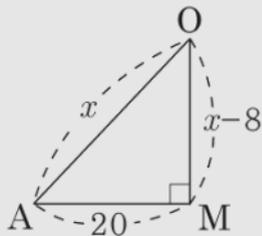
해설

$$x^2 = (x - 8)^2 + 20^2$$

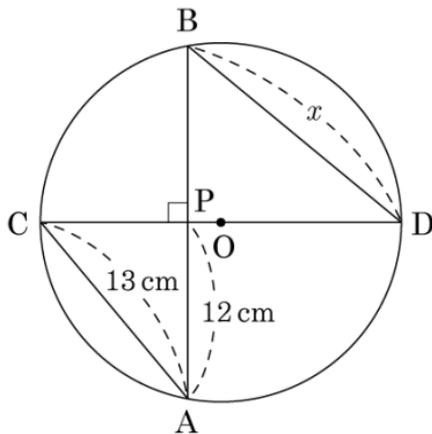
$$x^2 = x^2 - 16x + 64 + 400$$

$$16x = 464$$

$$\therefore x = 29 \text{ (cm)}$$



3. 다음 그림에서 x 의 길이는?



① 30 (cm)

② 31 (cm)

③ 31.1 (cm)

④ 31.2 (cm)

⑤ 31.3 (cm)

해설

$$\overline{AP} = \overline{BP} = 12 \text{ (cm)}$$

$$\triangle CAP \equiv \triangle CBP \text{ (SAS합동)}$$

$\triangle BCD$ 에서

$\angle CBD = 90^\circ$ 이므로

$$\triangle PCA \sim \triangle PBD \text{ (AA닮음)}$$

$$\overline{CP} = \sqrt{13^2 - 12^2} = \sqrt{25} = 5 \text{ (cm)}$$

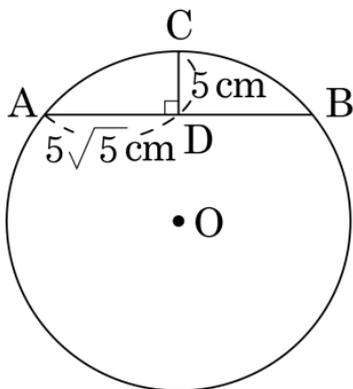
$$\overline{PC} : \overline{PB} = \overline{CA} : \overline{BD} \text{에서}$$

$$5 : 12 = 13 : x$$

$$5x = 156$$

$$\therefore x = 31.2 \text{ (cm)}$$

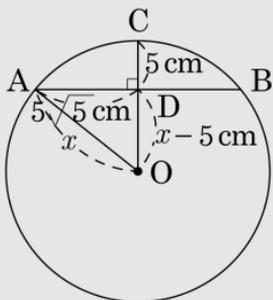
4. 다음 그림과 같이 호 \overline{AB} 는 원 O 의 일부분이고, $\overline{AD} = \overline{BD}$, $\overline{AB} \perp \overline{CD}$ 일 때, 이 원의 반지름의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 15 cm

해설



\overline{AO} 를 x 라 하면

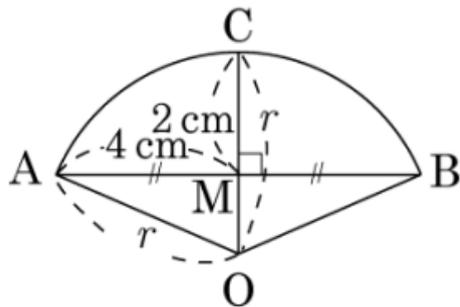
$$x^2 = (5\sqrt{5})^2 + (x - 5)^2$$

$$x^2 = 125 + x^2 - 10x + 25$$

$$10x = 150$$

$$\therefore x = 15(\text{cm})$$

5. 다음 그림은 원의 일부이다. $\overline{AM} = \overline{BM} = 4\text{ cm}$, $\overline{CM} = 2\text{ cm}$, $\overline{AB} \perp \overline{CM}$ 일 때, 원의 반지름의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

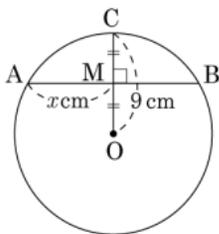
▷ 정답 : 5 cm

해설

직각삼각형 AOM 에서

$$r^2 = (r - 2)^2 + 4^2, r = 5\text{ cm}$$

6. 다음 그림에서 x 의 길이를 구하여라.



① $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ cm
④ $\frac{9\sqrt{3}}{2}$ cm

② $\frac{5\sqrt{3}}{2}$ cm
⑤ $\frac{11\sqrt{3}}{2}$ cm

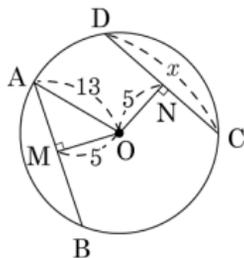
③ $\frac{7\sqrt{3}}{2}$ cm

해설

$$\overline{OA} = 9(\text{cm}), \overline{OM} = \frac{9}{2}(\text{cm})$$

$$x = \sqrt{9^2 - \left(\frac{9}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{9^2 \times 3}{4}} = \frac{9\sqrt{3}}{2}(\text{cm})$$

7. 다음 그림과 같은 원 O에서 $\overline{OM} = \overline{ON}$ 일 때, x 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

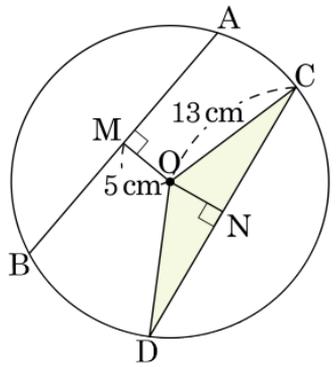
▷ 정답 : 24

해설

$$\overline{AM} = \sqrt{13^2 - 5^2} = \sqrt{169 - 25} = \sqrt{144} = 12 \text{이다.}$$

따라서 $\overline{AB} = 2 \times 12 = 24$ 이다. $\overline{OM} = \overline{ON} = 5$ 이므로 $\overline{AB} = \overline{CD} = 24$ 이다.

8. 다음 그림의 원 O에서 색칠한 부분의 넓이는? (단, $\overline{AB} = \overline{CD}$)



- ① 35cm^2 ② 40cm^2 ③ 52cm^2
 ④ 60cm^2 ⑤ 72cm^2

해설

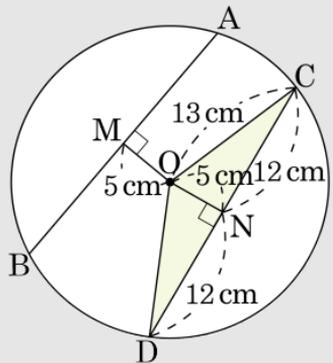
$\overline{AB} = \overline{CD}$ 이므로 $\overline{OM} = \overline{ON} = 5\text{cm}$ 이다.

피타고라스 정리에 의해

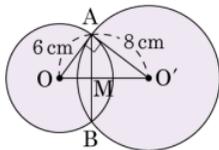
$$\overline{CN} = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12$$

또한, $\overline{CN} = \overline{DN} = 12\text{cm}$

$$\therefore \triangle OCD = \frac{1}{2} \times 24 \times 5 = 60(\text{cm}^2)$$



9. 다음 그림에서 두 원 O , O' 의 반지름의 길이는 각각 6cm , 8cm 이고 $\angle OAO' = 90^\circ$ 일 때, 공통현 AB 의 길이를 구하여라.



① $\frac{48}{5}\text{cm}$

② $\frac{24}{5}\text{cm}$

③ $\frac{12}{5}\text{cm}$

④ 10cm

⑤ 14cm

해설

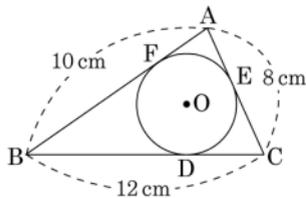
$$\overline{OO'} = \sqrt{36 + 64} = 10$$

$$\triangle AOO' = \frac{1}{2} \times 6 \times 8 = \frac{1}{2} \times 10 \times \overline{AM}$$

$$\therefore \overline{AM} = \frac{24}{5}$$

$$\overline{AB} = 2\overline{AM} = \frac{48}{5} (\text{cm})$$

10. 다음 그림에서 원 O는 $\triangle ABC$ 의 내접원이고 점 D, E, F는 접점이다. $\overline{AB} = 10\text{cm}$, $\overline{BC} = 12\text{cm}$, $\overline{AC} = 8\text{cm}$ 일 때, \overline{BF} 의 길이를 구하여라.



▶ 답: cm

▶ 정답: 7 cm

해설

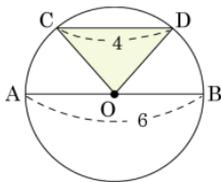
$\overline{BF} = x\text{cm}$ 라 하면 $\overline{BD} = \overline{BF} = x\text{cm}$ 이므로

$\overline{AF} = \overline{AE} = (10 - x)\text{cm}$ 이고

$\overline{CD} = \overline{CE} = (12 - x)\text{cm}$ 이다.

$\overline{AC} = \overline{AE} + \overline{CE}$ 이므로 $8 = (10 - x) + (12 - x)$ 이므로 $x = 7\text{cm}$ 이다.

11. 다음 그림에서 \overline{AB} 는 원 O 의 지름이다. $\overline{AB} = 6$, $\overline{CD} = 4$ 이고 $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ 일 때, $\triangle COD$ 의 넓이는?



① $\sqrt{3}$

② $\sqrt{5}$

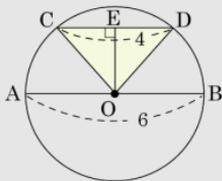
③ $2\sqrt{3}$

④ $2\sqrt{5}$

⑤ 3

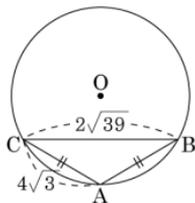
해설

$\overline{OC} = 3$, $\overline{CE} = 2$ 이므로 $\overline{OE} = \sqrt{3^2 - 2^2} = \sqrt{5}$ 이다.



따라서 $\triangle COD = \frac{1}{2} \times 4 \times \sqrt{5} = 2\sqrt{5}$ 이다.

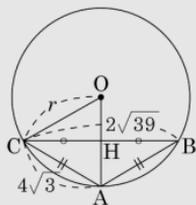
12. 다음 그림과 같은 $\overline{AB} = \overline{AC} = 4\sqrt{3}$, $\overline{BC} = 2\sqrt{39}$ 인 이등변삼각형 ABC의 외접원의 반지름의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설



\overline{OA} , \overline{OC} 를 그어 \overline{OC} 의 길이를 r 이라 하고 \overline{OA} 와 \overline{CB} 의 교점을 H 라 하면 \overline{OA} 는 \overline{BC} 를 수직이등분하므로 $\overline{HC} = \sqrt{39}$

$$\triangle HCA \text{ 에서 } \overline{HA} = \sqrt{(4\sqrt{3})^2 - (\sqrt{39})^2} = 3$$

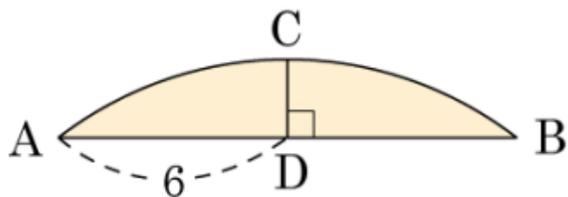
$$\triangle OCH \text{ 에서 } \overline{OC}^2 = \overline{HC}^2 + \overline{OH}^2$$

$$r^2 = (\sqrt{39})^2 + (r - 3)^2 = 39 + r^2 - 6r + 9$$

$$6r = 48$$

$$\therefore r = 8$$

13. 다음 그림에서 $5.0\text{pt}\widehat{AB}$ 는 반지름의 길이가 10 인 원의 일부분이다. $\overline{AD} = 6$ 일 때, \overline{CD} 의 길이는?



- ① 1 ② $\sqrt{2}$ ③ $2\sqrt{2}$ ④ 2 ⑤ $\sqrt{5}$

해설

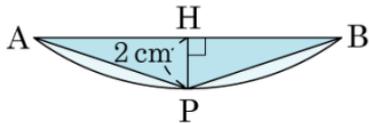
원의 중심 O 과 점 D , 점 A 를 연결한다.

$\triangle AOD$ 에서

$$\overline{OD} = \sqrt{\overline{AO}^2 - \overline{AD}^2} = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8$$

$$\therefore \overline{CD} = \overline{OC} - \overline{OD} = 10 - 8 = 2$$

14. 다음 그림에서 $5.0\text{pt}\widehat{AB}$ 는 반지름의 길이가 8cm 인 원의 일부분이다. $\overline{AH} = \overline{BH}$, $\overline{AB} \perp \overline{HP}$ 이고 $\overline{HP} = 2\text{cm}$ 일 때, $\triangle APB$ 의 둘레는?



- ① $7\sqrt{2}\text{cm}$ ② $(16\sqrt{7} + 3\sqrt{2})\text{cm}$
 ③ $(3\sqrt{6} + 2\sqrt{7})\text{cm}$ ④ $(4\sqrt{7} + 8\sqrt{2})\text{cm}$
 ⑤ $(2\sqrt{7} + 4\sqrt{2})\text{cm}$

해설

원의 중심 O 를 그림에 나타내어 보면
 직각삼각형 $\triangle OAH$ 에서

$$\begin{aligned}\overline{AH} &= \sqrt{\overline{OA}^2 - \overline{OH}^2} \\ &= \sqrt{(8)^2 - (6)^2} = 2\sqrt{7}(\text{cm})\end{aligned}$$

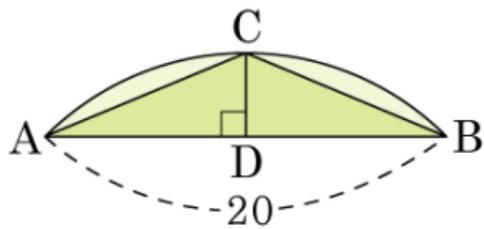
이때, $\overline{AH} = \overline{BH} = 2\sqrt{7}\text{cm}$ 이므로

$$\overline{AB} = 4\sqrt{7}\text{cm} \text{ 이고,}$$

$$\begin{aligned}\overline{AP} &= \sqrt{(\overline{AH}^2) + (\overline{HP}^2)} \\ &= \sqrt{(2\sqrt{7})^2 + (2)^2} = 4\sqrt{2}(\text{cm})\end{aligned}$$

따라서, $\triangle APB$ 의 둘레는 $(8\sqrt{2} + 4\sqrt{7})(\text{cm})$ 이다.

15. 다음 그림에서 $5.0\text{pt}\widehat{AB}$ 는 반지름의 길이가 26 인 원의 일부분이다. $\overline{AB} = 20$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이는?



① 10

② $20\sqrt{2}$

③ 20

④ 25

⑤ $24\sqrt{5}$

해설

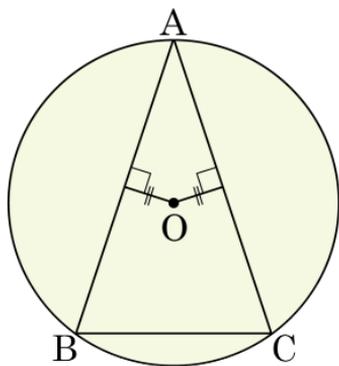
원의 중심 O와 점 C, 점 D를 연결한다.

$$\triangle AOD \text{ 에서 } \overline{OD} = \sqrt{\overline{AO}^2 - \overline{AD}^2} = \sqrt{26^2 - 10^2} = 24$$

$$\therefore \overline{CD} = \overline{OC} - \overline{OD} = 26 - 24 = 2$$

따라서 넓이는 $\frac{1}{2} \times 20 \times 2 = 20$ 이다.

16. 다음 그림의 원 O 에서 $5.0\text{pt}\widehat{BC} = 10\pi$, $\angle BAC = 30^\circ$ 일 때, $5.0\text{pt}\widehat{AC}$ 의 길이는?



- ① 15π ② 18π ③ 22π ④ 25π ⑤ 30π

해설

원의 중심에서 현이 이르는 거리가 같으면 두 현의 길이가 같으므로 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변 삼각형이다.

$\angle A = 30^\circ$ 이므로 $\angle ABC = 75^\circ$

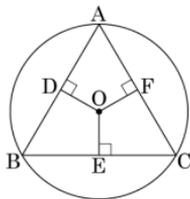
또한 원주각의 크기에 호의 길이는 비례하므로

$$5.0\text{pt}\widehat{BC} : 5.0\text{pt}\widehat{AC} = \angle BAC : \angle ABC$$

$$10\pi : 5.0\text{pt}\widehat{AC} = 30^\circ : 75^\circ$$

$$\therefore 5.0\text{pt}\widehat{AC} = 25\pi$$

17. 다음 그림과 같은 원 O에서 $\overline{OD} = \overline{OE} = \overline{OF}$ 이고 $\overline{AB} = 6\text{cm}$ 일 때, 원 O의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\hspace{2cm}} \text{cm}^2$

▷ 정답 : $12\pi \underline{\hspace{1cm}} \text{cm}^2$

해설

$$\overline{OD} = \overline{OE} = \overline{OF} \text{ 이므로 } \overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CA}$$

$$\triangle ABC \text{ 가 정삼각형이므로 } \overline{AB} : \overline{AE} = 2 : \sqrt{3}$$

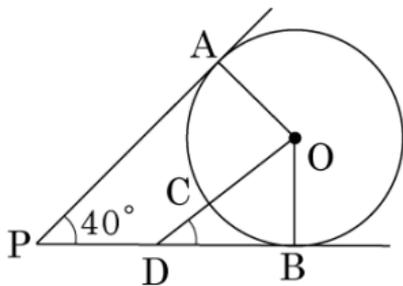
$$\overline{AE} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 6 = 3\sqrt{3} \text{ (cm)}$$

정삼각형의 외심은 내심이며, 또 무게중심이므로

$$\overline{OA} = \frac{2}{3} \overline{AE} = \frac{2}{3} \times 3\sqrt{3} = 2\sqrt{3} \text{ (cm)}$$

$$\text{(원의 넓이)} = \pi \times (2\sqrt{3})^2 = 12\pi \text{ (cm}^2\text{)}$$

18. 다음 그림에서 두 직선 PA 와 PB 는
 원 O 의 접선이고, $\angle APB = 40^\circ$ 이다.
 5.0pt $\widehat{AC} : 5.0pt \widehat{CB} = 3 : 2$ 인 점 C 를
 잡아 \overline{OC} 의 연장선과 \overline{PB} 와의 교점을
 D 라고 할 때, $\angle ODB = (\quad)^\circ$ 이다.
 () 안에 알맞은 수를 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: 34

해설

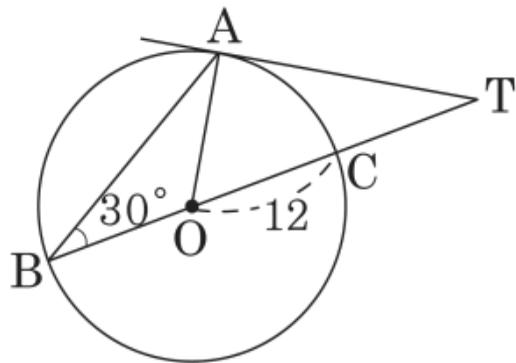
$\angle A = \angle B = 90^\circ$ 이므로 $\angle AOB = 140^\circ$ 이다.

5.0pt $\widehat{AC} : 5.0pt \widehat{CB} = 3 : 2$ 이므로

$$\angle DOB = 140^\circ \times \frac{2}{3+2} = 56^\circ \text{ 이다.}$$

$$\therefore \angle ODB = 90^\circ - 56^\circ = 34^\circ$$

19. 그림에서 \overline{AT} 는 반지름의 길이가 12 인
 원 O 의 접선이고 점 A 는 접점이다.
 $\angle ABC = 30^\circ$ 일 때, \overline{CT} 의 길이를 구하
 면?



- ① 7 ② 9 ③ 10
 ④ 12 ⑤ 13

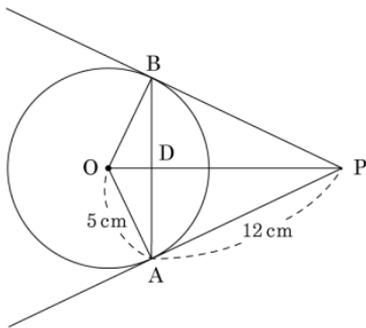
해설

$$\angle AOC = 60^\circ, \angle ATC = 30^\circ, \overline{OA} = 12$$

$$1 : 2 = 12 : \overline{OT} \quad \therefore \overline{OT} = 24$$

$$\therefore \overline{CT} = 24 - 12 = 12$$

20. 다음 그림에서 두 직선 PA, PB 는 반지름의 길이가 5cm 인 원 O 의 접선이고 점 A, B 는 접점이다. $\overline{PA} = 12\text{cm}$ 일 때, \overline{AB} 의 길이는?



- ① 24cm ② $\frac{192}{2}$ cm ③ $\frac{120}{13}$ cm
 ④ $\frac{124}{5}$ cm ⑤ 25cm

해설

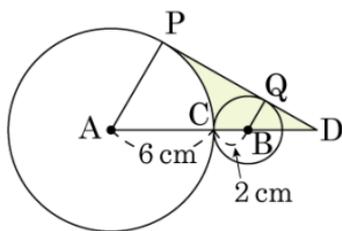
삼각형 PAO 는 직각삼각형이므로 $\overline{PO} = 13\text{cm}$ 이다.

또한, $\overline{AB} \perp \overline{PO}$ 이므로

$$\overline{PA} \times \overline{AO} = \overline{PO} \times \overline{AD} \Rightarrow 12 \times 5 = 13 \times \overline{AD} \therefore \overline{AD} = \frac{60}{13}\text{cm}$$

따라서 수선 OD 는 현 AB 를 이등분하므로 $\overline{AB} = 2\overline{AD} = \frac{120}{13}\text{cm}$ 이다.

21. 다음 그림에서 중심이 A, B 이고 반지름이 각각 6 cm, 2 cm 인 2 개의 원이 점 C 에서 외접하고 있다. 2 개의 원과 각각 점 P, Q 에서 접하는 공통인 접선과 직선 AB 와의 교점을 D 라 할 때, 색칠한 부분의 넓이는?



- ① $(18\sqrt{2} - 3\pi) \text{ cm}^2$ ② $(18\sqrt{2} - 6\pi) \text{ cm}^2$
 ③ $(18\sqrt{3} - 3\pi) \text{ cm}^2$ ④ $(36 - 6\pi) \text{ cm}^2$
 ⑤ $(18\sqrt{3} - 6\pi) \text{ cm}^2$

해설

(1) $\triangle PAD \sim \triangle QBD$ 이므로

$\overline{BD} = x \text{ cm}$ 라 하면,

$$\overline{QB} : \overline{PA} = \overline{BD} : \overline{AD}$$

$$2 : 6 = x : (x + 8)$$

$$\therefore x = 4$$

(2) 색칠한 부분은 $\triangle PAD$ 에서
부채꼴 APC 를 제외한 부분이다.

$\triangle PAD$ 는 직각삼각형이므로

$$\overline{PD} = \sqrt{\overline{AD}^2 - \overline{PA}^2} = \sqrt{12^2 - 6^2} = 6\sqrt{3}(\text{cm})$$

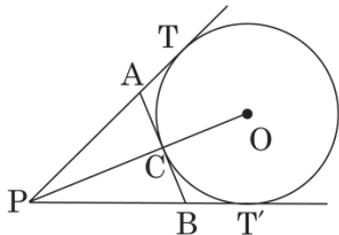
따라서, $\angle PAC = 60^\circ$ 이므로

(색칠한 부분의 넓이)

$$= \frac{1}{2} \times 6\sqrt{3} \times 6 - \pi \times 6^2 \times \frac{60^\circ}{360^\circ}$$

$$= (18\sqrt{3} - 6\pi) \text{ cm}^2 \text{ 이다.}$$

22. 다음 그림에서 원 O 는 \overline{AB} 와 점 C 에서 접하고, \overline{PA} 와 \overline{PB} 의 연장선과 두 점 T, T' 에서 각각 접한다. $\overline{PC} = 3\text{cm}$, $\overline{CO} = 2\text{cm}$ 일 때, $\overline{PT} + \overline{PT'}$ 의 값은?



① $\frac{\sqrt{21}}{2}\text{cm}$

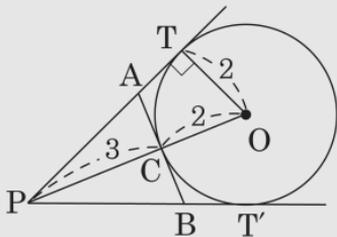
② $\sqrt{21}\text{cm}$

③ $2\sqrt{21}\text{cm}$

④ $\sqrt{29}\text{cm}$

⑤ $2\sqrt{29}\text{cm}$

해설

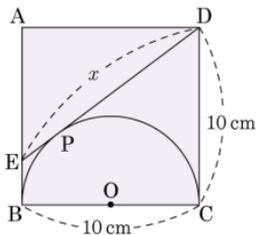


$\triangle POT$ 에서 $\overline{OP} = 5\text{cm}$, $\overline{OT} = 2\text{cm}$ 이므로

$$\overline{PT} = \sqrt{5^2 - 2^2} = \sqrt{21}\text{cm}$$

$$\overline{PT} = \overline{PT'} \quad \therefore \overline{PT} + \overline{PT'} = \sqrt{21} \times 2 = 2\sqrt{21}\text{cm}$$

23. 다음 그림에서 $\square ABCD$ 는 한 변의 길이가 10cm 인 정사각형이다.
 \overline{DE} 가 \overline{BC} 를 지름으로 하는 원에 접할 때, \overline{DE} 의 길이는?



① $\frac{24}{2}$ cm

② $\frac{25}{2}$ cm

③ 13cm

④ $\frac{27}{2}$ cm

⑤ 14cm

해설

$$\overline{EP} = \overline{EB} = x - 10$$

$$\overline{AE} = 10 - (x - 10) = 20 - x$$

$\triangle AED$ 에서

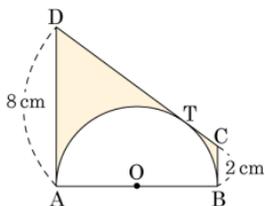
$$\overline{DE}^2 = \overline{AE}^2 + \overline{DA}^2$$

$$x^2 = (20 - x)^2 + 10^2$$

$$40x = 500$$

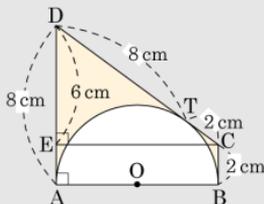
$$x = \frac{25}{2} \text{ cm}$$

24. 다음 그림과 같이 반원의 호 AB 위의 한 점 T 를 지나는 접선이 지름 AB 의 양 끝점에서 그은 접선과 만나는 점을 각각 D, C 라 할 때, 색칠한 부분의 넓이는?



- ① $(40 - 8\pi)\text{cm}^2$ ② $(40 + 8\pi)\text{cm}^2$ ③ $(80 - 8\pi)\text{cm}^2$
 ④ $(40 - 4\pi)\text{cm}^2$ ⑤ $(80 - 16\pi)\text{cm}^2$

해설



색칠한 부분의 넓이는 $\square ABCD$ 에서 반원의 넓이를 뺀 것과 같다.

그림에서 $\overline{DC} = 10\text{cm}$, $\overline{DE} = 6\text{cm}$ 이므로 $\overline{CE} = 8\text{cm}$

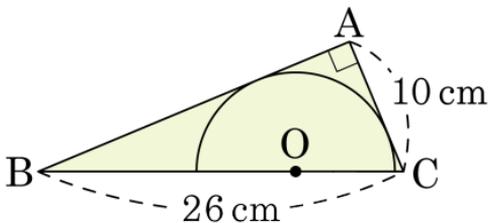
$$\text{따라서 } \square ABCD = (8 + 2) \times 8 \times \frac{1}{2} = 40(\text{cm}^2)$$

$\overline{AB} = \overline{CE} = 8\text{cm}$ 이므로 반원의 반지름은 4cm

$$\text{따라서 (반원의 넓이)} = \pi \times 4^2 \times \frac{1}{2} = 8\pi(\text{cm}^2)$$

$$\therefore (\text{색칠한 부분의 넓이}) = (40 - 8\pi)\text{cm}^2$$

25. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{BC} = 26\text{cm}$, $\overline{CA} = 10\text{cm}$ 이다. 이 삼각형에서 빗변 BC 위에 지름이 있는 반원 O 의 반지름의 길이를 구하여라.(단, \overline{AB} , \overline{CA} 는 반원 O 의 접선이다.)



▶ 답 : cm

▷ 정답 : $\frac{120}{17}$ cm

해설

반원 O의 반지름의 길이를 $r\text{cm}$ 이라 하면

$$\overline{AB} = \sqrt{26^2 - 10^2} = 24(\text{cm}) \text{이므로}$$

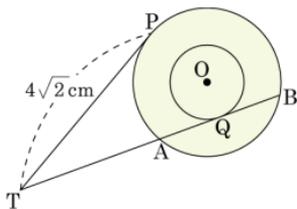
$$\triangle ABC \text{의 넓이} = 10 \times 24 \times \frac{1}{2} = 120(\text{cm}^2)$$

$$\begin{aligned} \triangle AOB + \triangle AOC &= 24 \times r \times \frac{1}{2} + 10 \times r \times \frac{1}{2} \\ &= 10 \times 24 \times \frac{1}{2} \end{aligned}$$

$$17r = 120$$

$$\therefore r = \frac{120}{17}(\text{cm})$$

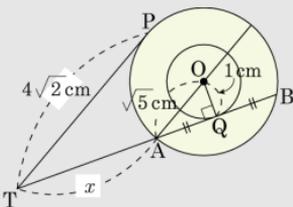
26. 다음 그림과 같이 중심이 같고, 반지름의 길이가 각각 1 cm , $\sqrt{5}\text{ cm}$ 인 두 원이 있다. 원 밖의 한 점 T 에서 큰 원과 작은 원에 각각 접선 \overline{PT} 와 \overline{QT} 를 긋고 \overline{TQ} 와 큰 원이 만나는 점을 각각 A, B 라 한다. $\overline{PT} = 4\sqrt{2}\text{ cm}$ 일 때, \overline{TB} 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 8 cm

해설



$$\overline{OQ} = 1\text{ cm}, \overline{OA} = \sqrt{5}\text{ cm}, \angle OQA = 90^\circ$$

$$\therefore \overline{AQ} = \sqrt{5-1} = 2(\text{cm})$$

$$\therefore \overline{QB} = \overline{AQ} = 2(\text{cm})$$

$\overline{TA} = x$ 라 하면

$$\overline{PT}^2 = \overline{TA} \times \overline{TB}$$

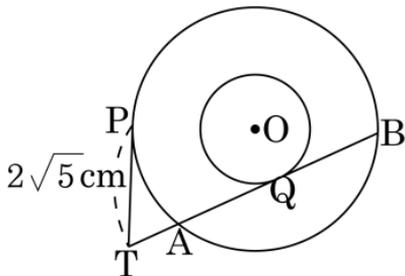
$$(4\sqrt{2})^2 = x \times (x+4)$$

$$x^2 + 4x - 32 = (x+8)(x-4) = 0$$

$$\therefore x = 4(\text{cm})$$

$$\therefore \overline{TB} = 4 + 2 + 2 = 8(\text{cm})$$

27. 다음 그림과 같이 중심이 같고, 반지름의 길이가 각각 2 cm , $2\sqrt{5}\text{ cm}$ 인 두 원이 있다. 원 밖의 한 점 T 에서 큰 원과 작은 원에 각각 접선 \overline{PT} 와 \overline{QT} 를 긋고 \overline{TQ} 와 큰 원이 만나는 점을 각각 A, B 라 한다. $\overline{PT} = 2\sqrt{5}\text{ cm}$ 일 때, \overline{TA} 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 2 cm

해설

$$\overline{OQ} = 2\text{ cm} \quad , \quad \overline{OA} = 2\sqrt{5}\text{ cm} \quad , \quad \angle OQA = 90^\circ$$

$$\therefore \overline{AQ} = \sqrt{20 - 4} = 4(\text{cm})$$

$$\therefore \overline{QB} = \overline{AQ} = 4(\text{cm})$$

$\overline{TA} = x$ 라 하면

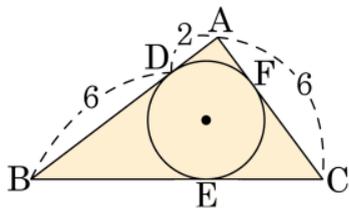
$$\overline{PT}^2 = \overline{TA} \times \overline{TB}$$

$$(2\sqrt{5})^2 = x \times (x + 8)$$

$$x^2 + 8x - 20 = (x + 10)(x - 2) = 0$$

$$\therefore x = 2(\text{cm})$$

28. 그림에서 원 O 는 $\triangle ABC$ 의 내접원이 고 세 점 D, E, F 는 접점이다. $\overline{AD} = 2$, $\overline{BD} = 6$, $\overline{AC} = 6$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이는?



- ① 10 ② $10\sqrt{3}$ ③ 18
 ④ 24 ⑤ 30

해설

원 밖의 점에서 원에 그은 두 접선의 길이는 같으므로

$$\overline{AF} = \overline{AD} = 2$$

$$\overline{CF} = \overline{CE} = 4$$

$$\overline{BE} = \overline{BD} = 6$$

$$\overline{AB} = 8, \overline{BC} = 10, \overline{CA} = 6 \text{ 이다.}$$

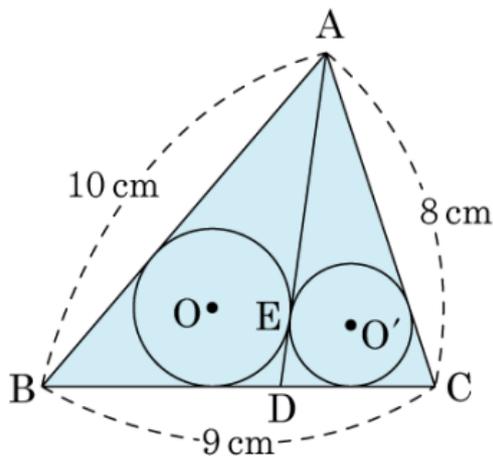
이때, $\overline{BC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{CA}^2$ 이 성립하므로
 이 삼각형은 $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형이다.

$$\text{따라서, 넓이는 } \frac{1}{2} \times 6 \times 8 = 24$$

29. 그림과 같이 $\overline{AB} = 10\text{ cm}$, $\overline{BC} = 9\text{ cm}$, $\overline{AC} = 8\text{ cm}$ 인 $\triangle ABD$, $\triangle ADC$ 의 내접원을 그리면 이 두 원이 한 점 E 에서 접할 때, $\overline{AE} - \overline{ED}$ 의 길이는?

- ① 2 cm ② 2.3 cm
 ③ 3.8 cm ④ 4 cm

- ⑤ 4.5 cm



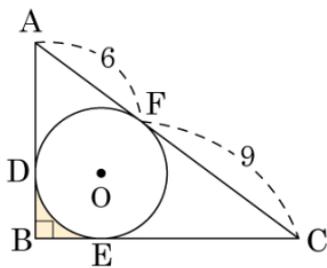
해설

$$10 - \overline{AE} + 8 - \overline{AE} + 2\overline{ED} = 9$$

$$18 - 2\overline{AE} + 2\overline{ED} = 9$$

$$\therefore \overline{AE} - \overline{ED} = \frac{9}{2} = 4.5(\text{cm})$$

30. 다음 그림에서 원 O는 직각삼각형 ABC의 내접원이고, 점 D, E, F는 접점이다. 이 때, 색칠한 부분의 넓이는?



- ① $10 - \frac{9}{4}\pi$ ② $9 - \pi$ ③ $\frac{44}{9} - \pi$
 ④ $9 - \frac{9}{4}\pi$ ⑤ $20 - 5\pi$

해설

원 O의 반지름을 x 라 하면 $\overline{BD} = \overline{BE} = x$

$\overline{AD} = \overline{AF} = 6$ 이므로 $\overline{AB} = 6 + x$,

$\overline{CE} = \overline{CF} = 9$ 이므로 $\overline{BC} = 9 + x$

$$(6 + x)^2 + (x + 9)^2 = 15^2$$

$$x^2 + 15x - 54 = 0$$

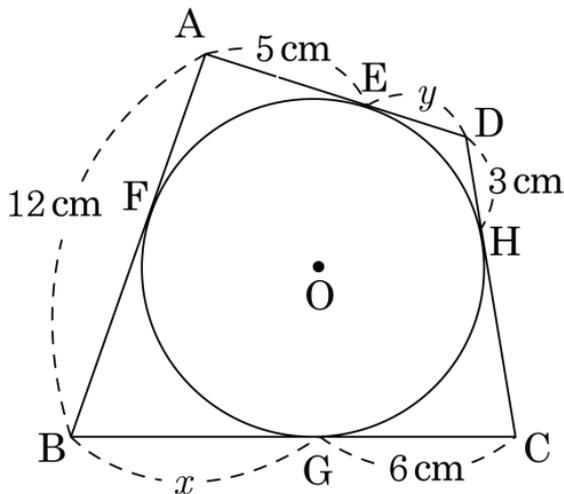
$$(x + 18)(x - 3) = 0$$

$$\therefore x = 3$$

색칠한 부분의 넓이는 정사각형 ODBE에서 부채꼴 ODE의 넓이를 뺀 것과 같다.

$$\therefore 3^2 - \frac{1}{4} \times 3^2 \times \pi = 9 - \frac{9}{4}\pi$$

31. 다음 그림과 같이 $\square ABCD$ 가 원 O 에 외접할 때, $x + y$ 의 값은?



① 10

② 11

③ 12

④ 13

⑤ 14

해설

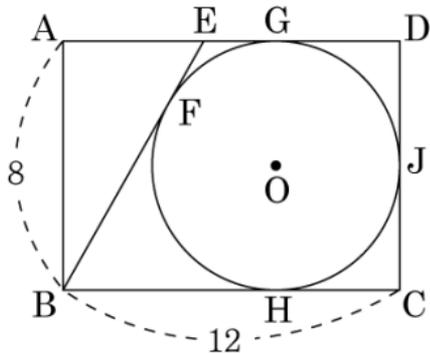
$$\overline{AF} = \overline{AE} = 5(\text{cm})$$

$$\overline{DH} = \overline{ED} = 3(\text{cm})$$

$$\overline{BF} = \overline{BG} = 7(\text{cm})$$

따라서 $x = 7(\text{cm})$, $y = 3(\text{cm})$

32. 다음 그림과 같이 원 O 가 직사각형 $ABCD$ 의 세 변과 \overline{BE} 에 접할 때, \overline{BE} 의 길이를 구하여라. (단, F, G, H, J 는 접점)



▶ 답:

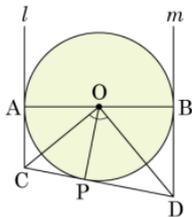
▷ 정답: 10

해설

$\overline{ED} + \overline{BC} = \overline{BE} + \overline{DC}$ 이므로 $\overline{ED} + 12 = \overline{BE} + 8$ 이다. 따라서 $\overline{ED} = \overline{BE} - 4$ 이다.

$\overline{AE} = \overline{AD} - \overline{ED} = 12 - (\overline{BE} - 4) = 16 - \overline{BE}$ 이므로 직각삼각형 ABE 에서 $\overline{BE}^2 = (16 - \overline{BE})^2 + 8^2$ 이다. 따라서 $\overline{BE} = 10$ 이다.

33. 다음 그림과 같이 원 O의 지름 AB의 양 끝점에서 그은 접선과 원 O 위의 점 P에서 그은 접선이 만나는 점을 각각 C, D라고 할 때, $\angle COD$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\quad \quad \quad \circ$

▷ 정답 : 90°

해설

$$\triangle AOC \equiv \triangle POC \text{ (RHS합동)}$$

$$\angle AOC = \angle POC, \triangle BOD \equiv \triangle POD$$

$$\angle BOD = \angle POD \text{ (RHS합동)}$$

$$\therefore \angle COD = \angle COP + \angle DOP = \frac{1}{2} \times 180^\circ = 90^\circ$$